INSTITUTT FOR FYSIKK

LØSNINGSFORSLAG/SENSORVEILEDNING
EKSAMEN I EMNE TFY 4125 FYSIKK
Eksamen 3 juni 2020
Tid: kl. 0900 – 1300.

Oppgave 1

$v = \frac{v_0 t_1^2}{t^2}$ for $t>t_1$

Tilbakelagt distanse:

$$s(t) = \int_{t=0}^{t} v(t)dt$$

For toget i problemstillingen er tilbakelagt distanse opp til en tid t_2 etter at toget passerte signalskiltet gitt ved:

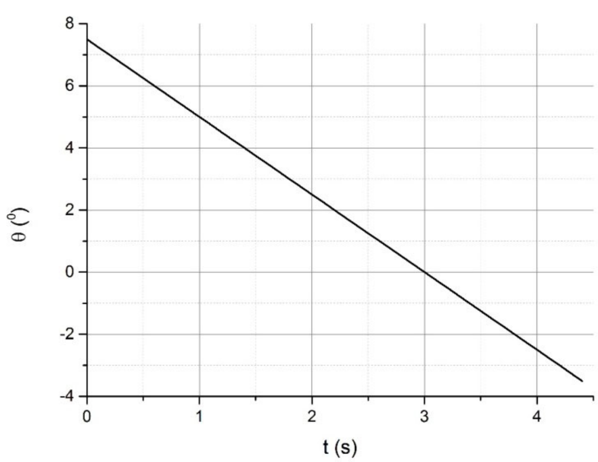
$$s(t_2) = \int_{t=0}^{t_1} v_0 dt + \int_{t=t_1}^{t_2} v_0 \frac{t_1^2}{t^2} dt = v_0 t_1 + v_0 t_1^2 \int_{t=t_1}^{t=t_2} \frac{dt}{t^2} = v_0 t_1 + v_0 t_1^2 \left. \frac{-1}{t} \right|_{t=t_1}^{t=t_2} = v_0 t_1 + v_0 t_1 - \frac{v_0 t_1^2}{t_2} = 2v_0 t_1 - \frac{v_0 t_1^2}{t_2}$$

Tilbakelagt strekning til toget stopper finnes ved grensen $t_2 \to \infty$ og er gitt ved:

$$\lim_{t_2 \to \infty} s(t_2) = 2v_0 t_1$$

Numerisk: 2 60 m/s 120 s = 14400 m = 14,4 km

Oppgave 2



Figurtekst:
Figur 1: Vinkelen mellom bevegelsesretningen (hastighetsvektoren) og x-aksen (positiv vinkel mot klokken), som funksjon av tid.

En partikkel beveger seg langs en bane som er gitt av

$$\vec{r} = (5.0\text{m/s})t\,\vec{\mathrm{i}} + (at + bt^2)\,\vec{\mathrm{j}}$$

Vinkelen mellom partikkelens bevegelsesretning (gitt av v) og x-aksen er gitt av grafen figur 1.

Hva er konstantene a (i m/s) og b i likningnen?

Løsningsforslag:
Hastighetsvektoren finnes ved å derivere posisjonsvektoren:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (5.0\text{m/s})\,\vec{\mathrm{i}} + (a + 2bt)\,\vec{\mathrm{j}}$$

Hastighetsvektoren bestemmer bevegelsesretningen. Vinkelen theta mellom bevegelsesretningen og x-aksen finnes fra

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{a + 2bt}{5.0\text{m/s}}$$

Hvor a og b er to ukjente vi skal finne fram til. Informasjon om disse kan vi få fram ved å lese av data fra figuren på to punkter. Hensiktsmessige valg av disse: Theta = 0 er observert ved t= 3,0 s. og theta = 5grader ved 1,0 s. Dette gir:

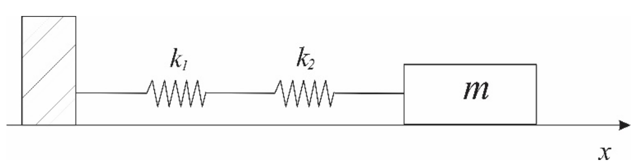
$$a + 2b(3s) = 0 \qquad a = -(6\text{s})b$$

Den andre avlesningen gir grunnlag for:

$$(5.0\text{m/s})\tan(5^0) = a + 2b(1.0\text{s}) = -(6.0\text{s})b + 2b(1.0\text{s}) = -(4.0\text{s})b$$

$$b = \frac{-(5.0\text{m/s})\tan(5^0)}{4.0\text{s}} = -0.11$$ m/s^2 ; a = 0.66m/s

Oppgave 3



En masse m som ligger på et friksjonsløst bord er koblet til en vegg ved hjelp av to fjærer, med fjærkonstanter k_1 og k_2 er koblet i serie (Figur). Massen dras ut fra sin likevektsposisjon og slippes. Hva er vinkelfrekvensen for svingningen av massen?

