INSTITUTT FOR FYSIKK

LØSNINGSFORSLAG/SENSORVEILEDNING
EKSAMEN I EMNE TFY 4125 FYSIKK
Eksamen 11 mai 2021
Tid: kl. 0900 – 1300.

I dette løsningsforslaget er oppgavene organisert i samme rekkefølge som angitt i pdf av oppgavesettet.

Oppgave 1

Løsningen finnes ut fra hvor lang tid tar det for pilen tom d = 150m.
$x = x_0 + v_x t = x_0 + v\cos\theta\, t$
Med koordinatsystemets referanse: bueskytter.
$d = v\cos\theta\, t$; $t = \frac{d}{v\cos\theta}$
y koordinat : $y = y_0 + v_y t - \frac{1}{2}gt^2$
y-koordinat ved x=d:
$y = v\sin\theta \frac{d}{v\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{v\cos\theta}\right)^2 = \frac{d\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{v\cos\theta}\right)^2$ med tallverdier: y = 11.82 m
$h = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ høyeste punkt nås ved v=0; t=v_0/g
$v_0 = \sqrt{2gh}$
Innsatt med y=11.89: $v_0 = \sqrt{2\cdot 9.81\cdot 11.82}\text{m/s} = 15.2\text{m/s}$

Oppgave 2
Netwons andre lov brukt på situasjonen gir:

$$mg - N = m\frac{v^2}{R}$$

hvor N er normalkraften. Trenger N > 0 for ikke å miste kontakt med underlaget.
Maksimal fart er dermed gitt ved N = 0, og:

$mg = m\frac{v^2}{R}$ og dermed $v = \sqrt{gR} = 19{,}8$ m/s eller 71,3 km/h

Oppgave 3

Vi har at $a = -kv^2$, og $v(t=0) = v_0$
Generelt gjelder:
$\frac{dv}{dt} = a$
Brukt på vår situasjon:
$\frac{dv}{dt} = -kv^2 \Rightarrow \frac{dv}{v^2} = -k\,dt$
Integrering med grenser $\int_{v=v_0}^{v=v(t)} \frac{dv}{v^2} = -\int_{t=0}^{t} k\,dt$

$$\frac{1}{v(t)}-\frac{1}{v_0}=kt \quad \Rightarrow \frac{1}{v(t)}=kt+\frac{1}{v_0} \Rightarrow v(t)=\frac{1}{kt+\frac{1}{v_0}}=\frac{v_0}{1+kv_0t}$$

Oppgave 4

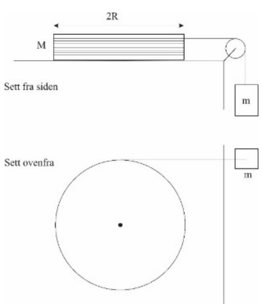
Kraftbalanse for netto kraft på m_1 og m_2:

$$-m_1 g\sin\theta_1 + T = m_1 a$$
$$m_2 g\sin\theta_2 - T = m_2 a$$

Eliminerer T ved å legge sammen likningene:

$$m_2 g\sin\theta_2 - m_1 g\sin\theta_1 = (m_1+m_2)a$$
$$a=\frac{m_2\sin\theta_2 - m_1\sin\theta_1}{m_1+m_2}g$$

Oppgave 5

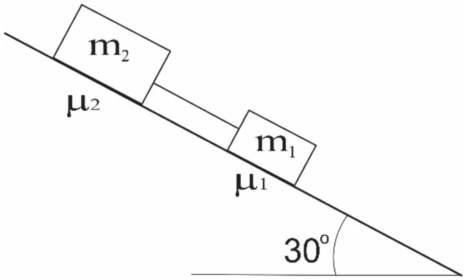


Newtons 2. lov for massse m, snordrag S): $ma = mg - S$
Newtons 2. lov for rotasjon for skiva: $\tau = I_0\alpha = I_0 a/R$
Her gjelder videre $\tau = SR$ og $I_0 = MR^2/2$ samt relasjonen mellom vinkelakselerasjon og lineær aksellerasjon
Dette resulterer $\tau = SR = I_0 a/R = \frac{1}{2}MR^2 a/R = \frac{1}{2}MRa$; som gir $S = \frac{1}{2}Ma$
Satt i Newtons 2 low for massen m:
$$ma = mg - S = mg - \tfrac{1}{2}Ma$$
Løst mhp a:

$$ma + \tfrac{1}{2}Ma = \left(m + \tfrac{1}{2}M\right)a = mg$$
$$a = \frac{mg}{m+\frac{1}{2}M} = \frac{g}{1+\frac{M}{2m}}$$
som med 2m = 200 g og M = 800 g blir a = g/5 = 1,96 m/s^2.

Oppgave 6
Nettokraft på kloss 2, i retning mot venstre på figur:
$$F_2 = m_1 g - m_3 g - \mu_k m_2 g$$
Retning på friksjonskraften er motsatt av bevegelsen, og det er brukt av strekk i tau fra kloss 1 er større enn fra kloss 3.
Klossene er koblet sammen, slik at nettokraften akselerer alle tre klossene:
$$(m_1+m_2+m_3)a = m_1 g - m_3 g - \mu_k m_2 g$$
$$a = \frac{m_1 - m_3 - \mu_k m_2}{m_1+m_2+m_3}g = \frac{5-2-0.4*1}{5+2+1}g = \frac{2.6}{8}g = 3.19\,\mathrm{ms}^{-2}$$

Oppgave 7



To klosser ligger på et skråplan med en helningsvinkel på 30º i forhold til horisontal retning. Klossenes masse er m_1 = 75g og m_2 = 225 g. De to klossene har statiske friksjonskoeffisienter μ_1 og μ_2 i forhold til skråplanet. Situasjonen er illustrert i figuren i oppgaven. Hvilken ulikhet må være oppfyllt for at de to klossene skal ligge i ro?

Løsning:
Klossene blir liggende i ro under forutsetning om at den maksimale statiske friksjonskraften

$$\mu_1 \mathrm{N}_1 + \mu_2 \mathrm{N}_2 = \mu_1 \mathrm{m}_1 g\cos\theta + \mu_2 \mathrm{m}_2 g\cos\theta$$

er minst like stor som summen av tyngdekomponentene parallelt med skråplanet:

$$\mathrm{m}_1 g\sin\theta + \mathrm{m}_2 g\sin\theta$$

Dette gir:

$$\mu_1 \mathrm{m}_1 g\cos\theta + \mu_2 \mathrm{m}_2 g\cos\theta \geq \mathrm{m}_1 g\sin\theta + \mathrm{m}_2 g\sin\theta$$

$$(\mu_1 \mathrm{m}_1 + \mu_2 \mathrm{m}_2)\cos\theta \geq (\mathrm{m}_1 + m_2)\sin\theta$$

Med oppgitt tallverdier:

$$(\mu_1 \mathrm{m}_1 + \mu_2 3\mathrm{m}_1)\frac{\sqrt{3}}{2} \geq (\mathrm{m}_1 + 3m_1)\frac{1}{2} \qquad (\mu_1 + \mu_2 3)\frac{\sqrt{3}}{2} \geq 2$$

$$\mu_1 + 3\mu_2 \geq \frac{4}{\sqrt{3}}$$

Oppgave 8

Mgh: potensiell energi; hvor mye masse (av vann) faller i løpet av 1s?
Volum av vann som går ut over fossen pr s:

$$2.0\mathrm{m}\cdot 0.5\mathrm{m}\cdot 1.3\mathrm{m/s} = 1.3\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

Endring i potensiell energi pr tidsenhet:

$$P_{inn} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = 1300 kg^3/s\, 9.81 m/s^2\, 4.0m = 5.10\cdot 10^4\, kgm^2 s^{-2}\, m/s = 5.10\cdot 10^4\, W$$

