TFY4125 Fysikk: LF til Eksamen 9. august 2023

1F) $a = 62 \cdot 1609.34/(3600 \cdot 3.3) = 8.40 \text{ m/s}^2 = 8.40g/9.81 = 0.86g$.

2C) $a = dv/dt = (v_0/\tau)\exp(-t/\tau)$ som er maksimal og lik $v_0/\tau = 2.5 \text{ m/s}^2$ ved $t = 0$.

3D) Maksimal fart er $v_0 = 5.0$ m/s.

4B) Fart v_0 oppnås etter noen få sekunder, slik at $t \simeq s/v_0 = 42195/5 \text{ s} \simeq 2$ timer og 20 minutter.

5D) Vi har $dy/dx = \tan\beta$. Her er $dy/dx = (y_0/x_0)(4\xi^3 - 2\xi)$. I startposisjonen: $dy/dx = 0.020 \cdot (-32 + 4) = -0.56$. Dermed er helningsvinkelen $|\beta| = 29°$.

6B) Høyden i startposisjonen $\xi = -2$ er $y_0 \cdot (16 - 4) = 12y_0 = 0.24$ m. Høyden i sluttposisjonen $\xi = 1$ er $y_0 \cdot (1 - 1) = 0$. Energibevarelse gir, med en høydeforskjell $h = 0.24$ m, en fart

$$v = \sqrt{10gh/7} = 1.8 \text{ m/s}.$$

7A) I $\xi = 0$ er $dy/dx = 0$ slik at krumningsradien er $[d^2y/dx^2]^{-1} = [(y_0/x_0^2)(12\xi^2 - 2)]^{-1}$ som med $\xi = 0$ blir 25 m. (Minustegnet tilsvarer at banen krummer nedover.)

8E) Grafen tilsvarer $\rho(r) = \rho_0(1 - 3r/4R)$. Dermed:

$$M = \int dm = 2\pi L\rho_0 \int_0^R r(1 - 3r/4R)\, dr = \frac{\pi}{2}\rho_0 R^2 L,$$

ettersom integralet blir $R^2/4$.

9C) Tyngdens komponent $mg\sin\beta$ langs skråplanet og friksjonskraften $\mu N = \mu mg\cos\beta$ er rettet henholdsvis nedover og oppover. Dette er da lineær bevegelse med konstant akselerasjon $a = g(\sin\beta - \mu\cos\beta)$, starthastighet $v_0 = 1.2$ m/s og startposisjon $x_0 = 0$. Da er $x(t) = v_0 t + at^2/2$ og $v(t) = v_0 + at$. Klossen stopper ved tidspunktet $t_s = -v_0/a$, som gir $x(t_s) = -v_0^2/a + v_0^2/2a = -v_0^2/2a = v_0^2/[2g(\mu\cos\beta - \sin\beta)] = 1.2^2/[2 \cdot 9.81 \cdot (0.35 \cdot 0.9848 - 0.1736)]$ m $= 0.43$ m $= 43$ cm.

10D) Impulsbevarelse gir $mv_0 = mv_1 + 4mv_0/5$ slik at klossen med masse m (nr 1) etter kollisjonen har fart $v_1 = v_0/5$ (mot høyre). Da er kinetisk energi etter kollisjonen for de to klossene hhv $K_1 = mv_0^2/50$ og $K_2 = 4mv_0^2/25$. Andel kinetisk energi som er bevart blir $(K_1 + K_2)/K_0 = 9/25 = 36\%$.

11C) Både impuls og kinetisk energi er bevart. Det gir de to ligningene $mv_0 = mv_1 + 2mv_2$ (impulsbevarelse) og $mv_0^2 = mv_1^2 + 2mv_2^2$ (energibevarelse etter at felles faktor 1/2 er strøket). Vi stryker også felles faktor m hvoretter løsning av de to ligningene gir $v_1 = -v_0/3$ og $v_2 = 2v_0/3$ for fart etter kollisjonen, for hhv m og $2m$.

12E) $I_z = 2 \cdot 2ma^2 + m(\sqrt{2}a)^2 = 6ma^2$

13B) $I_y = (m + 2m)a^2 = 3ma^2$

14A) $I_d = 2 \cdot 2m(a/\sqrt{2})^2 = 2ma^2$

15D) Newtons 1. lov gir $f = mg$ slik at

$$v_t = \sqrt{8mg/[\rho\pi d^2 C_d]} = 47 \text{ m/s}.$$

16C) Maksimalt vinkelutsving er gitt ved $\tan\alpha = 1/25$, dvs $\alpha = 2.29°$. Kulas høyde over minstehøyden er da $h = L(1 - \cos\alpha) = 2.00$ cm. Kulas potensielle energi, relativt minimumsverdien, er da $\Delta U = Mgh = 7.84$ J.

17A) $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{L/g} = 10$ s.

18B) Her er farten så liten at sentripetalakselerasjonen $v_{\max}^2/L$ langt på vei kan neglisjeres i forhold til tyngdens akselerasjon g. Dermed er $S_{\max} \simeq Mg = 392 \text{ N} \simeq 393$ N.

19F) $d = 2r = 2 \cdot (3M/4\rho\pi)^{1/3} = 0.213 \text{ m} = 213$ mm.

