INSTITUTT FOR FYSIKK

LØSNINGSFORSLAG/SENSORVEILEDNING
EKSAMEN I EMNE TFY 4125 FYSIKK
Eksamen 12 Aug 2019
Tid: kl. 0900 – 1300.

Oppgave 1

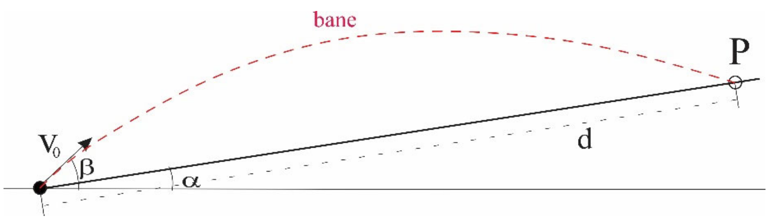
Vi har at

$$a=\frac{dv}{dt}=v_0\frac{d}{dt}\left(1-e^{-t/\tau}\right)=v_0\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}$$

Dette gir at vi har maks aksellerasjon ved t=0; som gir:

$$a_{\max}=\frac{v_0}{\tau}=\frac{11}{1,4}\text{ms}^{-2}=7,86\text{ms}^{-2}$$

Oppgave 2



Definere x-y koordinatsystem med origo i utgangspunktet, x-aksen langs horisontalen og y aksen langs vertikalen (annerledes enn i angitt tips). Bruken av de kinematiske ligningen i x (for avstand l(t)) og y (for høyde h(t) for kula:

$$y(t)=v_0\sin\beta t-\frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{x}(t)=v_0\cos\beta t$$

Den siste likningen sier at x er proporsjonal med t. For skråplanet gjelder:

$\text{y}=\text{x}\tan\alpha$

Denne siste sammenhengen innebærer at vi kan uttrykke avstanden x til kula som funksjon av t med referanse til høyden y på skråplanet: $\text{x}=\dfrac{y}{\tan\alpha}$

Innsatt i likn for horisontal bevegelse: $\text{x}(t)=v_0\cos\beta t=\dfrac{y}{\tan\alpha}$; omarbeidet: $\text{y}=v_0\cos\beta\tan\alpha t$

Tidspunkt for når kula treffer skråplanet finnes når de to uttrykkene for y settes lik hverandre:

$y(t)=v_0\sin\beta t-\frac{1}{2}gt^2=v_0\cos\beta\tan\alpha t$ omarbeidet: $v_0\sin\beta t-v_0\cos\beta\tan\alpha t-\frac{1}{2}gt^2=0$

$t(v_0\sin\beta-v_0\cos\beta\tan\alpha-\frac{1}{2}gt)=0$; triviell løsning t=0 er utskytningen, den andre er: $t=\dfrac{2v_0}{g}\left(\sin\beta-\cos\beta\tan\alpha\right)$

Fra de numeriske verdiene finner vi:
t =4,221 s

$\dfrac{y}{\tan\alpha}=v_0\cos\beta t$ gir: $y=v_0\tan\alpha\cos\beta t$, gir y =32 m; og videre: x=119.4m og d = 123.6m

Oppgave 3

To fjærer, med fjærkonstanter k_1 og k_2 er koblet i serie. Du skal erstatte disse to fjærene med en ny fjær og sørge for at det nye systemet har samme effektive fjærkonstant som de to seriekoblede.

Løsning: Ved en total deformasjon av fjærene med en avstand x vil deformasjonen fordele seg med x_1 og x_2 på de to fjærene; $x = x_1 + x_2$ og slik at kraft påført de seriekoblede fjærene vil være lik på begge fjærene:

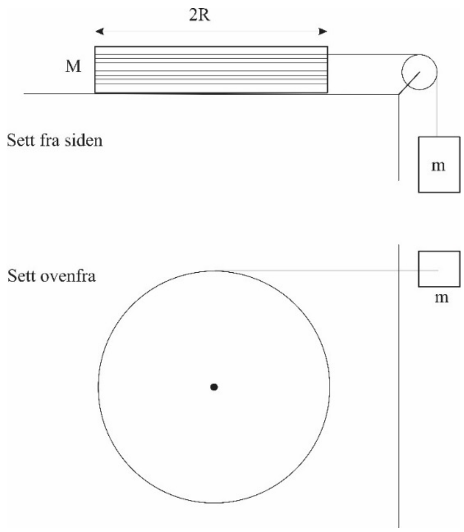
$F = k_1 x_1 = k_2 x_2$

Den effektive fjærkonstanten til den ny fjæra defineres ved Hooke's lov og den totale deformasjonen, slik at:

$kx = k(x_1 + x_2) = k_1 x_1$

$$k = k_1 \frac{x_1}{x_1 + x_2} = k_1 \frac{x_1}{x_1 + \frac{k_1}{k_2} x_1} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

Oppgave 4



Newtons 2. lov for massse m, snordrag S): $ma = mg - S$

Newtons 2. lov for rotasjon for skiva: $\tau = I_0 \alpha = I_0 a / R$

Her gjelder videre $\tau = SR$ og $I_0 = MR^2 / 2$ samt relasjonen mellom vinkelakselerasjon og lineær aksellerasjon

Dette resulterer $\tau = SR = I_0 a / R = \frac{1}{2} MR^2 a / R = \frac{1}{2} MRa$; som gir $S = \frac{1}{2} Ma$

Satt i Newtons 2 low for massen m:

$ma = mg - S = mg - \frac{1}{2} Ma$

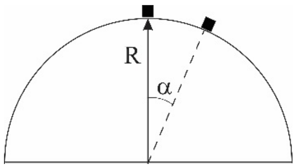
Løst mhp a:

$$ma + \tfrac{1}{2} Ma = \left(m + \tfrac{1}{2} M\right) a = mg$$

$$a = \frac{mg}{m + \frac{1}{2} M} = \frac{g}{1 + \frac{M}{2m}}$$

som med 2m = 150 g og M = 750 g blir a = g/6 = 1,64 m/s^2.

Oppgave 5



Prinsipp om energibevaring gir:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

Nå er høydeforskjellen mellom toppunktet og ved vinkelen alfa:

$$h = R - R\cos\alpha$$

Dette gir for hastigheten:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gR(1-\cos\alpha)}$$

Oppgave 6

Når motoren gjør at bilen akselererer raskere enn om den bare hadde trillet må netto kraft nedover planet øke. Det skjer ved at netto kraft fra bakken på dekket blir mindre negativ (med positiv retning nedover). Men kraften peker oppover inntil dreiemomentet fra motoren overstiger en gitt kraft.

Dvs: Om motoren akselererer bilen raskere enn om den bare hadde trillet, peker friksjonskraften nedover planet når dreiemomentet fra motoren overstiger en viss verdi.

(Angaende andre alternativer: Når bilen triller peker friksjonskraften alltid oppover (for å gi opphav til et dreiemoment). Når bilen bremser må netto kraft fra bakken bli større oppover langs planet.)

Oppgave 7

To klosser ligger på et skråplan med en helningsvinkel på 45° i forhold til horisontal retning. Klossenes masse er m_1 = 75g og m_2 = 225 g. De to klossene har statiske friksjonskoeffisienter μ_1 og μ_2 i forhold til skråplanet. Situasjonen er illustrert i figuren i oppgaven.

Løsning:

Klossene blir liggende i ro under forutsetning om at den maksimale statiske friksjonskraften

$$\mu_1 \mathrm{N}_1 + \mu_2 \mathrm{N}_2 = \mu_1 \mathrm{m}_1 g\cos\theta + \mu_2 \mathrm{m}_2 g\cos\theta$$

er minst like stor som summen av tyngdekomponentene parallelt med skråplanet:

$$\mathrm{m}_1 g\sin\theta + \mu_2 \mathrm{m}_2 g\sin\theta$$

Dette gir:

$$\mu_1 \mathrm{m}_1 g\cos\theta + \mu_2 \mathrm{m}_2 g\cos\theta \geq \mathrm{m}_1 g\sin\theta + \mathrm{m}_2 g\sin\theta$$

$$\left(\mu_1 \mathrm{m}_1 + \mu_2 \mathrm{m}_2\right)\cos\theta \geq \left(\mathrm{m}_1 + m_2\right)\sin\theta$$