Løsning: Ved seriekopling av to fjærer er den totale deformasjon av fjærene med en avstand x vil deformasjonen fordele seg med x_1 og x_2 på de to fjærene; $x = x_1 + x_2$ og slik at kraft påført de seriekoblede fjærene vil være lik på begge fjærene:

$$F = k_1 x_1 = k_2 x_2$$

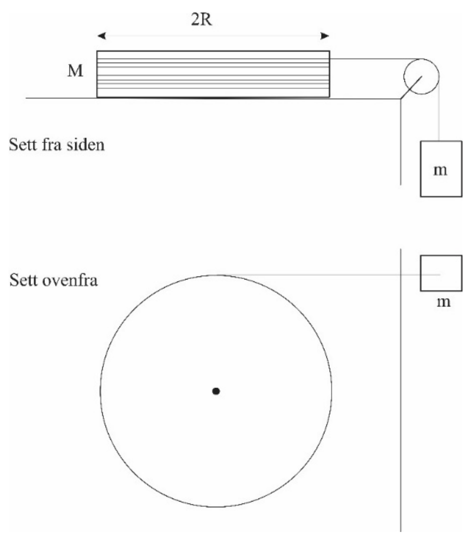
Den effektive fjærkonstanten til den ny fjæra defineres ved Hooke's lov og den totale deformasjonen, slik at:

$$kx = k(x_1 + x_2) = k_1 x_1$$

$$k = k_1 \frac{x_1}{x_1 + x_2} = k_1 \frac{x_1}{x_1 + \frac{k_1}{k_2} x_1} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}}$$

Oppgave 4



Newtons 2. lov for massse m, snordrag S): $ma = mg - S$
Newtons 2. lov for rotasjon for skiva: $\tau = I_0 \alpha = I_0 a / R$
Her gjelder videre $\tau = SR$ og $I_0 = MR^2 / 2$samt relasjonen mellom vinkelakselerasjon og lineær aksellerasjon
Dette resulterer $\tau = SR = I_0 a / R = \frac{1}{2} MR^2 a / R = \frac{1}{2} MRa$; som gir $S = \frac{1}{2} Ma$
Satt i Newtons 2 low for massen m:
$ma = mg - S = mg - \frac{1}{2} Ma$
Løst mhp a:

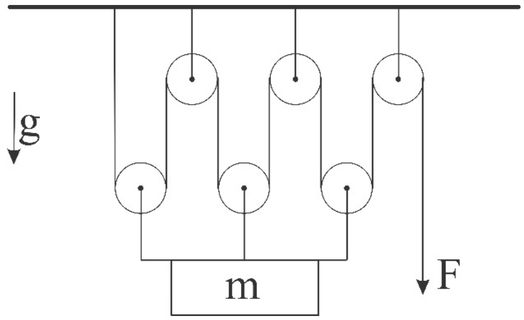
$$ma + \frac{1}{2} Ma = \left(m + \frac{1}{2} M\right) a = mg$$

$$a = \frac{mg}{m + \frac{1}{2} M} = \frac{g}{1 + \frac{M}{2m}}$$

som med 2m = 100 g og M = 650 g blir a = g/7,5 = 1,31 m/s^2.

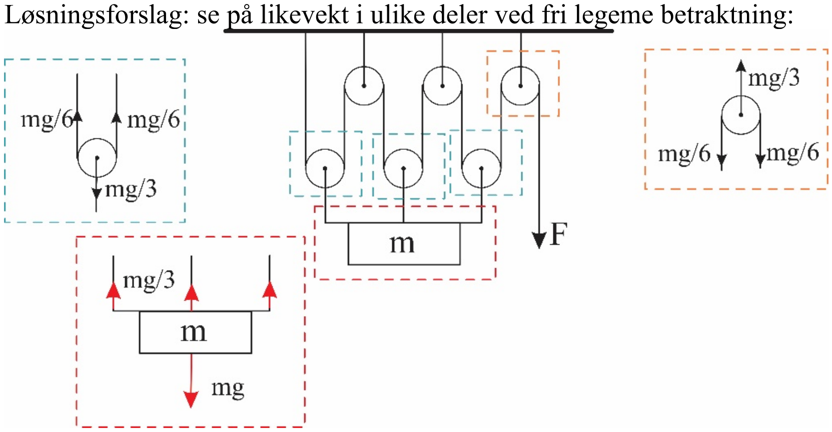
Oppgave 5

En masse m henger festet til ei talje med 6 trinser slik det er vist i figuren:



Massen m er festet til tre av trinsene, og de to andre trinsene festet til taket. Et tau festet til taket går via alle trinsene og en kan dra i den enden av tauet som ikke er festet til taket med en kraft T. Tyngdens aksellerasjon virker i området. Det antas at rotasjon av trinsene er uten friksjon og at vi kan se bort fra massen til tauet i problemstillingen.
Hvor stor kraft F må vi dra i tauet for å holde massen m i ro?

Løsningsforslag: se på likevekt i ulike deler ved fri legeme betraktning:



Oppdateres: ut fra det: mg/6

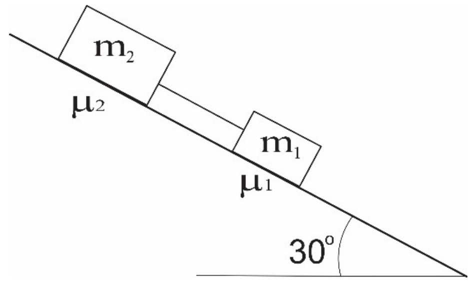
Oppgave 6

Når motoren gjør at bilen akselererer raskere enn om den bare hadde trillet må netto kraft nedover planet øke. Det skjer ved at netto kraft fra bakken på dekket blir mindre negativ (med positiv retning nedover). Men kraften peker oppover inntil dreiemomentet fra motoren overstiger en gitt kraft.

