Oppgave 1.

(a) Posisjonsvektor for punktet = $\mathbf{r}_p$

$\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_p + \phi = \text{konstant}$

$\omega\, dt - \mathbf{k}\cdot d\mathbf{r}_p = 0$

$$\mathbf{k}\cdot\frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = k\cdot\frac{dr_p}{dt} = \omega$$

$$\underline{\underline{\frac{dr_p}{dt} = \frac{\omega}{k}}} \qquad \text{qed.}$$

(b) Kompleks representasjon (fysikalsk størrelse er her imaginærdelen):

$E_R = E_o\, e^{j\omega t}\,(e^{j\phi} + e^{j2\phi} + e^{j3\phi} + \ldots + e^{jN\phi})$

Parantesen er summen av en geometrisk rekke.

$$E_R = E_o\, e^{j\omega t}\, e^{j\phi}\,\frac{1 - e^{jN\phi}}{1 - e^{j\phi}}$$

Minste verdi for ϕ som gir $E_R = 0$ blir: $\underline{\underline{\phi = 2\pi/N}}$

(For $\phi=0$ blir $E_R = N\, E_o \sin \omega t$)

(c) Akustisk intensitet:

$$[I_a] = [\frac{p^2}{\rho c}] = \frac{\frac{N^2}{m^4}}{\frac{kg}{m^3}\frac{m}{s}} = \frac{N^2}{kg\frac{m^2}{s}} = \frac{kg\frac{m}{s^2}N}{kg\frac{m^2}{s}} = \frac{W}{m^2}$$

Elektromagnetisk intensitet:

$$[I_{em}] = [S] = [E\,H] = \frac{V}{m}\cdot\frac{A}{m} = \frac{V}{m}\cdot\frac{C/s}{m} = \frac{W}{m^2}$$

$$\underline{\underline{[I_a] = [I_{em}] = \frac{W}{m^2}}} \qquad \text{qed.}$$

Oppgave 2.

Flateimpedans i refleksjonsflaten i x=0:

$$Z_n = (\frac{p}{u})_{x=0} = (\frac{p_i + p_r}{\frac{p_i}{\rho_1 c_1} + \frac{p_r}{-\rho_1 c_1}})_{x=0} = \rho_1 c_1 (\frac{1 + \frac{p_r}{p_i}}{1 - \frac{p_r}{p_i}})_{x=0}$$

$$Z_n = \rho_1 c_1 \frac{1 + R_a}{1 - R_a} \quad \Rightarrow$$

$$R_a = \left(\frac{p_r}{p_i}\right)_{x=0} = \frac{\frac{Z_n}{\rho_1 c_1} - 1}{\frac{Z_n}{\rho_1 c_1} + 1} \quad \text{For } Z_n = \rho_2 c_2:$$

$$R_a = \left(\frac{p_r}{p_i}\right)_{x=0} = \frac{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} - 1}{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} + 1} = \frac{a-1}{a+1} \qquad \text{hvor } a = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}$$

$$r = \left|\frac{p_r}{p_i}\right|^2 = |R_a|^2 = \left(\frac{a-1}{a+1}\right)^2 \quad \Rightarrow$$

$$r\,(a^2+2a+1) = a^2-2a+1 \quad \Rightarrow$$

$$(r-1)\,a^2 + 2(r+1)\,a + (r-1) = 0$$

For samme refleksjonsfaktor r og derfor samme intensitet for reflektert bølge vil <u>to verdier</u> av $\rho_2 c_2$ oppfylle denne annengradsligningen:

$$a = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} = \frac{-2(r+1) \pm \sqrt{[2(r+1)]^2 - 4(r-1)^2}}{2(r-1)}$$

<u>Oppgave 3.</u>

Betingelsen ka<<1 medfører at kildene er <u>enkle</u> . Lydutstrålingen blir da lik i alle retninger. Lydtrykket i stor avstand er proporsjonal med kildestyrken, dvs. med vibrerende flate, siden i dette tilfelle overflatehastighetsamplitudene er forutsatt like store. Intensiteten er proporsjonal med lydtrykkamplituden i kvadrat. Ut fra dette blir forholdet mellom utstrålt effekt fra de to lydkildene lik kildearealforholdet i kvadrat:

$$\frac{W_{halvkule}}{W_{stempel}} = \left(\frac{2\pi a^2}{\pi a^2}\right)^2 = \underline{\underline{4}}$$

Oppgave 4.