Med oppgitt tallverdier:

$$\left(\mu_1 \mathrm{m}_1 + \mu_2 3\mathrm{m}_1\right)\frac{1}{2}\sqrt{2} \geq \left(\mathrm{m}_1 + 3m_1\right)\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\mu_1 + 3\mu_2 \geq 4$$

Oppgave 8

Aktuell bevegelse for de to klossene er mot høyre for A og mot venstre for B. På kloss B virker snorkraft, T, mot venstre og friksjonskraft mot høyre, motsatt like store så lenge klossen(e) er i ro. Maksimal friksjonskraft like før klossen starter å gli:

$$T = F_{f,B} = \mu_S F_{N,B} = \mu_S m_B g = 0{,}55 \cdot 4{,}0kg \cdot 9{,}81m/s^2 = 21{,}6N$$

Oppgave 9

Vurder to ulike tenkte situasjoner, begge er slettes ikke gunstig. I den første situasjonen kjører du en bil i en hastighet på 80 km/time, og frontkolliderer med en identisk bil som også kjører i 80 km/time (mot deg). For å unngå en frontkollisjon vurderer du i stedet å kjøre inn i en fjellvegg. I situasjon 2 kolliderer bilen du kjører i en hastighet på 80 km/time med en fjellvegg (hastighet på denne er 0). I begge situasjonene støter ikke bilen tilbake fra det som treffer den (bil eller fjellvegg), og det regnes som at kollisjonstiden er den samme.

Kraften på bilen vil være den samme i de to tilfellene.
Ved å bruke Newtons 2de lov ; $F = ma = \Delta p/\Delta t = 2m\Delta v/\Delta t$ med hensyn på bilen du sitter i, vil vi i sammenstøtet ha samme endring i hastighet i løpet av samme tidspintervall

Oppgave 10

Oppgavetekst: En fotball sendes mot mål, men det ble ikke mål. Imidlertid treffer den stanga og den går tilbake på banen. Fotballen har en masse 430 g og den har en horisontal hastighet på 15 m/s når den treffer stanga. Ballen kolliderer elastisk med stanga, og kollisjonen varer i 2.0 ms. Hvor stor er kraften fra stanga på fotballen under kollisjonen nå vi antar at den er konstant gjennom kollisjonens varighet?

Løsningsforslag: bruker Newtons 2de lov:
$F = \Delta p/\Delta t = 2mv/\Delta t = 2 \cdot 0.430 \cdot 15/0.0020$ N = 6.45 kN.

Oppgave 11

Det er tre krefter som virker på kulen: snorkraft, tyngdekraft og kraft fra veggen.
Balanse mellom krefter i y retning (vertikalt) gir at tyngdekraften balanseres av den vertikale kraftkomponenten av snorkraften:

$$S\cos\theta = Mg$$

hvor θ er vinkelen mellom vertikalen og retning på snora (denne finner vi også som vinkel mellom veggen og snora i festepunktet til snora.
Vi finner vinkelen $\cos\theta$ ut fra trekanten som dannes mellom festepunkt tau (A), senter av kula (B) og kontaktpunkt til kula mot vegg C. Avstandene AB=R+L; BC er R.

$\sin\theta = \dfrac{R}{R+L}$ og $\cos\theta = \sqrt{1-\left(\frac{R}{R+L}\right)^2}$

og

$$S = \frac{Mg}{\cos\theta} = \frac{Mg}{\sqrt{1-\left(\frac{R}{R+L}\right)^2}}$$

Oppgave 12

For de to massene m_1 og m_2:

$m_1g - S_1 = m_1a_1 = m_1\alpha r_1$ gir for snorkraften S1: $S_1 = m_1(g-\alpha r_1)$

$S_2 - m_2g = m_2a_2 = m_2\alpha r_2$ gir for snorkraften S2: $S_2 = m_2(\alpha r_2 + g)$

Siden denne er positiv med de numeriske verdiene satt inn: det er kloss 1 som faller nedover
Vinkelakselerasjon til systemet;

$$\alpha I = \tau_{tot} = S_1r_1 - S_2r_2$$

$$\alpha I = S_1r_1 - S_2r_2 = m_1(g-\alpha r_1)r_1 - m_2(\alpha r_2 + g)r_2$$
$$m_1gr_1 - m_2gr_2 = \alpha I + m_1\alpha r_1^2 + m_2\alpha r_2^2$$