Med 25% virkningsgrad:

$$P_{ut} = 0.25\cdot P_{inn} = 0.25\cdot 5.10\cdot 10^4\, W = 12.75 kW$$

Oppgave 9

Prinsipp om bevaring av mekanisk energi gir kin. energi = pot. energi

$$\frac{1}{2}(m+3m)v^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mg\Delta z$$

Bruker oppgitt uttrykk for treghetsmomentet til trinsa for homogen massefordeling (eksperiment A):

$$I = \frac{1}{2}4mR^2 = 2mR^2$$

og sammenhengen: $v = \omega R$

$$\frac{1}{2}(m+3m)v^2 + \frac{1}{2}2mR^2\omega^2 = 2mv^2 + mv^2 = 3mv^2 = mg\Delta z$$

$$v = \sqrt{\frac{g\Delta z}{3}}$$

For massefordeling som sylinderskall (eksperiment B)

$I = 4mR^2 = 4mR^2$

$$\frac{1}{2}(m+3m)v_2^{\ 2} + \frac{1}{2}4mR^2\omega^2 = 2mv_2^{\ 2} + 2mv_2^{\ 2} = 4mv_2^{\ 2} = mg\Delta z$$

$$v_2 = \frac{1}{2}\sqrt{g\Delta z}$$

Ved endring fra homogen til sylinderskall er den relative %vise endringen i hastigheten:

$$\frac{v_2 - v_1}{v_1} = \frac{\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{3}}}{\sqrt{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{2}\sqrt{3} - 1 = -13,4\%$$

OPPGAVE 10

En tynn stang har lineær massetetthet gitt av $\rho(x) = 0.35\,\mathrm{kg\,m^{-1}} + \left(0.04\,\mathrm{kg\,m^{-3}}\right)x^2$
hvor x er et punkt på stangen målt fra den ene enden. Lengden av stangen er 1,0m. Stangen er festet til en akse i den enden som er lettest. Hva er stangens treghetsmoment med hensyn til denne aksen?

Treghetsmomentet er definert som $I = \sum m_i r_i^2$ for en diskret massefordeling. For en kontinuerlig massefordeling er den gitt ved: $I = \int r^2 dm$.

Anvendt på den aktuelle situasjonen er : $dm = \rho(x)dx$

Ved feste av staven I den letteste enden: x og r er sammenfallende variable

$$I = \int r^2 dm = \int_{x=0}^{x=1} x^2 \rho(x)dx = \int_{x=0}^{x=1} x^2\left(0.35\,\mathrm{kg\,m^{-1}} + \left(0.04\,\mathrm{kg\,m^{-3}}\right)x^2\right)dx =$$

$$\left[\frac{0.35}{3}x^3 + \frac{0.04}{5}x^5\right]_0^1 \mathrm{kg\,m^2} = 0.125\,\mathrm{kg\,m^2}$$

Oppgave 11

Modellfly i sirkulær bane; parameterverdier: m = 0.6 kg, l = 50 m, v = 30 m/s og θ = 20 deg

Summen av kreftene i horisontplanet gir opphav til at flyet følger den horisontale planet (sentripetal aksellerasjon):

$$\sum F_x = ma_c = -m\frac{v^2}{r} \qquad \sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = F_l\cos\theta - F_g = F_l\cos\theta - mg = 0 \quad \text{gir:} \quad F_l = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$\sum F_x = -T - F_l\sin\theta = -m\frac{v^2}{r} \quad \text{gir:} \quad T = m\frac{v^2}{r} - F_l\sin\theta = m\frac{v^2}{r} - mg\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

Med numeriske verdier:

$$T = 0,60\,\mathrm{kg}\left(\frac{(30\,\mathrm{m/s})^2}{50\,\mathrm{m}} - 9.81\,ms^{-2}\tan(20^{\circ})\right) = 8,66N$$

Oppgave 12

Strategi for analyse:

Potensiell energi til kloss 1 omgjøres til kinetisk energi. Bevegelsesmengde i støtet er bevart, som gjør at kinetisk energi til kloss 1 etter støtet kan beregnes. Denne kinetiske energien omgjøres til potensiell energi:

$$m_1 gh = \frac{1}{2}m_1 v_{før}^{\ 2} \Rightarrow v_{før} = \sqrt{2gh}$$

Bevaring av bevegelsesmengde i støtet:

$$m_1 v_{før} = m_1 v_{etter} + m_2 v_{2,etter}$$

og kinetisk energi (elastisk kollisjon):

$$\frac{1}{2} m_1 v_{før}{}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{etter}{}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2,etter}{}^2$$

$$v_{2,etter} = v_{før} + v_{etter}$$

$$v_{etter} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{før}$$

og høyde som oppnås:

$$h_{etter} = \frac{v_{etter}{}^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 v_{før}{}^2 = \frac{1}{2g}\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 2gh = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 h$$

Oppgave 13

Bruker bevaring av dreieimpuls for situasjonen før og etter:

$$mvl/2 = mv_e l/2 + I\omega$$

Her er ve hastigheten til når den sitter fast i stanga rett etter den har blitt skutt inn i den.
Treghetsmoment til staven om omdreiningspunktet:

$$I = \frac{1}{12} Ml^2 + M\left(\frac{l}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{16}\right) Ml^2 = \frac{7}{48} Ml^2$$

Her er det brukt at treghetsmomentet til stang om rotasjonsaksen i midten pluss et bidrag ved å forskyve rotasjonsaksen l/2 vha Steiners sats.

Videere: sammenheng mellom hastighet for prosjektilet rett etter kollisjonen og omega: $\omega = \frac{v_e}{l/2} = \frac{2v_e}{l}$

$$mvl = mv_e l + 2\tfrac{7}{48} Ml^2 \omega = mv_e l + \tfrac{7}{24} Ml^2 \frac{2v_e}{l} = \left(m + \tfrac{7}{12} M\right) l v_e$$

Løst mht på hastighet etter at kula treffer::

$$v_e = \frac{m}{\left(m + \frac{7}{12} M\right)} v = \frac{1}{1 + \frac{7}{12}\frac{M}{m}} v$$

Numeriske verdier:

$$v_e = 200 \frac{1}{1 + \frac{7}{12}\frac{450}{25}} \text{ m/s} = 17,4 \text{ m/s}$$

$$\omega = \frac{v_e}{l/2} = \frac{2v_e}{l} = 34,8 \text{ s}^{-1}$$

OPPGAVE 14

Endring i bevegelsesmengde til kula når den går gjennom klossen må tilsvare endringen i bevegelssmengde til treklossen.
For kula: $\Delta p = m\Delta v = m(v_2 - v_1)$
hvor v_1 og v_2 er hastighet til kula før og etter at den gått gjennom treklossen m er massen til kula. Endring i bevegelsesemengde til kula og trekloss samlet er bevart:

$$\Delta p_{tot} = \Delta p_{kule} + \Delta p_{trekloss} = 0$$

slik at $\Delta p_{kule} = -\Delta p_{trekloss} = m(v_1 - v_2) = Mv_T$

hvor M er massen til treklossen, og v_T er hastighet til trekloss i det kula går ut. Ved punktet der treklossen er høyest er den potensielle energien til treklossen lik den kinetiske energien rett etter kula går ut av treklossen:

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv_T^{\,2}$$

Dette gir: $gh = \frac{1}{2}v_T^{\,2} = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{M}\right)^2 (v_1 - v_2)^2$

Løst mhp v2: $v_2 = v_1 \pm \frac{M}{m}\sqrt{2gh}$

Her er kun minustegnet som gir fysisk rett løsning.
Med numeriske verdier:

$$v_2 = v_1 \pm \frac{M}{m}\sqrt{2gh} = 450\,\text{m/s} - \frac{7.0}{0.075}\sqrt{2\cdot 9.81\,\text{m/s}^2\cdot 0.45\text{m}} = 172.7\text{m/s}$$

Oppgave 15

En bjelke med masse m_b = 200 kg henger horisontalt i to like (vertikale) fjærer i hver ende av bjelken. Det ligger en en sekk med grus på bjelken. Sekken med grus har en masse på 150 kg. Bjelken med sekken med grus svinger med en amplitude på 0.5 m og en periode på 1.5 s. Sekken med grus ramler av ved den nederste posisjonen. Hva er amplitude og frekvens (f) for svingningen av bjelken etter at sekken med grus har ramlet av.