Dvs: Om motoren akselererer bilen raskere enn om den bare hadde trillet, peker friksjonskraften nedover planet når dreiemomentet fra motoren overstiger en viss verdi.

(Angaende andre alternativer: Når bilen triller peker friksjonskraften alltid oppover (for å gi opphav til et dreiemoment). Når bilen bremser må netto kraft fra bakken bli større oppover langs planet.)

Oppgave 7



To klosser ligger på et skråplan med en helningsvinkel på 30° i forhold til horisontal retning. Klossenes masse er m_1 = 75g og m_2 = 150 g. De to klossene har statiske friksjonskoeffisienter μ_1 og μ_2 i forhold til skråplanet. Situasjonen er illustrert i figuren i oppgaven.
Hvilken ulikhet må være oppfyllt for at de to klossene skal ligge i ro?

Løsning:
Klossene blir liggende i ro under forutsetning om at den maksimale statiske friksjonskraften
$\mu_1 \mathrm{N}_1 + \mu_2 \mathrm{N}_2 = \mu_1 \mathrm{m}_1 g\cos\theta + \mu_2 \mathrm{m}_2 g\cos\theta$
er minst like stor som summen av tyngdekomponentene parallelt med skråplanet:
$\mathrm{m}_1 g\sin\theta + \mathrm{m}_2 g\sin\theta$

Dette gir:
$\mu_1 \mathrm{m}_1 g\cos\theta + \mu_2 \mathrm{m}_2 g\cos\theta \geq \mathrm{m}_1 g\sin\theta + \mathrm{m}_2 g\sin\theta$
$(\mu_1 \mathrm{m}_1 + \mu_2 \mathrm{m}_2)\cos\theta \geq (\mathrm{m}_1 + m_2)\sin\theta$
Med oppgitt tallverdier:
$(\mu_1 \mathrm{m}_1 + \mu_2 2\mathrm{m}_1)\frac{\sqrt{3}}{2} \geq (\mathrm{m}_1 + 2m_1)\frac{1}{2}$ $\quad$ $(\mu_1 + \mu_2 2)\frac{\sqrt{3}}{2} \geq \frac{3}{2}$
$\mu_1 + 2\mu_2 \geq \sqrt{3}$

Oppgave 8

Aktuell bevegelse for de to klossene er mot høyre for A og mot venstre for B. På kloss B virker snorkraft, T, mot venstre og friksjonskraft mot høyre, motsatt like store så lenge klossen(e) er i ro. Maksimal friksjonskraft like før klossen starter å gli:
$T = F_{f,B} = \mu_S F_{N,B} = \mu_S m_B g = 0,55 \cdot 4,0kg \cdot 9,81m/s^2 = 21,6N$

Oppgave 9
Vurder to ulike tenkte situasjoner, begge er slettes ikke gunstig. I den første situasjonen kjører du en bil i en hastighet på 80 km/time, og frontkolliderer med en identisk bil som også kjører i 80 km/time (mot deg). For å unngå en frontkollisjon vurderer du i stedet å kjøre inn i en fjellvegg. I situasjon 2 kolliderer bilen du kjører i en hastighet på 80 km/time med en fjellvegg (hastighet på denne er 0). I begge situasjonene støter ikke bilen tilbake fra det som treffer den (bil eller fjellvegg), og det regnes som at kollisjonstiden er den samme.

Kraften på bilen vil være den samme i de to tilfellene.
Ved å bruke Newtons 2de lov ; F = ma = Δp/Δt = 2mΔv/Δt med hensyn på bilen du sitter i, vil vi i sammenstøtet ha samme endring i hastighet i løpet av samme tidsintervall

OPPGAVE 10

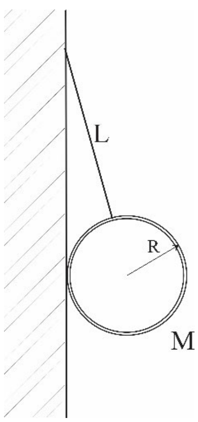
En tynn stang har lineær massetetthet gitt av
$\rho(x) = 0.25\,\mathrm{kg\,m^{-1}} + \left(0.05\,\mathrm{kg\,m^{-3}}\right)x^2$
hvor x er et punkt på stangen målt fra den ene enden. Lengden av stangen er 1,0m. Stangen er festet til en akse i den enden som er lettest. Hva er stangens treghetsmoment med hensyn til denne aksen?

Treghetsmomentet er definert som $I = \sum m_i r_i^2$ for en diskret massefordeling. For en kontinuerlig massefordeling er den gitt ved: $I = \int r^2 dm$.
Anvendt på den aktuelle situasjonen: $dm = \rho(x)dx$
Ved feste av staven I den letteste enden: x og r er sammenfallende variable

$$I = \int r^2 dm = \int_{x=0}^{x=1} x^2 \rho(x)dx = \int_{x=0}^{x=1} x^2 \left(0.25\,\mathrm{kg\,m^{-1}} + \left(0.05\,\mathrm{kg\,m^{-3}}\right)x^2\right)dx =$$

$$\left[\frac{0.25}{3}x^3 + \frac{0.05}{5}x^5\right]_0^1 \mathrm{kg\,m^2} = 0.093\,\mathrm{kg\,m^2}$$