Løst mht vinkeakselerasjon:

$$\alpha = g\frac{m_1r_1 - m_2r_2}{I + m_1r_1^2 + m_2r_2^2}$$

$$\alpha = g\frac{m_1r_1 - m_2r_2}{I + m_1r_1^2 + m_2r_2^2} = 0{,}151\mathrm{s}^{-2}$$

$\alpha r_1 = 0{,}03\,\mathrm{m\,s}^{-2}$

Tilnærmet:

$\tau_{tot} = m_1gr_1 - m_2gr_2$

$$\alpha = \frac{(m_1gr_1 - m_2gr_2)}{I} = 0{,}157\mathrm{s}^{-2}$$

Oppgave 13

Bruker karusellens sentrum (aksling) som referansepunkt. Dreieimpuls til systemet før innhoppet: mvR og etter innhoppet: $I\omega$ med totalt treghetsmoment

$$\mathrm{I} = \frac{1}{2}MR^2 + \mathrm{mR}^2$$

Dermed:

$$\mathrm{L} = \mathrm{mvR} = \left(\tfrac{1}{2}MR^2 + \mathrm{mR}^2\right)\omega$$

og perioden (omløpstiden) beregnes fra $\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\left(\frac{1}{2}M + m\right)R^2}{mvR} = \frac{\pi R}{v}\left(2 + M/m\right)$

Oppgave 14

For harmonisk oscillator er kraft proporsjonal med utsving fra likevekt. Da er også akselerasjonen a = F/m proporsjonal med avstand fra likevekt. Ved d er derfor absoluttverdien av akselerasjonen det dobbelte av ved c. (dvs: 6, 0 m/s)

Oppgave 15

Utsvingsamplituden A avtar eksponentielt med tiden ut fra oppgitt formel:

$$x(t) = Ae^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t}\cos\left(\omega' + \phi\right)$$

Med A=3 cm blir amplituden redusert til 0.5 cm etter en tid t bestemt av:

$$0.5 = 3e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t}$$

Dvs; t er gitt av: $t = \frac{2m}{b}\ln\left(\frac{3}{0.5}\right) = \frac{2\cdot 0.02\mathrm{kg}}{0.025\,\mathrm{Ns/m}}\ln(6) = 2.87\mathrm{s}$

Perioden T er gitt av

$$T = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}}$$

Innsatt med numeriske verdier finner en T = 0.1987 s; dvs 14,42 perioder innenfor t
(=> 14 hele perioder)

Oppgave 16

Fra oppgitt x(t) er

$$a_x = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{d^2\left(0{,}5m\sin(12s^{-1}t + \pi/3)\right)}{dt^2} = -0{,}5m(12s^{-1})^2\sin(12s^{-1}t + \pi/3)$$

Den maksimale aksellerasjonen er $0{,}5m(12s^{-1})^2$ ved $\sin(12s^{-1}t + \pi/3) = -1$ ved som gir a =72 m/s^2

Oppgave 17

Summer de elektrostatiske kreftene mellom 4q ladning øverst til venstre og de øvrige 4 ladningene. To av kraftkomponentene er tiltrekkende, og to er frastøtende, slik det framkommer av fortegnet på produktet av ladningee. Avstandene fra 4q til de andre er hhv b, b, $b/\sqrt{2}$ og $b\sqrt{2}$, slik at i absoluttverdi av delkreftene hhv

$\frac{12q^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$ i negativ x-retning fra 3q

$\frac{8q^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$ i negativ y-retning fra -2q ladning nederst til venstre

$\frac{8q^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$ fra q i midten av kvadratet,

$\frac{8q^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$ fra -4q nederst til høyre

De to sistnevnte er motsatt rettet, og vil derfor ikke gi noe netto bidrag.
Absoluttverdien av nettokraften på 4q blir dermed:

$$F = \sqrt{\left(\frac{12q^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}\right)^2 + \left(\frac{8q^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}\right)^2} = \frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}\sqrt{9+4} = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 b^2}\sqrt{13}$$

Oppgave 18

Det elektriske potensialet i x-y planet er gitt ved:

$$V(x,y) = -V_0\left(\frac{x^2 - y^2}{a^2}\right)$$

x og y komponentene til det elektriske feltet er gitt ved:

$$E_x = -\frac{dV(x,y)}{dx} = \frac{2V_0}{a^2}x \text{ og } E_y = -\frac{dV(x,y)}{dy} = -\frac{2V_0}{a^2}y$$