Løsningsstrategi:
Ved nederste posisjon er A = 0.5 m i forhold til likevekt for bjelken og sekken. Når sekken ramler av, vil amplituden øke fordi likevektsposisjon i tyngdefeltet for bjelken (balanse mellom tyngde og fjærer) er lengre opp.

Angir likevekts posisjon for bjelke med grus i tyngdefeltet med x, som er gitt ved:

$$kx = \left(m_b + m_G\right)g$$

hvor indekser b og G for massene angir bjelke og grussekk. For bjelken, angis likevekts posisjonen med x_2 gitt ved: $kx_2 = m_b g$

og differansen x-x_2 kommer i tillegg til amplituden A=0.5 m før grussekken ramler av for den nye amplituden.

$$k\left(x - x_2\right) = \left(m_b + m_G\right)g - m_b g = m_G g \qquad x - x_2 = \frac{m_G g}{k}$$

Den effektive fjærkonstanten k finnes fra oppgitt periode: $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$.

Her må en bruke summen av massene som er angitt for periode på 1.5s. Løst mht k: $k = \frac{(2\pi)^2}{T^2}\left(m_b + m_G\right)$ og innsatt for differanse i likevektsposisjon:

$$x - x_2 = \frac{m_G g}{k} = \frac{T^2}{(2\pi)^2}\frac{m_G}{m_b + m_G}g$$ Numerisk: $$x - x_2 = \frac{(1.5s)^2}{(2\pi)^2}\frac{150kg}{200kg + 150kg}9.81ms^{-2} = 0.24m$$

Amplitude etter sekken har ramlet av: 0.5m + 0.24 m = 0.74 m

Ny svingefrekvens:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_b}} = \frac{1}{2\pi}\frac{2\pi}{T}\sqrt{\frac{m_b + m_G}{m_b}} = \frac{1}{T}\sqrt{\frac{m_b + m_G}{m_b}}$$ Numerisk: $$f = \frac{1}{1.5s}\sqrt{\frac{200kg + 150kg}{200kg}} = 0.88s^{-1}$$

Oppgave 16

Klossen blir ved forskyvning fra likevekt påvirket av krefter fra begge fjærene, for den som komprimeres vil kraften fra fjæren være mot klossen og for den som strekkes, vil den være i samme retning. Eller, med andre ord, de to fjærkonstantene blir summert ved analyse av nettovirkingen.

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k_{tot}}{m}}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{tot}}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}=2\cdot 3.145\sqrt{\frac{0.120\text{kg}}{(32+17)\text{Nm}^{-1}}}=0,31\text{s}$$

Oppgave 17

I punktet P peker feltet fra den positivt ladde staven radielt bort fra denne, mens feltet fra den negativt ladde staven peker radielt inn mot denne. Komponentene i vertikal retning på figuren:

$$E_y(\text{P})=\frac{\lambda_+}{2\pi\varepsilon_0 d}-\frac{|\lambda_-|}{2\pi\varepsilon_0 d\sqrt{2}}\cos(45^\circ)=\frac{\lambda_+}{2\pi\varepsilon_0 d}-\frac{|\lambda_-|}{4\pi\varepsilon_0 d}=\frac{\lambda_+}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

og horizontal retning: $E_x(\text{P})=\frac{|\lambda_-|}{2\pi\varepsilon_0 d\sqrt{2}}\sin(45^\circ)=\frac{\lambda_+}{4\pi\varepsilon_0 d}$

Feltstyrke: $E(P)=\sqrt{E_x{}^2+E_y{}^2}=\frac{\lambda_+}{4\pi\varepsilon_0 d}\sqrt{2}$

