INSTITUTT FOR FYSIKK

LØSNINGSFORSLAG/SENSORVEILEDNING
EKSAMEN I EMNE TFY 4125 FYSIKK
Eksamen 17 Aug 2018
Tid: kl. 0900 – 1300.

Oppgave 1

Bruken av de kinematiske ligningen i x (for avstand l(t)) og y (for høyde h(t) for kula:

$$h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + vt\sin\theta \qquad \mathrm{l}(t) = vt\cos\theta$$

Tiden for at kula treffer bakken etter utskyting er gitt ved

$$h(t) = 0 = -\frac{1}{2}gt^2 + vt\sin\theta \quad \Rightarrow t(v\sin\theta - \tfrac{1}{2}gt) = 0$$

Denne har løsningene t=0 (utskytingspunktet, ikke løsning ihht spørsmålsstilling) og
$t = \frac{2v\sin\theta}{g}$ som er tiden til at kula treffer bakken etter utskyting.

Oppgave 2

Ut fra formlene funnet fram til under oppgave 1, er denne avstanden

$$\mathrm{l}(t = \frac{2v\sin\theta}{g}) = v\frac{2v\sin\theta}{g}\cos\theta = \frac{2v^2}{g}\sin\theta\cos\theta$$

Med de gitte numeriske verdiene:

$$\mathrm{l}(t = \frac{2v\sin\theta}{g}) = \frac{2(40m/s)^2}{9.81m/s^2}\sin 30\cos 30 = 141,24m$$

Oppgave 3

Definerer først ett koordinatsystem x_1 y_1 med x_1 aksen parallelt med skråplanet. Komponenten av tyngdekraften langs skråplanet:

$-mg\sin\theta$

hvor vi har definert positiv x i retning av større avstand fra horisontalplanet. Arbeidet som gjøres på klossen når den sklir langs planet er:

$$W = \int_{start}^{slutt} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{x=a}^{x=x} F_x dx = -mg\sin\theta \int_{x=a}^{x=x} dx$$

$$= \Delta U = -(U_2 - U_1)$$

Dvs: i x1 koordinatsystemet langs skråplanet:

$U(x_1) = mgx_1\sin\theta$

Sammenhengen mellom den horisontale avstand x og x_1 langs skråplanet: $x = x_1\cos\theta$

$U(x) = mgx\sin\theta/\cos\theta = mgx\tan\theta$

For at U(x=a)=0 skal være referanse: x->x-a, slik at:

$U(x) = mg(x-a)\tan\theta$

Kan også ses fra: U = mgh, og høyden h er relatert til x som (x-a)tan θ

Oppgave 4

Vi har at
$a = -kv^2$, og $v(t=0) = v_0$
Generelt gjelder:
$$\frac{dv}{dt} = a$$
Brukt på vår situasjon:
$$\frac{dv}{dt} = -kv^2 \Rightarrow \frac{dv}{v^2} = -kt$$
Integrering med grenser $\int_{v=v_0}^{v=v(t)} \frac{dv}{v^2} = -\int_{t=0}^{t} kt$
$$\frac{1}{v(t)} - \frac{1}{v_0} = kt \quad \Rightarrow \frac{1}{v(t)} = kt + \frac{1}{v_0} \Rightarrow v(t) = \frac{1}{kt + \frac{1}{v_0}} = \frac{v_0}{1 + v_0 kt}$$

Oppgave 5

Kraftbalense for netto kraft på m1 og m2:
$$-m_1 g\sin\theta_1 + T = m_1 a$$
$$m_2 g\sin\theta_2 - T = m_2 a$$
Eliminerer T ved å legge sammen likningene:
$$m_2 g\sin\theta_2 - m_1 g\sin\theta_1 = (m_1 + m_2)a$$
$$a = \frac{m_2\sin\theta_2 - m_1\sin\theta_1}{m_1 + m_2} g$$