Oppgave 11



Det er tre krefter som virker på den korte sylinderen: snorkraft, tyngdekraft og kraft fra veggen.
Balanse mellom krefter i y retning (vertikalt) gir at tyngdekraften balanseres av den vertikale kraftkomponenten av snorkraften:

$$S\cos\theta = Mg$$

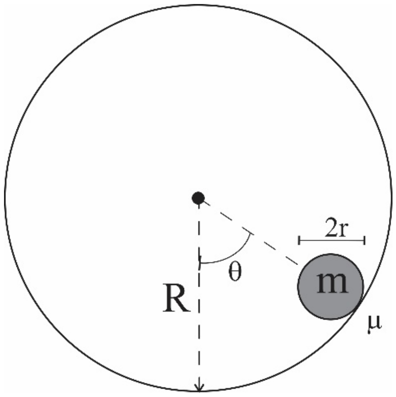
hvor θ er vinkelen mellom vertikalen og retning på snora (denne finner vi også som vinkel mellom veggen og snora i festepunktet til snora.
Vi finner vinkelen $\cos\theta$ ut fra trekanten som dannes mellom festepunkt tau (A), senteret i sylinderen (B) og kontaktpunkt til kula mot vegg C. Avstandene AB=R+L; BC er R.

$$\sin\theta = \frac{R}{R+L} \text{ og } \cos\theta = \sqrt{1-\left(\tfrac{R}{R+L}\right)^2}$$

og

$$S = \frac{Mg}{\cos\theta} = \frac{Mg}{\sqrt{1-\left(\tfrac{R}{R+L}\right)^2}}$$

Oppgave 12



En kule med radius r og homogen massetetthet og total masse m, kan rulle på innsiden av en sylinder med radius R. Radius til sylinderen er større enn kula, R>r. Anta at kula slippes fra en startposisjon på innsiden av sylinderen men vinkel θ = 60° mellom forbindelseslinjen fra sentrum av sylinderen til kula og loddlinjen. Hvor stor må friksjonskoeffisienten μ (mellom kula og innsida av sylinderen) minst være for at kula fra starten av skal rulle uten å gli?
(Treghetsmoment til kule med homogen massetetthet: $\mathrm{I} = \frac{2}{5}mr^2$.

Vi har $\sin(60^\circ) = \sqrt{3}/2; \quad \cos(60^\circ) = 1/2$

Kula med masse m akselleres både mht rotasjon og translasjon, og de bevegelsene er koplet ved kontakten.
For rotasjonen: friksjonskraften f har angrepslengde r til massesenteret som gir vinkelakselerasjon α til kula:

$$fr = I\alpha = \frac{2}{5}mr^2\frac{a}{r}$$

Dette gir sammenheng mellom a og f: $f = \frac{2}{5}ma$

For translasjon:

$$mg\sin(\theta) - f = ma$$

Innsatt med uttrykk for f:

$$mg\sin(\theta) - \frac{2}{5}ma = ma \qquad a = \frac{5}{7}\sin(\theta)g$$

Nå er friksjonskoeffisienten definert ved normalkraft N mellom kula og innsiden av sylinderen:

$$f = \frac{2}{5}ma = \mu N = \mu mg\cos(\theta)$$

Satt inn med a uttrykt ved g:

$$\mu mg\cos(\theta) = \frac{2}{7}\sin(\theta)mg \qquad \mu = \frac{2}{7}\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

Det er den største verdien av θ = 60° som krever størst friksjonskoeffisient for rulling, slik at:

$$\mu = \frac{2}{7}\frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{7} = 0.495$$

Oppgave 13
Bruker bevaring av dreieimpuls for situasjonen før og etter:

$$mvl/2 = mv_e l/2 + I\omega$$

Her er ve hastigheten til når den sitter fast i stanga rett etter den har blitt skutt inn i den.
Treghetsmoment til staven om omdreiningspunktet:

$$I = \frac{1}{12}Ml^2 + M\left(\frac{l}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{12}+\frac{1}{16}\right)Ml^2 = \frac{7}{48}Ml^2$$

Her er det brukt at treghetsmomentet til stang om rotasjonsaksen i midten pluss et bidrag ved å forskyve rotasjonsaksen l/2 vha Steiners sats.

Videre: sammenheng mellom hastighet for prosjektilet rett etter kollisjonen og omega: $\omega = \frac{v_e}{l/2} = \frac{2v_e}{l}$

$$mvl = mv_e l + 2\tfrac{7}{48}Ml^2\omega = mv_e l + \tfrac{7}{24}Ml^2\frac{2v_e}{l} = \left(m + \tfrac{7}{12}M\right)lv_e$$

Løst mht på hastighet etter at kula treffer::

$$v_e = \frac{m}{\left(m+\tfrac{7}{12}M\right)}v = \frac{1}{1+\tfrac{7}{12}\tfrac{M}{m}}v$$

