

Midtsemesterprøve Bølgefysikk
Torsdag 12. oktober 2006 kl 1215 – 1400.

Svartabellen står på et eget ark. Sett tydelige kryss. Husk å skrive på studentnummer.

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)
- Formelsamling i bølgefysikk er inkludert på baksiden av dette arket.

Opplysninger:

- Prøven består av 25 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Du *skal* krysse av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar og gir i begge tilfelle null poeng.
- Noen verdier: Tyngdens akselerasjon: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, Lyshastigheten i vakuum: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, Boltzmanns konstant: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, Avogadros tall: $N_A = 6 \cdot 10^{23}$, Protonmassen: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
- Symboler angis i kursiv (f.eks m for masse) mens enheter angis uten kursiv (f.eks m for meter). Vektorer angis med fete symboler. Enhetsvektorer angis med hatt over.
- SI-prefikser: G (giga) = 10^9 , M (mega) = 10^6 , k (kilo) = 10^3 , c (centi) = 10^{-2} , m (milli) = 10^{-3} , μ (mikro) = 10^{-6} , n (nano) = 10^{-9} , p (piko) = 10^{-12} .
- Trigonometriske relasjoner:

$$A \sin(\alpha - \beta) + B \sin(\alpha + \beta) = (A + B) \sin \alpha \cos \beta - (A - B) \cos \alpha \sin \beta$$

Formelsamling Bølgefysikk

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:

$$\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

- Bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

- Gruppehastighet:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:

$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$

- Generelt for lineær respons i elastiske medier:

$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$

- For transversale bølger på streng:

$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

- For longitudinale bølger i fluider:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

- For longitudinale bølger i faste stoffer:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\bar{P} = v\bar{\epsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\bar{\epsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\bar{\pi} = \frac{\bar{\epsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_B T$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk ($Q = \text{varme}$):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum ($Q = \text{varme}$):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass ($m = \text{molekylmassen}$):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

med $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

- Dopplereffekt:

$$\nu_O = \frac{1 - v_O/v}{1 - v_S/v} \nu_S$$

- For sjokkbølger:

$$\sin \alpha = \frac{v}{v_S}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x -retning:

Amplitude for reflektert bølge:

$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0}$$

Amplitude for transmittert bølge:

$$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0}$$

Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x -retning:

Amplitude for reflektert bølge:

$$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}} \xi_{i0}$$

Amplitude for transmittert bølge:

$$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}} \xi_{i0}$$

Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

Oppgaver

1) En kloss er festet til ei fjær og utfører udempede harmoniske svingninger med vinkelfrekvens ω . Ved et bestemt tidspunkt er fjæra strukket en lengde x_0 og klossens hastighet er da v_0 . Hva er klossens maksimale hastighet?

- A v_0
 - B $v_0 + \omega x_0$
 - C $v_0 \sqrt{1 + (\omega x_0 / v_0)^2}$
 - D $v_0 \sqrt{1 - (\omega x_0 / v_0)^2}$
-

2) En kloss med masse m er festet til ei fjær med fjærkonstant k og utfører dempede svingninger. Friksjonskraften er $b \cdot v$, der v er klossens hastighet og b er en dempingskonstant. Systemets godhetsfaktor er $Q = \sqrt{k \cdot m} / b$. Hva blir da godhetsfaktoren for en elektrisk krets bestående av en motstand R , en kapasitans C og en induktans L koblet i serie?

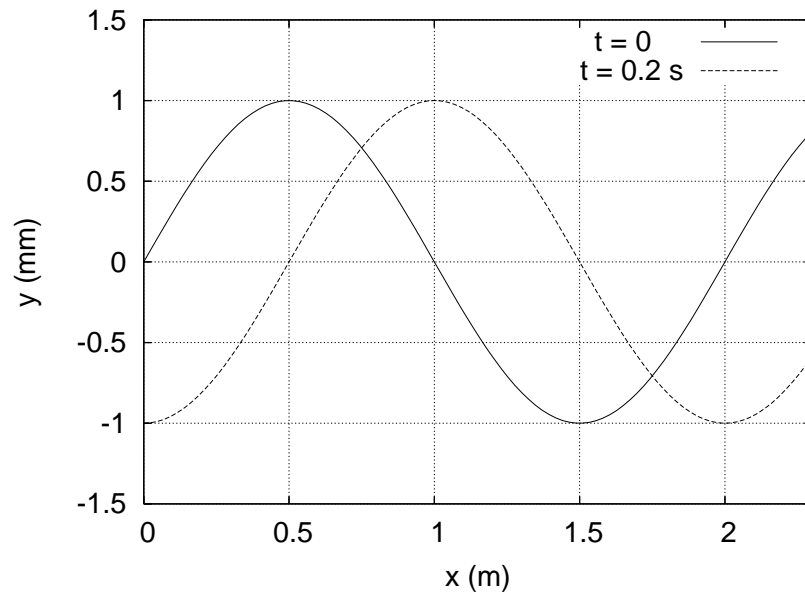
Oppgitt (q = ladning, I = strøm):

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

- A $Q = \sqrt{L/R^2C}$
 - B $Q = \sqrt{LC/R^2}$
 - C $Q = \sqrt{C/LR^2}$
 - D $Q = \sqrt{R^2L/C}$
-

Figur 1:



Figur 1 gjelder oppgavene 3-8 og viser to øyeblikksbilder av (en del av) en harmonisk transversal bølge som forplanter seg i positiv x -retning på en streng.