Oppgave 6

$v = \frac{v_0 t_1^2}{t^2}$ for t>t1
Tilbakelagt distanse:
$$s(t) = \int_{t=0}^{t} v(t)dt$$
For toget i problemstillingen er tibakelagt distanse opp til en tid t2 etter at toget passerte flagget gitt ved:
$$s(t_2) = \int_{t=0}^{t_1} v_0 dt + \int_{t=t_1}^{t_2} v_0 \frac{t_1^2}{t^2} dt = v_0 t_1 + v_0 t_1^2 \int_{t=t_1}^{t=t_2} \frac{dt}{t^2} = v_0 t_1 + v_0 t_1^2 \left.\frac{-1}{t}\right|_{t=t_1}^{t=t_2} = v_0 t_1 + v_0 t_1 - \frac{v_0 t_1^2}{t_2} = 2v_0 t_1 - \frac{v_0 t_1^2}{t_2}$$
Tilbakelagt strekning til toget stopper finnes ved grensen $t_2 \to \infty$ og er gitt ved:
$$\lim_{t_2\to\infty} s(t_2) = 2v_0 t_1$$

Numerisk: 2 50 m/s180 s = 18000 m = 18 km

Oppgave 7

Prinsipp om bevaring av mekanisk energi gir kin. energi = pot. energi

$$\frac{1}{2}(m+4m)v^2+\frac{1}{2}I\omega^2=mg\Delta z$$

Bruker oppgitt uttrykk for treghetsmomentet til trinsa for homogen massefordeling (eksperiment A):

$$I=\frac{1}{2}4mR^2=2mR^2$$

og sammenhengen: $v=\omega R$

$$\frac{1}{2}(m+4m)v^2+\frac{1}{2}2mR^2\omega^2=\frac{5}{2}mv^2+mv^2=\frac{7}{2}mv^2=mg\Delta z$$

$$v=\sqrt{\frac{2}{7}g\Delta z}$$

For massefordeling som sylinderskall (eksperiment B)

$$I=4mR^2=4mR^2$$

$$\frac{1}{2}(m+4m)v_2{}^2+\frac{1}{2}4mR^2\omega^2=\frac{5}{2}mv_2{}^2+2mv_2{}^2=\frac{9}{2}mv_2{}^2=mg\Delta z$$

$$v_2=\sqrt{\frac{2}{9}g\Delta z}$$

Ved endring fra homogen til sylinderskall er den relative %vise endringen i hastigheten:

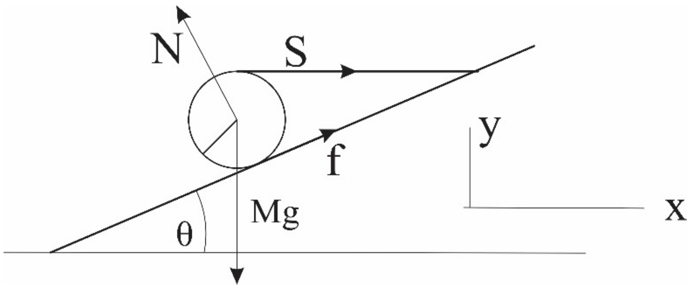
$$\frac{v_2-v_1}{v_1}=\frac{\sqrt{\frac{2}{9}g\Delta z}-\sqrt{\frac{2}{7}g\Delta z}}{\sqrt{\frac{2}{7}g\Delta z}}=\frac{\sqrt{\frac{1}{9}}-\sqrt{\frac{1}{7}}}{\sqrt{\frac{1}{7}}}=\sqrt{\frac{7}{9}}-1=-11{,}8\%$$

Oppgave 8

Svinge amplituden x0 er uendra. I ytterstilling er v = 0 og kin. energi lik null, slik at total energi er lik den potensiell energi = $\frac{1}{2}kx_0^2$. Denne er ikke endret siden fjærkonstanten k er uendra. (Hastigheten ved x = 0 blir mindre slik at $\frac{1}{2}mv_0^2$ også holdes uendra.)

Oppgave 9

Definerer koordinatsystem og tegner opp de aktuelle kreftene



Siden kula er i ro, gjelder:

$\sum \vec{F} = 0$ og $\sum \vec{\tau} = 0$

En finner fram til snordraget ved å sette inn i disse likn.