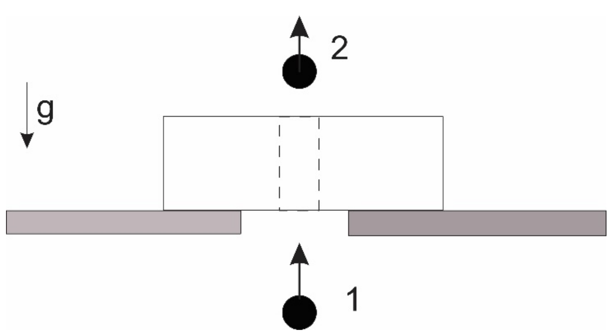
Numeriske verdier:

$$v_e = 100\frac{1}{1+\tfrac{7}{12}\tfrac{350}{15}}\,\text{m/s} = 6{,}8\,\text{m/s}$$

$$\omega = \frac{v_e}{l/2} = \frac{2v_e}{l} = 13{,}7\ \text{s}^{-1}$$

Oppgave 14

Ei kule blir skutt gjennom en trekloss som ligger over et hull i et bord. Kula treffer treklossen med en hastighet på 400 m/s og kommer ut igjen (illustrert i figur):



Figur: Kule som skytes inn i trekloss som ligger over hull i bord.

Vi observerer at treklossen løfter seg maksimalt til en høyde 0.50 m over bordet. Massen til kula er 100g, og treklossen har en masse på 6.0 kg. Anta at vi kan se bort fra at treklossen løfter seg før kula har gått gjennom treklossen.

Hva er utgangshastigheten til kula?

Løsningsforslag:

Endring i bevegelsesmengde til kula når den går gjennom klossen må tilsvare endringen i bevegelsesmengde til treklossen. For kula: $\Delta p = m\,\Delta v = m(v_2 - v_1)$

hvor v_1 og v_2 er hastighet til kula før og etter at den gått gjennom treklossen m er masse til kula. Endring i bevegelsesmengde til kula og trekloss samlet er bevart:

$\Delta p_{tot} = \Delta p_{kule} + \Delta p_{trekloss} = 0$

slik at $\Delta p_{kule} = -\Delta p_{trekloss} = m(v_1 - v_2) = Mv_T$

hvor M er massen til treklossen, og v_T er hastighet til trekloss i det kula går ut. Ved punktet der treklossen er høyest er den potensielle energien til treklossen lik den kinetiske energien rett etter kula går ut av treklossen:

$Mgh = \frac{1}{2}Mv_T^{\,2}$

Dette gir: $gh = \frac{1}{2}v_T^{\,2} = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{M}\right)^2 (v_1 - v_2)^2$

Løst mhp v2: $v_2 = v_1 \pm \frac{M}{m}\sqrt{2gh}$

Her er kun minustegnet som gir fysisk rett løsning.
Med numeriske verdier:

$$v_2 = v_1 - \frac{M}{m}\sqrt{2gh} = 400\,\mathrm{m/s} - \frac{6.0}{0.1}\sqrt{2\cdot 9.81\,\mathrm{m/s}\cdot 0.5\mathrm{m}} = 212.1$$

Oppgave 15

En kloss med masse 30g er festet med en fjær med fjærkonstant 20 N/m. Klossen forskyves med 3.0cm fra likevektsstillingen til fjæra og klossen slippes fra en denne posisjonen når den er i ro. Klossen utfører deretter dempede svingninger beskrevet ved at dempingskraften er proporsjonal med hastigheten til klossen med dempingskoeffisient b = 0.1 Ns/m. Hvor mange hele perioder svinger klossen før utsvingsamplituden er redusert til 0.5 cm?

Utsvingsamplituden A avtar eksponentielt med tiden ut fra oppgitt formel:

$x(t) = Ae^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t}\cos\left(\omega' + \phi\right)$

Med A=3 cm blir amplituden redusert til 0.5 cm etter en tid t bestemt av:

$0.5 = 3e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t}$

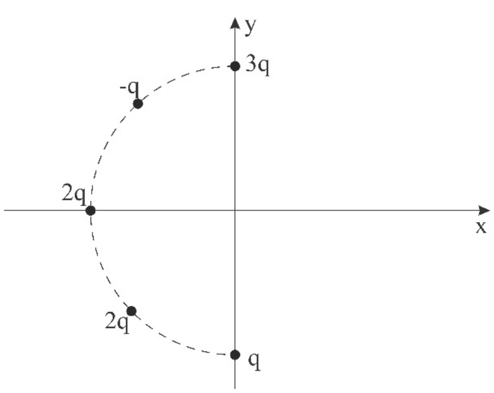
Dvs; t er gitt av: $t = \frac{2m}{b}\ln\left(\frac{3}{0.5}\right) = \frac{2\cdot 0.03\mathrm{kg}}{0.1\mathrm{Ns/m}}\ln\left(\frac{3}{0.5}\right) = 1{,}07\,\mathrm{s}$

Perioden T er gitt av

$T = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}}$

Innsatt med numeriske verdier finner en T = 0.2438 s; dvs 4,4 perioder innenfor t
(=> 4 hele perioder)

Oppgave 16



Må summere opp kraftvirkningene for de fem ladningen på prøveladningen Q i origo. Ser på alle bidragene:

Fra 3q ved x=0, y=r:

$$\vec{F}_1(3q) = -\frac{3qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{j}$$

Fra –q ved $x = -r/\sqrt{2}; y = r/\sqrt{2}$;

$$\vec{F}_2 = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{i}+\vec{j}\right)$$