Hendelsene beskrives mest hensiktsmessig i et inertialsystem hvor veggen er i ro og lydbølgens fasehastighet er v_f.
Sende- og mottakstidspunkt for begynnelsen av en periode: t_{S1} og t_{M1}, og for slutten av perioden: t_{S2} og t_{M2} . Avstand fly - vegg: r(t). Da gjelder:

$$t_{M1} = t_{S1} + \frac{r(t_{S1}) + r(t_{M1})}{v_f} \qquad t_{M2} = t_{S2} + \frac{r(t_{S2}) + r(t_{M2})}{v_f}$$

$$T_M = t_{M2} - t_{M1} = t_{S2} - t_{S1} + \frac{(r(t_{S2}) - r(t_{S1})) + (r(t_{M2}) - r(t_{M1}))}{v_f}$$

$$T_M = T_S + \frac{dr}{dt}\,\frac{T_S + T_M}{v_f} = T_S - u\,\frac{T_S + T_M}{v_f}$$

$$\frac{T_M}{T_S} = \frac{1 - u/v_f}{1 + u/v_f} \quad \Rightarrow \quad \frac{f_M}{f} = \frac{1 + u/v_f}{1 - u/v_f} \quad \Rightarrow \quad \frac{u}{v_f} = \frac{f_M/f - 1}{f_M/f + 1}$$

Med tallverdier: $v_f = 340$ m/s, $f = 5000$ Hz, $f_m = 5280$ Hz :

$$u = 340\,\frac{5280/5000 - 1}{5280/5000 + 1}\ \text{m/s} = \underline{\underline{9.26\ \text{m/s} = 33.3\ \text{km/time}}}$$

På grunn av denne lave hastigheten har vi kunnet se bort fra forskjellen i tiden målt i et inertialsystem hvor veggen er i ro og egentiden målt i flyets inertialsystem.

Oppgave 5.

(a) Bølgelengden $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{320}{500} = \underline{\underline{0.64\ \text{m}}}$

Avstanden mellom nabomaksima $= \frac{\lambda}{2} = OP$

$$PQ = 3 \cdot OP = 3\frac{\lambda}{2} = 3\,\frac{0.64}{2} = \underline{\underline{0.96\ \text{m}}}$$

(b) Avstanden OP mellom nabomaksima er en halv bølgelengde, som tilsvarer faseforsjell π. Avstanden OQ er to bølgelengder som tilsvarer faseforskjell 4π. I pkt. O og P er derfor mikrofonspenningene og stråleavbøyningene på skjermen i motfase, i O og Q i fase:

I O : $x = a\cos\omega t$
I P : $y = -b\cos\omega t$
I Q : $y = b\cos\omega t$

Med mikrofonene i O og P blir på skjermen opptegnet en rett linje med helning $-b/a = -1$ dersom $b=a$.
Med mikrofonene i O og Q blir på skjermen opptegnet en rett linje med helning $b/a = 1$ dersom $b=a$.

<u>Oppgave 6.</u>

(a) Velger x=0 i åpningen. Radius i n. Fresnelsone:

$a_n = \sqrt{n\lambda f}$ Her: $f = 1/(\ 1/q + 1/x_1\ ) = 1/(\ 1/\infty + 1/2\ ) = 2$ m

$a_1 = \sqrt{632.8 \cdot 10^{-9} \cdot 2} = 1.125$ mm < a, dvs. Fresneldiffraksjon

$a_2 = \sqrt{2}\, a_1 = 1.591$ mm

= a , dvs åpningen dekker 2 Fresnelsoner.

Feltamplitudebidragene fra Fresnelsone nr. 1 og 2 hever hverandre:

I x_1 blir derfor: $(I/I_o) = 0$

(b) Intensitetsforholdet blir maksimalt:

i x_2 : $(I/I_o) = 4$

når åpningen utgjør en Fresnelsone:

$$\sqrt{\lambda x_2} = a \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{a^2}{\lambda} = \frac{(1.591 \cdot 10^{-3})^2}{632.8 \cdot 10^{-9}} = \underline{\underline{4\text{ m}}}$$

(c) Når skjermen skiftes ut med den komplementære, blir feltamplitudene iflg. Babinets prinsipp:

$U(x_1) = U_o - 0 = U_o$

$U(x_2) = U_o - 2U_o = -U_o$

og intensitetsforholdene:

i x_1 : $(I/I_o) = \underline{\underline{1}}$

i x_2 : $(I/I_o) = \underline{\underline{1}}$

Intensitetene i x_1 og x_2 blir altså som uten skjerm.