20D) $2.29 = 1.63\exp(-1/\tau)$ slik at $\tau = 1/(\ln(2.29/1.63)) \simeq 3$ timer.

21D) $p = 6qa - 2qa = 4qa$.

22A) $V(3a) = (q/4\pi\varepsilon_0 a) \cdot (3 - 2/2 - 1/3)$, dvs $A = 5/3$.

23F) $E(3a) = (q/4\pi\varepsilon_0 a) \cdot (3 - 2/4 - 1/9)$, dvs $B = 43/18$.

24B) $F = (q^2/4\pi\varepsilon_0 a^2) \cdot (2/1 - 3/4)$, dvs $C = 5/4$.

25E) Vi summerer opp U_{ij} for de 3 unike ladningsparene:
$U = (q^2/4\pi\varepsilon_0 a) \cdot (2 - 3/2 - 6)$, dvs $D = -11/2$.

26A) $p = \int dp = \int_{-L}^{L} x\lambda(x)dx = (\lambda_0 L/\pi)\int_{-L}^{L} \sin^2(\pi x/L)\,dx = (\lambda_0 L^2/\pi^2)\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 z\,dz = \lambda_0 L^2/\pi$. Her substituerte vi $z = \pi x/L$ og brukte at middelverdien av $\sin^2 z$ over en eller flere hele perioder er lik 1/2.

27E) $E = E_0/\varepsilon_r = 5.5/5.5 \text{ kV/m} = 1.0$ kV/m.

28A) Total kapasitans til flere seriekoblede kapasitanser med svært ulike verdier er omtrent lik verdien av den minste kapasitansen, her 2.0 nF.

29C) Total kapasitans til flere parallellkoblede kapasitanser med svært ulike verdier er omtrent lik verdien av den største kapasitansen, her 7.0 mF.

30B) $q = CV = 0.0070 \cdot 27 \text{ C} = 0.19$ C.

31D) $V_R = RI = RdQ/dt = R(Q_0/RC)\exp(-t/\tau) = V_0\exp(-t/\tau)$ slik at $t = \tau\ln(V_0/V_R) = RC\ln(27/13) = 792 \cdot 0.731 \text{ s} = 579$ s.

32F) Energibevarelse gir farten v etter akselerasjon med spenning V: $mv^2/2 = qV$, dvs $v = \sqrt{2qV/m}$. Newtons 2. lov, med kraft $F = qvB$ og sentripetalakselerasjon v^2/r, gir deretter baneradius $r = mv/qB = \sqrt{2mV/q}/B = (\sqrt{2 \cdot 58 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot 72000/(2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19})}/0.72)$ m $= 0.29$ m $= 29$ cm.

33E) Bruker uttrykk fra formelark og finner $B = \mu_0 I R^2/[2(z^2 + R^2)^{3/2}]$ som med $z = 0$ blir $B = \mu_0 I/[2R] = (4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4.4)/0.75$ T $= 7.4$ μT.

34B) Magnetisk dipolmoment er $m = IA = 4.4 \cdot \pi \cdot (0.75/2)^2$ Am^2 $= 1.944$ Am^2, i positiv z-retning. Med et ytre magnetfelt B_0 med feltstyrke 4.4 T langs x-aksen er dreiemomentet på lederen $\tau = mB_0 = 8.6$ Nm.

35B) Tidsavhengig omsluttet magnetisk fluks er $\phi(t) = B_0\pi(d/2)^2 \sin\omega t$, og indusert spenning blir $V(t) = -d\phi/dt = -\omega B_0 \pi (d/2)^2 \cos\omega t$, med amplitude $\omega B_0 \pi(d/2)^2 = (2\pi/0.044) \cdot 0.72 \cdot \pi \cdot (0.75/2)^2$ V $= 45$ V.

36D) Strømmen blir $I(t) = I_0 \sin\omega t$ med $I_0 = V_0/R$. Midlere effekt blir $\langle P \rangle = V_0 \cdot (V_0/R) \cdot \langle \sin^2 \omega t \rangle = V_0^2/2R$ da middelverdien av $\sin^2 \omega t$ er $1/2$. Med tallverdier: $\langle P \rangle = 325^2/2 \cdot 2730$ W $= 19.3$ W.

37A) $V_2 - V_1 = V_0[\sin(\omega t + \pi/3) - \sin\omega t]$ som med oppgitt formel kan skrives som $V_2 - V_1 = 2V_0 \cos(\omega t + \pi/6) \cdot \sin(\pi/6) = 2 \cdot 15 \cdot 0.5 \cdot \cos(\omega t + \pi/6)$. Amplituden er derfor 15 V.

38F) $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi \cdot 12.5$ ms $= 79$ ms.

39C) Ladningsamplituden avtar eksponentielt med tiden, $Q_0(t) = A\exp(-\gamma t)$, med $\gamma = R/2L$. Dermed er $Q_0(60) = 1.89 \cdot \exp[-(0.018 \cdot 60)/(2 \cdot 0.250)]$ mC $= 0.22$ mC.

40C) Svingekretsen drives på resonans, med $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 80$ s^{-1}. Da er strømamplituden $I_0 = \omega_0 Q_0 = (\omega_0 V_0/L)/(2\gamma\omega_0) = V_0/R = 60/18$ A $= 3.3$ A.