Fra 2q ved x=-r, y=0

$$\vec{F}_3 = \frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{i}$$

Fra 2q ved $x = -r/\sqrt{2}; y = -r/\sqrt{2}$

$$\vec{F}_4 = \frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)$$

Fra q ved x=0, y=-r:

$$\vec{F}_5 = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{j}$$

$$\vec{F}_{tot} = -\frac{3qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{j} + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{i}+\vec{j}\right) + \frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{i} + \frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\vec{i}+\vec{j}\right) + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{j}$$

$$\vec{F}_{tot} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(-3\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{i}+\vec{j}\right) + 2\vec{i} + \frac{2}{\sqrt{2}}\left(\vec{i}+\vec{j}\right) + \vec{j}\right) = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 2 + \frac{2}{\sqrt{2}}\right)\vec{i} + \left(-3 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} + 1\right)\vec{j}\right)$$

$$\vec{F}_{tot} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\vec{i} + \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - 2\right)\vec{j}\right)$$

Oppgave 17

Det elektriske potensialet i x-y planet er gitt ved:

$$V(x,y) = -V_0\left(\frac{3x^2 - y^2}{a^2}\right)$$

x og y komponentene til det elektriske feltet er gitt ved:

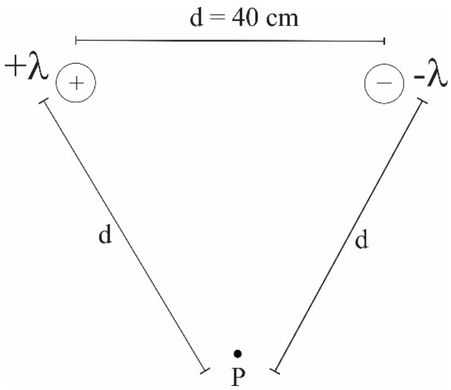
$E_x = -\frac{dV(x,y)}{dx} = \frac{6V_0}{a^2}x$ og $E_y = -\frac{dV(x,y)}{dy} = -\frac{2V_0}{a^2}y$

I den angitte posisjonen blir disse: $E_x(x=-a) = \frac{6V_0}{a^2}(-a) = -\frac{6V_0}{a}$ og $E_y(y=2a) = -\frac{2V_0}{a^2}(2a) = -\frac{4V_0}{a}$

Det elektriske feltet i posisjonen (x,y) =(-a, 2a) er:

$$\vec{E}(-a,2a) = -\frac{6V_0}{a}\vec{i} - \frac{4V_0}{a}\vec{j}$$

Oppgave 18



Figurtekst: Illustrasjon av to svært lange, lineære og parallelle ledere med motsatt ladningstetthet og et punkt P. Innbyrdes avstander mellom lederne er d, og avstand fra P til hver av lederne er d. Illustrasjonen viser et tverrsnitt i planet hvor punktet P befinner seg, og l. Lederne står normalt på planet i figuren.

To svært lange, lineære og parallelle leder har en ladningstetthet med lik absoluttverdi, men de er motsatt ladet. Ladningstetthetene er henholdsvis $+\lambda$ og $-\lambda$, og $\lambda = 1{,}2\ \mu C/m$. Avstanden mellom lederne er 40 cm.

Hva er den elektriske feltstyrken i punktet P som er i avstanden 40 cm fra begge lederne?
Vi antar at vi kan anta at lederne er uendelig lange i beregningen.

Løsningsforslag:

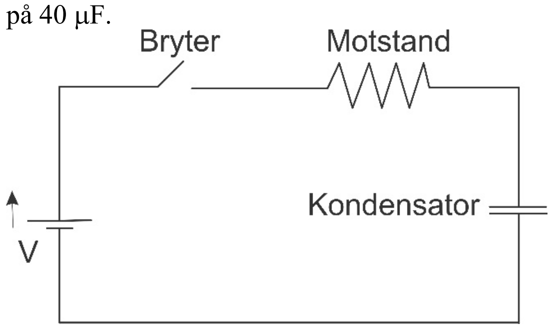
I punktet P peker feltet fra den positivt ladde staven radielt bort fra denne, mens feltet fra den negativt ladde staven peker radielt inn mot denne. Komponentene i vertikal retning på figuren vil ut fra geometri og ladningstetthet være like store, men motsatt rettet, med resultat at de kansellerer hverandre. For de horisontale komponentene: de er like store, og adderes.

$$E(\mathrm{P}) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d} 2\cos(60^\circ) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d} = 18\cdot 10^9\,\mathrm{Nm^2C^{-2}}\,\frac{1{,}2\cdot 10^{-6}\,\mathrm{Cm^{-1}}}{0{,}4\mathrm{m}} = 54\cdot 10^3\,\mathrm{V/m}$$

54 kV/m

Oppgave 19

En krets som består av en spenningskilde, en bryter, en motstand og en kondensator skal analyseres. Spenningskilden gir et potensial på 20V, motstanden har en resistans på 2 kΩ og kondensatoren har en kapasitans på 40 μF.



Det er ingen ladning på kondensatoren før bryteren lukkes. Anta at vi lukker bryteren ved t=0.

Hvor stor er ladningen på kondensatoren ved t = 40 ms?