I den angitte posisjonen blir disse: $E_x(x=2a) = \frac{2V_0}{a^2}2a = \frac{4V_0}{a}$ og $E_y(y=2a) = -\frac{2V_0}{a^2}(2a) = -\frac{4V_0}{a}$

Det elektriske feltet I (x,y) =(2a, 2a) er:

$$\vec{E}(2a,2a) = \frac{4V_0}{a}\vec{i} - \frac{4V_0}{a}\vec{j}$$

Oppgave 19

Vi finner forskjellene i elektrisk potensial ved

$$\Delta V = -\int \vec{E}\cdot\vec{ds}$$

Anvendt på denne oppgaven:

$$\Delta V = -\int_{r=1.m}^{r=0.25m} \frac{k}{r}\hat{r}\vec{dr} = -k\int_{r=1.0m}^{r=0.25m}\frac{dr}{r} = -k\left|\ln r\right|_{r=1.0m}^{r=0.25m} = k\ln 4 = 1.39V$$

Oppgave 20

For at protonene skal holde seg i den sirkulære banen må Lorentzkrafta være lik sentripetalkrafta:

$$F_l = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

For de to hastighetene finner vi da følgende verdier for B:

$$B=\frac{mv^2}{qvr}=\frac{mv}{qr}=\frac{1,67\cdot10^{-27}\,\mathrm{kg}\,3,00\cdot10^{8}\,\mathrm{m/s}}{3\cdot1,60\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}\,25,0\,\mathrm{m}}=41,8\,\mathrm{mT}$$

$$B=\frac{mv^2}{qvr}=\frac{mv}{qr}=\frac{1,67\cdot10^{-27}\,\mathrm{kg}\,0.916\cdot3,00\cdot10^{8}\,\mathrm{m/s}}{1,60\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}\,25,0\,\mathrm{m}}=115\,\mathrm{mT}$$

Dvs, styrken fra magnetfeltet må øke fra 41,8 mT til 115 mT for at protonene skal holde seg i banen.

Oppgave 21

Når ionene akselereres ved hjelp av potensialet V mellom elektrodeparet (A-B), vil de oppnå en kinetisk energi lik qV (endring i potensiell energi). Dette gir følgende likn for hastigheten til ionene (bruker indeks i, og i=1,2)

$\frac{1}{2}mv_i^2=qV$;

Dette gir: $v_i=\sqrt{\frac{2qV}{m_i}}$

for hver av ionene når de kommer ut av spalten av elektrode B og starter på området hvor det er et magnetfelt. Kraften på ionene når de kommer inn i magnetfeltet er gitt ved:

$F_i=qv_iB_0$

Retningen på kraften fra magnetfeltet på ionene er vinkelrett på bevegelsesretningen til ionene. Dette gir opphav til sentripetalkraft som er lik

$\frac{m_iv_i^2}{r_i}$

Løst mht radius til ionene

$F_i=qv_iB_0=\frac{m_iv_i^2}{r_i} \qquad \Rightarrow r_i=\frac{m_iv_i}{qB_0}=\frac{m_i}{qB_0}\sqrt{\frac{2qV}{m_i}}=\frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{2m_iV}{q}}$

Den siste delen: omdanner til å løse ut mhp masse til ionene

$$r_i=\frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{2m_iV}{q}}$$

Forhold mellom de to radiene blir da:

$$\frac{r_1}{r_2}=\frac{\frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{2m_1V}{q}}}{\frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{2m_2V}{q}}}=\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

Oppgave 22

Begge de ladede partiklene lager et magnetisk felt som peker i negativ z-retning. Styrken på feltet finner man fra magnetfeltet fra en partikkel i bevegelse.
Generell likning:

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}q\frac{\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$$

Fra 2q ladning øverst er bidrag til magnetfeltet i origo.

$$\left|\vec{B}\right|_1=\frac{\mu_0}{4\pi}2q\frac{2v}{\left(d/2\right)^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{16qv}{d^2}$$

Og fra q nederst:

$$\left|\vec{B}\right|_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{v}{(d/2)^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{4qv}{d^2}$$