For x retning: $f\cos\theta + S - N\sin\theta = 0$

For y retning: $f\sin\theta + N\cos\theta - Mg = 0$

For dreiemoment: $fr - Sr = 0$

En kan finne fram til de tre ukjente f,N og S siden vi har tre likninger. Fra den siste likn: $f = S$
Setter inn dette i uttrykket for x og y-retning:

$$\mathrm{S}\cos\theta + S - N\sin\theta = 0 \qquad \Rightarrow N = \frac{S(1+\cos\theta)}{\sin\theta}$$

$$S\sin\theta + N\cos\theta - Mg = 0$$
$$S\sin\theta + \frac{S(1+\cos\theta)}{\sin\theta}\cos\theta - Mg = 0$$
$$S(\sin^2\theta + \cos\theta + \cos^2\theta) = Mg\sin\theta$$
$$S = \frac{Mg\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

Med numeriske verdier M = 5kg, r= 0,25m og 25^0

$$S = \frac{Mg\sin\theta}{1+\cos\theta} = \frac{5kg\,9{,}81ms^{-2}\sin 25^\circ}{1+\cos 25^\circ} = 10{,}9\,\mathrm{N}$$

Oppgave 10

Tyngdekrafta Mg i massesenteret har effektiv arm L/2 sin ϕ slik at

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{MgL\sin\phi}{2ML^2/3} = \frac{3g}{2L}\sin\phi$$

Oppgave 11

Bruk av oppgitt likning: $I_r = I_0 + mr^2$ på aktuell problmestilling gir:

$$I_r = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$$

hvor R både er radius og avstand mellom de to rotasjonsaksene.

Oppgave 12

I oppgaven må vi legge bevaring av bevegelsesmengde i x og y retning til grunn for å beregne hastighet (angis med komponenter v_x og v_y under) til felles objektet etter det uelastiske støtet.

For x retning: $m_1 v_1 + m_2 v_2 \cos\theta = (m_1 + m_2)v_x$

For y retning: $0 + m_2 v_2 \sin\theta = (m_1 + m_2)v_y$

Siden $m_1 = m_2 = \mathrm{m}$ og $v_1 = v_2 = v$ får man: $v_x = \frac{1}{2}(1+\cos\theta)$ $\quad v_y = \frac{1}{2}\sin\theta$

For kinetisk energi før støtet:

$$K_f = 2\frac{1}{2}mv^2 = mv^2$$

og etter støtet:

$$K_e = \frac{1}{2}(2m)(v_x^{\ 2} + v_y^{\ 2}) = m\left(\frac{1}{4}v^2\left(1+\cos\theta\right)^2 + \frac{1}{4}v^2\sin^2\theta\right) = \frac{1}{4}mv^2\left(1+2\cos\theta+\cos^2\theta+\sin^2\theta\right)$$
$$= \frac{1}{4}mv^2\left(2+2\cos\theta\right) = \frac{1}{2}mv^2\left(1+\cos\theta\right)$$

Forholdet mellom disse:

$$\frac{K_e}{K_f} = \frac{1}{2}\frac{mv^2\left(1+\cos\theta\right)}{mv^2} = \frac{1}{2}\left(1+\cos\theta\right)$$

Oppgave 13

Med A som referansepunkt er dreieimpulsen bevart. Før kollisjonen har prosjektilet dreieimpuls

$mvL/2$

Etter kollisjonen har stang med prosjektil dreieimpuls

$I_A\omega$

Her er

$$I_A = \frac{mL^2}{4} + \frac{ML^2}{3}$$

Umiddelbart etter kollisjonen er da vinkelhastigheten

$$\omega = \frac{mvL/2}{\frac{mL^2}{4}+\frac{ML^2}{3}} = \frac{v/L}{1/2+\frac{2M}{3m}} = \frac{41,5}{0,5+\frac{500}{45}}s^{-1} = 3,6s^{-1}$$

Oppgave 14

Bruker karusellens sentrum (aksling) som referansepunkt. Dreieimpuls til systemet før innhoppet: mvR og etter innhoppet: $I\omega$ med totalt treghetsmoment

$$\mathrm{I} = \frac{MR^2}{2} + \mathrm{mR}^2$$

Dermed:

$$\mathrm{L} = \mathrm{mvR} = \left(\frac{MR^2}{2} + \mathrm{mR}^2\right)\omega$$

og perioden (omløpstiden) beregnes fra $\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\left(M/2+m\right)R^2}{mvR} = \frac{\pi R}{v}\left(2+M/m\right)$

Ut fra dette blir massen til person, m:

$$\frac{vT}{\pi R} = 2 + \frac{M}{m}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{vT}{\pi R} - 2$$

$$m = \frac{M}{\frac{vT}{\pi R} - 2} = \frac{M\pi R}{vT - 2\pi R} = \frac{200kg\,3{,}1416 \cdot 3m}{5ms^{-1} \cdot 15s - 2\pi 3m} = 33{,}6kg$$

Oppgave 15

I oppgaven kan vi bruke uttrykket for harmonisk svingning siden vi antar null friksjon mellom stol og underlag.