(Tips: den generelle løsningen på differensial likningen $y'+ay=b$ er $y(t)=ce^{-at}+\frac{b}{a}$

Løsningforslag:
Etter lukking av bryteren: summen av alle spenningsfallene i en lukket krets må summere til 0. Dette gir

$$V-RI-V_C=0$$

hvor V_C er spenningsfallet over kondensatoren. Vi setter inn for I og ladning Q:

$$I=\frac{dQ}{dt} \quad \text{og} \quad V_C=\frac{Q}{C}$$

i likning for sum av spenningsfall:

$$V-RI-V_C=V-R\frac{dQ}{dt}-\frac{Q}{C}=0$$

Omarbeidet til standard form:

$$\frac{dQ}{dt}+\frac{Q}{RC}=\frac{V}{R}$$

Løst mht Q:

$$Q(t)=ce^{-t/RC}+VC$$

Her bestemmes integrasjonskonstanten c ved initialverdien: Q(t=0) = 0, som gir c = -VC

$$Q(t)=VC\left(1-e^{-t/RC}\right)$$

Med numerisk verdier:

$$Q(t=40\text{ms})=20\text{V}\cdot 40\cdot 10^{-6}\text{F}\left(1-e^{-0.04/20\cdot 40\cdot 10^{-3}}\right)=39\mu\text{C}=0.039\text{mC}$$

Oppgave 20

For at protonene skal holde seg i den sirkulære banen må Lorentzkrafta være lik sentripetalkrafta:

$$F_i=qvB=\frac{mv^2}{r}$$

For de to hastighetene finner vi da følgende verdier for B:

$$B=\frac{mv^2}{qvr}=\frac{mv}{qr}=\frac{1,67\cdot 10^{-27}\text{kg}\,3,00\cdot 10^{8}\text{m/s}}{3\cdot 1,60\cdot 10^{-19}\text{C}\,25,0\text{m}}=41,8\text{mT}$$

$$B=\frac{mv^2}{qvr}=\frac{mv}{qr}=\frac{1,67\cdot 10^{-27}\text{kg}\,0.916\cdot 3,00\cdot 10^{8}\text{m/s}}{1,60\cdot 10^{-19}\text{C}\,25,0\text{m}}=115\text{mT}$$

Dvs, styrken fra magnetfeltet må øke fra 41,8 mT til 115 mT for at protonene skal holde seg i banen.

Oppgave 21

Ladningen –q, øverst, setter opp et magnetisk felt når den beveger seg som er i positiv z-retning, og ladninen 2q nederst lager et magnetisk felt som peker i negativ z-retning. Styrken på feltet finner man fra magnetfeltet fra en partikkel i bevegelse.
Generell likning:

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}q\frac{\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$$

Fra -q ladning øverst er bidrag til magnetfeltet i origo.

$$\left|\vec{B}\right|_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{3v}{\left(d/2\right)^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{12qv}{d^2}$$

Og fra q nederst:

$$\left|\vec{B}\right|_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} 2q \frac{v}{\left(d/2\right)^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{8qv}{d^2}$$

Totalt i positiv z-retning:

$$\left|\vec{B}\right| = \left|\vec{B}\right|_1 - \left|\vec{B}\right|_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{4qv}{d^2} = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{qv}{d^2}$$

Siden retningen på feltet er i positiv z-retning:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{qv}{d^2}\vec{k}$$

Oppgave 22

Numerisk svaralternativ

Magnetisk fluks gjennom den rektangulære sløyfen når det går en strøm I i lederen AB:

$$\Phi_B = \int_a^b d\Phi_B = \int_a^b B dA = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} L dr = \frac{\mu_0 IL}{2\pi}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 IL}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

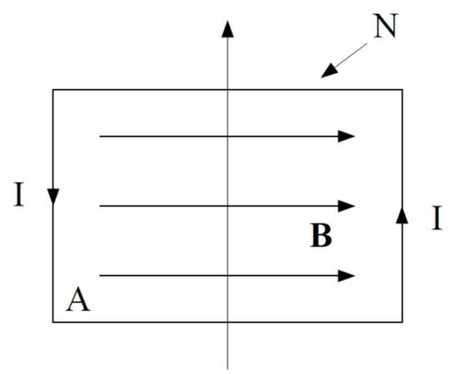
Her er r avstand normalt på strømlederen AB

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln\left(b/a\right)\frac{dI}{dt} = \frac{4\pi 10^{-7} NA^{-2} 0.4m}{2\pi}\ln\left(0.50/0.1\right) 6.3\, As^{-1}$$

$$= 8.11\cdot 10^{-7} NmA^{-1}s^{-1} = 8.11\cdot 10^{-7} J/C = 8.11\cdot 10^{-7} V$$

Oppgave 23



En spole med N = 40 viklinger og konstant strøm I = 2.0 A i lederen i spolen befinner seg i et uniformt magnetfelt med fetstyrke B = 12,5 mT. Hver vikling av lederen i polen omslutter et rektangulært areal med areal = 120 cm^2. Den potensielle energien til spolen U, avhenger av orienteringen til spolen. Hvor stor er forskjellen mellom spolens maksimale og minimale verdi av den potensielle energien?