Numerisk verdi:

$$E(\text{P})=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\sqrt{2}=9\cdot 10^9\,\text{Nm}^2\text{C}^{-2}\,\frac{1,5\cdot 10^{-6}\,\text{Cm}^{-1}}{0,3\text{m}}\sqrt{2}=63,5\cdot 10^3\,\text{V/m}$$

Oppgave 18

Den potensielle energien til partikkel 4 i startposisjonen omdannes til kinetisk energi når den er langt fra startsted.

$$q_4 U(start)=\frac{1}{2}m_4 v_4{}^2$$

Det elektriske potensialet til partikkel 4 i startposisjonen er gitt ved:

$$U(start)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{14}}+\frac{q_2}{b}+\frac{q_3}{r_{34}}\right)$$

hvor indekser på r angir hvilke partikler avstanden er mellom

Nå er ladning på partikkel 1 og 3 motsatt ladet, og like store, og avstandene fra 1 til 4 og 3 til 4 er den samme.

Dette gir:

$$q_4 U(start)=\frac{q_2 q_4}{4\pi\varepsilon_0 b}=8,99\cdot 10^9\,\frac{10\cdot 40\cdot 10^{-18}}{0.03}\,\text{J}=1,20\cdot 10^{-4}\,\text{J}$$

Omgjøring til kinetisk energi gir hastigheten:

$$v_4=\sqrt{\frac{2q_4 U(start)}{m_4}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1,2\cdot 10^{-4}\,\text{J}}{2,0\cdot 10^{-13}\,\text{kg}}}=3,46\cdot 10^4\,\text{m/s}$$

Oppgave 19

Magnetisk fluks gjennom den rektangulære sløyfen når det går en strøm I i lederen AB:

$$\Phi_B=\int_a^b d\Phi_B=\int_a^b BdA=\int_a^b\frac{\mu_0 I}{2\pi r}Ldr=\frac{\mu_0 IL}{2\pi}\int_a^b\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 IL}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Her er r avstand normalt på strømlederen AB

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi_B}{dt}=-\frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln(b/a)\frac{dI}{dt}=-\frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln(b/a)I_0\frac{d\sin(\omega t)}{dt}=-\frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln(b/a)I_0\omega\cos(\omega t)$$

Amplituden til indusert emf finnes ved å innføre emf som en tidsvarierende størrelse:

$\varepsilon(t) = -\varepsilon_0 \cos(\omega t)$

Her er det også angitt ett minustegn for at vi skal ha ett uttrykk med samme fase som det som er avledet fra Faradays lov. Dette gir at amplituden til indusert emf er gitt ved:

$$\varepsilon_0 = \frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln\left(b/a\right) I_0\omega = \frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln\left(b/a\right) I_0 2\pi f$$

Numerisk verdi:

$$\varepsilon_0 = \frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln\left(b/a\right) I_0 2\pi f = \frac{4\pi 10^{-7}\, NA^{-2}\, 0.56\text{m}}{2\pi}\ln\left(0.40/0.08\right) 8.5\,\text{A}\, 2\pi\cdot 50 s^{-1}$$
$$= 4.81\cdot 10^{-4}\, NmA^{-1}s^{-1} = 4.81\cdot 10^{-4}\, J/C = 4.81\cdot 10^{-4}\, V$$

Oppgave 20

Når ionene akselereres ved hjelp av potensialet V mellom elektrodeparet (A-B), vil de oppnå en kinetisk energi lik qV (endring i potensiell energi). Dette gir følgende likn for hastigheten til ionene (bruker indeks i, og i=1,2)

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = q_1 V\,;\ \frac{1}{2}mv_2^2 = q_2 V$$