Både for stolen (angis her med masse m) og stol pluss astronaut (total masse m+M) gjelder

$$T = 2\pi/\omega = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

For stolen får vi:

$m = k\frac{T_1^2}{4\pi^2}$, hvor T1 er svingeperioden for stolen, og for stolen med astronauten:

$m + M = k\frac{T_2^2}{4\pi^2}$ hvor T2 er perioden for stolen + astronauten. Løst mhp M:

$$M = \frac{k}{4\pi^2}\left(T_2^2 - T_1^2\right)$$

Numerisk:

$$M = \frac{k}{4\pi^2}\left(T_2^2 - T_1^2\right) = \frac{478{,}6\,N/m}{4\pi^2}\left((2.48832s)^2 - (1.10932s)^2\right) = 60{,}13kg$$

Oppgave 16

Fra oppgitt x(t) er

$$a_x = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{d^2\left(0{,}3m\cos(25s^{-1}t + \pi/3)\right)}{dt^2} = -0{,}3m(25s^{-1})^2\cos(25s^{-1}t + \pi/3)$$

Den maksimale aksellerasjonen er $0,3m(25s^{-1})^2$ ved $\cos(25s^{-1}t+\pi/3)=-1$ ved som gir a = 187.5 m/s^2

Oppgave 17

Ved plassering av den tredje ladningen langs aksen i området 0<x<b vil kreftene fra både 4q og -q være i positiv x-retning. Disse vil alltid være større enn null, og dette området vil derfor ikke være mulig for null nettokraft. For x<0: størrelsen på kraften fra 4q (negativ x retning) vil alltid være større en tiltrekkende kraft fra -q.
For x>b setter vi opp kraftbalansen for den tredje ladningen plassert i x_0:

$$0=\frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_0 x_0^{\,2}}\vec{i}-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\left(x_0-b\right)^2}\vec{i}$$

$$\Rightarrow\frac{4}{x_0^{\,2}}=\frac{1}{\left(x_0-b\right)^2}$$

$$\Rightarrow 4x_0^{\,2}-8bx_0+4b^2=x_0^{\,2}$$

$$\Rightarrow 3x_0^{\,2}-8bx_0+4b^2=0$$

$$\Rightarrow x_0=\frac{8b\pm\sqrt{64b^2-4\cdot3\cdot4b^2}}{6}=\frac{8b\pm\sqrt{16b^2}}{6}=\frac{8b\pm4b}{6}$$

$$\Rightarrow x_0=2b$$

(matematisk løsning 2b/3 ikke ok fysisk ut fra argumentasjon over)

Oppgave 18

Må summere opp kraftvirkningene for de fem ladningen på prøveladningen Q i origo.
Symmetri i problemstillingen gjør at nettokraften i y-retning er 0

Total kraft i x-retning: $F=\frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_0R^2}+2\frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0R^2}\cos45^0=\frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_0R^2}\left(1-\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\right)=\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0R^2}\left(2-\sqrt{2}\right)$

Oppgave 19

Alle de 4 planene bidrar til det totale elektriske feltet med $\sigma/2\varepsilon_0$ med retning bort fra planet. Når de fire bidragene legges sammen i de fem områdene blir feltstyrken 0 i midten, σ/ε_0 mellom de to øverste og to nederste og $2\sigma/\varepsilon_0$ på utsiden. Dette er illustrert i fig. A.

Oppgave 20

Numerisk svaralternativ
Magnetisk fluks gjennom den rektangulære sløyfen når det går en strøm I i lederen AB:

$$\Phi_B=\int_a^b d\Phi_B=\int_a^b BdA=\int_a^b\frac{\mu_0 I}{2\pi r}Ldr=\frac{\mu_0 IL}{2\pi}\int_a^b\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 IL}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Her er r avstand normalt på strømlederen AB

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln(b/a)\frac{dI}{dt} = \frac{4\pi 10^{-7}\,NA^{-2}\,0.36m}{2\pi}\ln(0.48/0.12)\,7.8\,As^{-1}$$

$$= 7.79\cdot 10^{-7}\,NmA^{-1}s^{-1} = 7.79\cdot 10^{-7}\,J/C = 7.79\cdot 10^{-7}\,V$$