Totalt:

$$\left|\vec{B}\right| = \left|\vec{B}\right|_1 + \left|\vec{B}\right|_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{20qv}{d^2} = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{5qv}{d^2}$$

Siden retningen på feltet er i negativ z-retning:

$$\vec{B} = -\frac{5\mu_0}{\pi}\frac{qv}{d^2}\vec{k}$$

Oppgave 23

Det magnetiske feltet rundt den lederen med strømmen I går ut av planet i henhold til høyrehåndsregelen. Retningen på strømmen som genereres i sløyfa kan vi finne ut fra Faradays lov. Den sier at effekten av den induserte strømmen vil være at den motarbeider endring som skjer i magnetisk fluks når sløyfa trekkes bort fra lederen. Den magnetiske fluks fra I gjennom planet til lederen vil minke når sløyfa dras bort, for å motvirke reduksjonen i magnetfelt ut av planet må retningen på den induserte strømmen være mot klokka.

Den magnetiske fluksen gjennom kvadratisk sløyfe:

$$\Phi_B = \int B dA = \int_r^{r+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} h dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} h\left(\ln(b+r) - \ln r\right)$$

Her er bredde angitt med b og høyde h for strømsløyfa. I tilfellet med kvadratis: h=b

Indusert strøm er dermed gitt ved:

$$I' = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{\mu_0 I h}{2\pi R}\left(\frac{1}{b+r} - \frac{1}{r}\right)\frac{dr}{dt} = \frac{\mu_0 I h}{2\pi R}\frac{b}{r(b+r)}v$$

(R er motstand i sløyfa), Dvs: I' proporsjonal med I, og minker med avstand r

Samlet: I' går mot klokka, er proporsjonal med I, og minker med avstand r

Oppgave 24

Den induserte spenningen i sløyfa er gitt av:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(\vec{B}\cdot\vec{A})}{dt} = -BA\frac{d(\cos\omega t)}{dt} = -BA\sin\omega t$$

Strømmen er gitt av $I = \frac{\varepsilon}{R}$ slik at en får for energi omsatt per omdreining:

$$E = \int_0^T \varepsilon(t) I(t) dt = \int_0^T \frac{\varepsilon^2(t)}{R} dt = \frac{B^2 A^2 \omega^2}{R}\int_0^T \sin^2(\omega t)\, dt = \frac{B^2 A^2 \omega^2}{R}\int_0^{2\pi} \sin^2(x)\frac{dx}{\omega} = \frac{\omega B^2 A^2 \pi}{R}$$

Oppgave 25

Hvilket av følgende utsagn er sant? – rett svar: **uthevet**

. Termodynamikkens andre lov er en konsekvens av første lov.

. . Termodynamikkens andre lov gjelder bare irreversible prosesser.

. Det er umulig for en syklisk prosess a omgjøre all varme helt til arbeid.

. Det er umulig for en syklisk prosess å omgjøre alt arbeid helt til varme.

. Termodynamikkens andre lov gjelder bare reversible prosesser.

Oppgave 26

Teen må miste en varme (som brukes til å varme opp is, smelte opp is, og så varme opp dette isvannet) for å endre temperature fra 75 til 5 ºC:

$\Delta Q_{te} = m_{te} C_v \Delta T_{te}$

hvor vi har brukt indeks te for denne komponten.

Denne varmen brukes til å varme opp isen, smelte isen, og varme isvannet til å nå samme temperatur vi ønsker.

Massse til is som trengs er mi.

$\Delta Q_{is} = m_{is} C_i \Delta T_i + m_{is} L_i + m_{is} C_v \Delta T_{i-te}$