Dette gir: $v_1 = \sqrt{\frac{2q_1 V}{m_1}}$ og $v_2 = \sqrt{\frac{2q_2 V}{m_2}} = \sqrt{\frac{4q_1 V}{m_2}}$

for hver av ionene når de kommer ut av spalten av elektrode B og starter på området hvor det er et magnetfelt. Kraften på ionene når de kommer inn i magnetfeltet er gitt ved:

$$F_i = qv_i B_0$$

Retningen på kraften fra magnetfeltet på ionene er vinkelrett på bevegelsesretningen til ionene. Dette gir opphav til sentripetalkraft som er lik

$$\frac{m_i v_i^2}{r_i}$$

Løst mht radiene:

$$F_i = qv_i B_0 = \frac{m_i v_i^2}{r_i} \qquad \Rightarrow r_1 = \frac{m_1 v_1}{q_1 B_0} = \frac{m_1}{q_1 B_0}\sqrt{\frac{2q_1 V}{m_1}} = \frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{2m_1 V}{q_1}};$$

$$r_2 = \frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{2m_2 V}{q_2}} = \frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{2m_2 V}{2q_1}}$$

Forhold mellom de to radiene blir da:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{2m_1 V}{q_1}}\,\frac{B_0\sqrt{2q_1}}{\sqrt{2m_2 V}} = \sqrt{\frac{2m_1}{m_2}}$$

OPPGAVE 21

Magnetfeltet rundt en uendelig lang leder er gitt ved:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Hvor retning til B er gitt ved høyrehåndsregelen.

For punktet G: bidrag til B fra I1 i avstand r = 8 cm (langs positiv retning av z) og fra I2 i avstand 15 cm langs negativ retning av z)

$$\vec{B}(G)=\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}-\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}\right)\vec{k}=\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{r_1}-\frac{I_2}{r_2}\right)\vec{k}$$
$$=2\cdot 10^{-7}\left(\frac{10}{0.08}-\frac{12}{0.15}\right)\mathrm{T}\vec{k}=9,0\cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}\vec{k}=9\mu\mathrm{T}\vec{k}$$

For punktet H: bidrag til B fra I1 i avstand r = 8 cm (langs negativ retning av z) og fra I2 i avstand 15 cm langs positiv retning av z)

$$\vec{B}(H)=\left(-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}+\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}\right)\vec{k}=\frac{\mu_0}{2\pi}\left(-\frac{I_1}{r_1}+\frac{I_2}{r_2}\right)\vec{k}$$
$$=2\cdot 10^{-7}\left(-\frac{10}{0.08}+\frac{12}{0.15}\right)\mathrm{T}\vec{k}=-9\cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}\vec{k}=-9\mu\mathrm{T}\vec{k}$$

Oppgave 22

Kraften på lederen er gitt ved:

$$\vec{F}=I\vec{dl}\times\vec{B}$$

Høyrehåndsregelen gir at retning på F er i negativ z-retning når strøm sendes mot klokka og B er radielt. Integrasjon langs den sirkulære banen gir en total kraft på den sirkulære strømsløyfa

$$\vec{F}_{tot}=-I_0 B_0\int_0^{2\pi} R\,d\theta\,\vec{k}=-2\pi I_0 R B_0\,\vec{k}$$

Oppgave 23

Den sirkulære bevegelsen er opphav i Lorentzkrafta : $evB_0=mv^2/r$

Totalhastigheten på det gitt tidspunkt er: $v^2=v_0^2+v_0^2$

Dette gir at radius til den sirkulære banen er gitt ved:

$$r=\frac{m_e v^2}{evB_0}=\frac{m_e}{eB_0}v=\frac{m_e\sqrt{2}}{eB_0}v_0$$

Oppgave 24

Ved en stasjonær tilstand er varmestrømmen konstant over tid og lik for alle lag gjennom veggen. Hvis ikke hadde temperaturen blitt endret på flater inni veggen.