Oppgave 21

Når ionene akselereres ved hjelp av potensialet V mellom elektrodeparet (A-B), vil de oppnå en kinetisk energi lik qV (endring i potensiell energi). Dette gir følgende likn for hastigheten til ionene (bruker indeks i, og i=1,2)

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = qV\,;$$

Dette gir: $v_i = \sqrt{\frac{2qV}{m_i}}$

for hver av ionene når de kommer ut av spalten av elektrode B og starter på området hvor det er et magnetfelt. Kraften på ionene når de kommer inn i magnetfeltet er gitt ved:

$$F_i = qv_iB_0$$

Retningen på kraften fra magnetfeltet på ionene er vinkelrett på bevegelsesretningen til ionene. Dette gir opphav til sentripetalkraft som er lik

$$\frac{m_iv_i^2}{r_i}$$

Løst mht radius:

$$F_i = qv_iB_0 = \frac{m_iv_i^2}{r_i} \qquad \Rightarrow r_i = \frac{m_iv_i}{qB_0} = \frac{m_i}{qB_0}\sqrt{\frac{2qV}{m_i}} = \frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{2m_iV}{q}}$$

Forhold mellom de to radiene blir da:

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

Oppgave 22

Metallet har frie valenselektroner. Ifølge Lorenzkrafta $F=(-e)v\times B$ vil disse bevege seg mot nedre enden av staven (høyrehåndsregel). - dvs., overskudd av - ladning på bunn og positiv ladning i toppen av metalstaven (svaralternativ C).

Oppgave 23

Det magnetiske momentet til sløyfen ligger i samme retning som magnetfeltet slik at

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B} = 0$$

Dette innebærer at sløyfen blir liggende i ro.

Oppgave 24

Den indusert emf er gitt av:

$$\varepsilon = -\frac{d\Theta}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -A\frac{dB}{dt} = -AB_0 2\omega(-\sin(2\omega \mathrm{t})) = 2A\omega B_0\sin(2\omega t)$$

Oppgave 25

Ved en stasjonær tilstand er varmestrømmen konstant over tid og lik for alle lag gjennom veggen. Hvis ikke hadde temperaturen blitt endret på flater inni veggen.

Oppgave 26

Maskinens nyttige arbeid er lik areal innenfor prosesskurva som er W = 0,5 100 cm^3 · 200 kPa = 0,5· 100 · 10^{-6} m^3 · 200 · 10^3 N/m^2 = 10 Nm. I prosessen 2-3 ved konstant volum (isokor) og isobar prosess 3-1 må det avgis varme, og er uinteressant Kostnaden er Q_{12}. Dermed er virkningsgraden

$\frac{W}{Q_{12}} = \frac{10}{40} = 0,25$ eller 25%

Oppgave 27

Ved starten av eksperimentet er temperaturen konstant på hver side av aluminiumsplaten. Varmestrømmen gjennom platen er da gitt ved

$$H = kA\frac{\Delta T}{\Delta x} = 205 W\, m^{-1} K^{-1}\, 0{,}1 m^2 \frac{70\,K}{0{,}02 m} = 71750 W = 71{,}75 kW$$

Oppgave 28

En isoterm fra tilstand a er brattere enn isobaren ab men slakere enn adiabaten ac. Dermed: Tb > Ta > Tc.

Oppgave 29

Gassens maksimale volum i den beskrevne kretsprosessen finnes fra: Gassen har størst volum etter den adiabatiske utvidelsen fra tilstanden med høyest temperatur T2 = 900 K og minst volum 0,3 m^3. I en adiabatisk prosess med en ideell gass er:

$TV^{\gamma-1}$ konstant.
Dette gir: $T_2(2V_0)^{0.398} = T_1 V_{\max}^{0.398}$
Utregnet for maksimalt volum:
$V_{\max} = 2V_0\left(T_2/T_1\right)^{1/0.398} = 2\cdot 0{,}3 m^3\left(900K/450K\right)^{1/0.398} = 3{,}42 m^3$

Oppgave 30

I en isoterm prosess er tilført varme like stor som utført arbeid siden det ikke er noe endring i indre energi (T er konstant); $\Delta U = Q - W = 0$
Fra dette følger at
$Q = W = nRT_H \ln\left(V_2/V_1\right)$

$Q = W = nRT_H \ln\left(V_2/V_1\right) = 3mol\cdot 8{,}3 J\, K^{-1}\, mol^{-1}\left(650+273\right)K \ln\left(7/3\right) = 19476 J$
19,5 kJ