Løsning:
Spolen er en magnetisk dipol med dipolmoment $m = N\,I\,A = 20\cdot 2{,}0\,\mathrm{A}\cdot 120(10^{-2})\mathrm{m}^2 = 0{,}96\,\mathrm{Am}^2$ Den potensielle energien er minimal og lik $-mB$ dersom m og B peker i samme retning, og maksimal og lik $+mB$ dersom m og B peker i motsatt retning. Differansen mellom disse er da $2mB$ =
$\Delta U_{\mathrm{max}} = 2mB = 2\cdot 0{,}96\,\mathrm{Am}^2\cdot 12{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}{=}24\mathrm{mJ}$

Oppgave 24

Den gjensidige induktansen M er definert av $\varepsilon_2 = -M\dfrac{dI_1}{dt}$

Vi lar indeks 1 referere til spolen og 2 til lederen rundt spolen. Faradays lov gir at den induserte induserte emf i lederen i spolen er gitt av
$\varepsilon_2 = -N\dfrac{d\Phi_{B2}}{dt}$ hvor Φ_{B2} er magnetisk fluks gjennom lederen rundt spolen. I oppgaven er det antatt at magnetfeltet er neglisjerbart utenfor spolen, og vi har da $\Phi_{B2} = \Phi_{B1} = BA$

$$M = \frac{-\varepsilon_2}{dI_1/dt} = \frac{N\,d\Phi_{B2}/dt}{dI_1/dt} = \frac{N\,AdB/dt}{dI_1/dt} = \frac{N\,A\mu_0 n\,dI_1/dt}{dI_1/dt} = NA\mu_0 n$$

Oppgave 25

Ved en stasjonær tilstand er varmestrømmen konstant over tid og lik for alle lag gjennom veggen. Hvis ikke hadde temperaturen blitt endret på flater inni veggen.

Oppgave 26

Hvilket av følgende utsagn er sant? – rett svar: **uthevet**

. Termodynamikkens andre lov er en konsekvens av første lov.

. . Termodynamikkens andre lov gjelder bare irreversible prosesser.

. Det er umulig for en syklisk prosess a omgjøre all varme helt til arbeid.

. Det er umulig for en syklisk prosess å omgjøre alt arbeid helt til varme.

. Termodynamikkens andre lov gjelder bare reversible prosesser.

Oppgave 27

$\Delta S_1 = \Delta S_2$ fordi entropi er en tilstandsfunksjon. Det innebærer at entropione i tilstand A og B, S_A og S_B er entydig definert, og dermed følger det at $\Delta S_1 = \Delta S_2 = S_B - S_A$

Oppgave 28

I den beskrevne situasjonen med toamotig gasse er $C_V = \frac{5}{2}nR$ og $C_p = \frac{7}{2}nR$. Lavt og høyt trykk er henholdsvis p_1, og $p_2 = 3p_1$; og lavt og høyt volum er V_1 og $V_2 = 3V_1$. Laveste temperatur finner vi ved p1 og V1, og er gitt ved den ideelle gassloven:

$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR}$

Den høyeste temperaturen finner vi ved p2, V2 og ved bruk av ideell gasslov $T_3 = 9T_1$. Temperaturen ved p_2 og V1 er T2=3T1.

Tilført varme er ved den isokore delprosessen fra T1 til T2 (ved V1) og den isobare delprosessen fra V2 til V3 (ved p2):

$$Q = C_V\left(T_2 - T_1\right) + C_p\left(T_3 - T_2\right) = \frac{5}{2}nR\left(3T_1 - T_1\right) + \frac{7}{2}nR\left(9T_1 - 3T_1\right)$$

$$= \frac{5}{2}nR\,2T_1 + \frac{7}{2}nR\,6T_1 = 26nRT_1 = 26nR\frac{p_1V_1}{nR} = 26p_1V_1$$

Arbeidet i den sykliske prosessen er det omsluttede arealet:

$$W = 2p_1 \cdot 2V_1 = 4p_1V_1$$

Virkningsgraden er utført (utnyttbart) arbeid i forhold til tilført varme:

Virkningsgrad: $\frac{W}{Q} = \frac{4p_1V}{26p_1V} = \frac{2}{13}$

OPPGAVE 29

Siden det er en isoterm prosess vil det ikke være noe endring i indre energi i prosssen. Av det følger at tilført varme og arbeid som utføres er like. Kan da beregne tilført varme ut fra utført arbeid:

$$Q = W = \int p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}dV = nRT\ln\left(V_2/V_1\right)$$

Endring i entropi:

$$S = \int dS = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T}\int_{V_1}^{V_2} dQ = \frac{Q}{T} = \frac{nRT\ln\left(V_2/V_1\right)}{T} = nR\ln\left(V_2/V_1\right)$$

Med numeriske verdier:

$$S/n = R\ln\left(V_2/V_1\right) = 8{,}31\,\mathrm{Jmol^{-1}K^{-1}}\,\ln(18/3) = 14{,}9\,JK^{-1}mol^{-1}$$

Oppgave 30

Vi må erstatte T og T_0 i uttrykket

$$S(T,V) = nC_V\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

med p og p_0.

Ideell gasslov

$$pV = nRT$$

gir

$T = \frac{pV}{nR}$ og $T_0 = \frac{p_0V_0}{nR}$ slik at $\frac{T}{T_0} = \frac{pV}{nR}\frac{nR}{p_0V_0} = \frac{pV}{p_0V_0}$

Innsatt i uttrykket for entropien:

$$S(\mathrm{p},V) = nC_V \ln\left(\frac{pV}{p_0V_0}\right) + nR\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0 = nC_V \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + nC_V \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + nR\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$
$$= nC_V \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + n\left(C_V + R\right)\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0 = nC_V \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + nC_p \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

hvor det i siste overgang er brukt: *Cv+R=Cp*