La innetemperaturen være gitt ved T_i = 293.14 K og utetemperaturen gitt ved T_u = 260.14 K. Arealet av veggen er A = 60 m^2. La T være temperaturen i grensen mellom treveggen og glavaisolasjonen. Tykkelsen på begge lagene er L = 0.1 m. Varmeledningen gjennom treveggen er gitt ved $j_t = \kappa_t\cdot(T-T_u)/L$, mens varmeledningen gjennom glavaisolasjonen er $j_g = \kappa_g\cdot(T_i-T)/L$. Disse 2 varmestrømmene må være like slik at $\kappa_g\cdot\frac{T_i-T}{L} = \kappa_t\cdot\frac{T-T_u}{L}$. Dette gir da $T=\frac{\kappa_g T_u+\kappa_t T_i}{\kappa_t+\kappa_g}$.

Varmestrømmen er da gitt ved Aj_g (eller Aj_t)

$$Aj_t = A\frac{\kappa_t}{L}(T - T_u) = \frac{A}{L}\frac{\kappa_t\,\kappa_g}{\kappa_t + \kappa_g}(T_i - T_u) = \frac{60}{0{,}1}\frac{0.15 \cdot 0.035}{0.15 + 0.035}(293.14 - 260.14)\,W = 562\,W$$

Oppgave 25

Maskinens nyttige arbeid er lik areal innenfor prosesskurva som er W = 0,5 100 cm^3 · 200 kPa = 0,5· 100 · 10^{-6} m^3 · 200 · 10^3 N/m^2 = 10 Nm. I prosessen 2-3 ved konstant volum (isokor) og isobar prosess 3-1 må det avgis varme, og er uinteressant Kostnaden er Q_{12}. Dermed er virkningsgraden

$\frac{W}{Q_{12}} = \frac{10}{40} = 0,25$ eller 25%

Oppgave 26

Entropiendringen ved overføring av Q=10.5 kJ fra et resevoar ved 175 °C til et ved 50 °C :

$$\Delta S = -\frac{Q}{T_1} + \frac{Q}{T_2} = -\frac{10.5kJ}{(273.15+175)K} + \frac{10.5kJ}{(273.15+50)K} = -23.4J/K + 32.5J/K = 9.1J/K$$

Oppgave 27

En isoterm fra tilstand a er brattere enn isobaren ab men slakere enn adiabaten ac. Dermed: Tb > Ta > Tc.

Oppgave 28

Gassens maksimale volum i den beskrevne kretsprosessen finnes fra: Gassen har størst volum etter den adiabatiske utvidelsen fra tilstanden med høyest temperatur T2 = 800 K og minst volum 0,5 m^3. I en adiabatisk prosess med en ideell gass er:

$TV^{\gamma-1}$ konstant.

Adiabatkonstanten for arbeidsmediet: $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = \frac{28.5 + 8.31}{28.5} = 1.292$

Dette gir: $T_2(2V_0)^{0.291} = T_1 V_{\max}^{0.292}$

Utregnet for maksimalt volum:

$V_{\max} = 2V_0\left(T_2/T_1\right)^{1/0.292} = 2\cdot 0,5m^3\left(800K/400K\right)^{1/0.292} = 10,77m^3$

Oppgave 29

Det kan vises at virkningsgraden er gitt ved:

$\varepsilon = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$

Nå er adiabatkonstanten:

$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = \frac{5+2}{5} = 1.4$

$\varepsilon = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{12^{0.4}} = 0.63$

Oppgave 30

12 = isobar delprosess; den har økende S (pga. økende T og V).
Av de to andre: 23 = adiabat = isentrop siden den er sterkere avhengig av V enn en isoterm
Dvs 31 er en isoterm prosess.
I et TS-diagram:
Isoterm (31): horisontal (det gjør at D og E ikke er mulige)
Idiabat (23): dette er en isentropisk delprosess; dvs mulighet C utelukkes
Analyse av isobar (12) i forhold til gjenstående muligheter (A og B): Det er ikke lineær sammenheng mellom T og S, men (som evt. kan avledes fra
formelarket) exp-sammenheng:

$$\Delta S = nC_p \ln\left(T/T_1\right); \qquad T = T_1 \exp\left(\frac{S - S_1}{nC_p}\right)$$

Dvs; Svaralternativ A