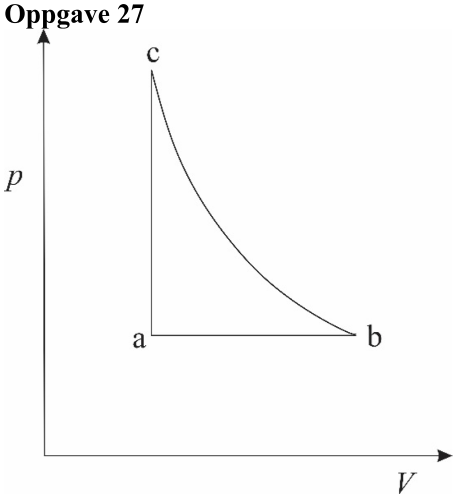
Dette gir massen til is som trengs:

$$m_{is} = m_{te} \frac{C_v \Delta T_{te}}{C_i \Delta T_i + L_i + C_v \Delta T_{i-te}}$$

med numeriske verdier:

$$m_{is} = m_{te} \frac{C_v \Delta T_{te}}{C_i \Delta T_i + L_i + C_v \Delta T_{i-te}} = 0{,}15\text{kg} \frac{4{,}187 \cdot 70}{2{,}108 \cdot 10 + 334 + 4{,}187 \cdot 5} = 117g$$

Oppgave 27



Med isentropisk prosess mellom b og c er åpenbart Sb = Sc. Med det oppgitte uttrykket dS = CV dT/T for isokor prosess er det videre klart at entropien øker fra a til b. Dermed: Sa < Sb = Sc.

OPPGAVE 28

I en isoterm prosess er tilført varme like stor som utført arbeide siden det ikke er noe endring i indre energi (T er konstant); $\Delta U = Q - W = 0$. Dette gjelder både for delprosess 1-> 2 (ekspansjon) og 3->4:

$Q_H = W_H = nRT_H \ln(V_2/V_1)$

$Q_L = W_L = nRT_L \ln(V_4/V_3)$

Her er W_L (Q_L) negativ siden $V_4<V_3$

$Q_L = W_L = nRT_L \ln(V_4/V_3) = nRT_L \ln(V_1/V_2) = -nRT_L \ln(V_2/V_1)$

Netto nyttbart arbeide blir $W = W_H + W_L = nRT_H \ln(V_2/V_1) - nRT_L \ln(V_2/V_1) = (T_H - T_L) nR \ln(V_2/V_1)$

Virkningsgraden er netto nyttbart arbeide relativt til tilført varmemengde,

$Q_{inn} = Q_{41} + Q_H = nC_V(T_1 - T_4) + nRT_H \ln(V_2/V_1)$

dvs QH:

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_{inn}} = \frac{(T_H - T_L)\, nR\ln(V_2/V_1)}{nC_V(T_1 - T_4) + nRT_H \ln(V_2/V_1)} = \frac{(T_H - T_L)\ln(V_2/V_1)}{(\mathrm{C_V}/R)(T_1 - T_4) + T_H \ln(V_2/V_1)} = \frac{360\ln(3)}{360\cdot\frac{3}{2} + (273{,}15 + 400)\ln(3)} = 0{,}31$$

OPPGAVE 29

Siden det er en isoterm prosess vil det ikke være noe endring i indre energi i prosssen. Av det følger at tilført varme og arbeid som utføres er like. Kan da beregne tilført varme ut fra utført arbeid:

$$Q = W = \int p\, dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\, dV = nRT\ln(V_2/V_1)$$

Endring i entropi:

$$S = \int dS = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T}\int_{V_1}^{V_2} dQ = \frac{Q}{T} = \frac{nRT\ln(V_2/V_1)}{T} = nR\ln(V_2/V_1)$$

Med numeriske verdier:

$$S = nR\ln(V_2/V_1) = 2{,}0\mathrm{mol}\cdot 8{,}31\mathrm{Jmol^{-1}K^{-1}}\ \ln(3{,}7/2) = 10{,}2\, J/K$$

Oppgave 30

Vi må erstatte T og T_0 i uttrykket

$$S(T,V) = nC_V \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

med p og p_0.

Ideell gasslov

$$pV = nRT$$

gir

$$T = \frac{pV}{nR} \text{ og } T_0 = \frac{p_0V_0}{nR} \text{ slik at } \frac{T}{T_0} = \frac{pV}{nR}\frac{nR}{p_0V_0} = \frac{pV}{p_0V_0}$$

Innsatt i uttrykket for entropien:

$$S(\mathrm{p},V) = nC_V \ln\left(\frac{pV}{p_0V_0}\right) + nR\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0 = nC_V \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + nC_V \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + nR\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

$$= nC_V \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + n(C_V + R)\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0 = nC_V \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + nC_p \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

hvor det i siste overgang er brukt: *Cv*+*R*=*Cp*