3) Hva er bølgens amplitude?

- A 1.0 mm
- B 2.0 mm
- C 1.0 m
- D 2.0 m

4) Hva er bølgens bølgelengde?

- A 1.0 mm
- B 2.0 mm
- C 1.0 m
- D 2.0 m

5) Hva er bølgehastigheten?

- A 0.5 m/s
- B 1.5 m/s
- C 2.0 m/s
- D 2.5 m/s

6) Hva er frekvensen?

- A 1.25 Hz
 - B 2.5 Hz
 - C 3.75 Hz
 - D 5.0 Hz
-

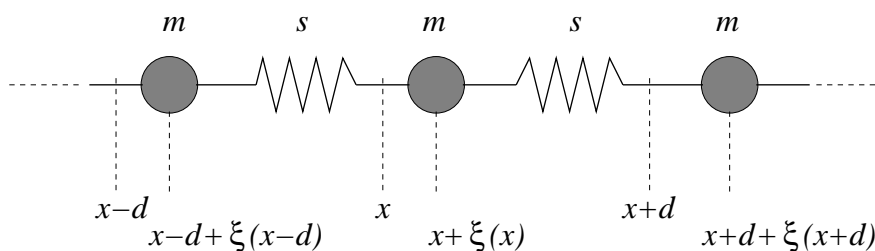
7) Hva er strengementenes maksimale hastighet?

- A 3.9 mm/s
 - B 5.9 mm/s
 - C 7.9 mm/s
 - D 9.9 mm/s
-

8) Bølgen kan beskrives ved funksjonen $y_0 \cos(kx - \omega t + \phi)$. Hva er da fasekonstanten ϕ ?

- A $\phi = 0$
 - B $\phi = \pi/4$
 - C $\phi = \pi/2$
 - D $\phi = 3\pi/4$
-

Figur 2:



Figur 2 gjelder oppgavene 9-11 og viser et utsnitt av en uendelig lang kjede med masser m , bundet til sine nærmeste nabomasser med masseløse fjærer med fjærkonstant s . Posisjonene $x-d$, x og $x+d$ angir likevektsposisjoner for de tre massene som er vist i figuren. Utsvinget fra likevekt for massen med likevektsposisjon x betegnes $\xi(x, t)$ der t angir tiden. (Positivt utsving for en masse er mot høyre, dvs i positiv x -retning.) Vi antar at en harmonisk longitudinal bølge $\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$ forplanter seg langs kjeden.

9) Bevegelsesligningen for massen m med likevektsposisjon x er

- A $m\ddot{\xi}(x, t) = s [\xi(x + d, t) - 2\xi(x, t) + \xi(x - d, t)]$
- B $m\ddot{\xi}(x, t) = s [\xi(x + d, t) + 2\xi(x, t) - \xi(x - d, t)]$
- C $m\ddot{\xi}(x, t) = s\xi(x, t)$
- D $m\ddot{\xi}(x, t) = s [\xi(x + d, t) - \xi(x, t)]$

10) Dispersjonsrelasjonen for dette systemet er

$$\omega(k) = \sqrt{\frac{4s}{m}} \sin \frac{kd}{2}$$

Hva er maksimal fasehastighet?

- A null
- B $\sqrt{sd^2/m}$
- C $\sqrt{4s/m}$
- D $\sqrt{4sd^2/m}$

11) Hva er gruppehastigheten når bølgelengden er $2d$?

- A null
- B $\sqrt{sd^2/m}$
- C $\sqrt{4s/m}$
- D $\sqrt{4sd^2/m}$

12) Gull har massetetthet 19320 kg/m^3 og elastisitetsmodul (eventuelt Youngs modul) 78.5 GPa . Hva er da lyd hastigheten i en tynn stang av gull?

- A 345 m/s
 - B 1684 m/s
 - C 2016 m/s
 - D 3014 m/s
-

13) En sommerdag stiger plutselig temperaturen fra 300 K til 303 K . Hvor mye endres da lyd hastigheten?

- A -1.0%
 - B 0%
 - C $+0.5 \%$
 - D $+1.0 \%$
-

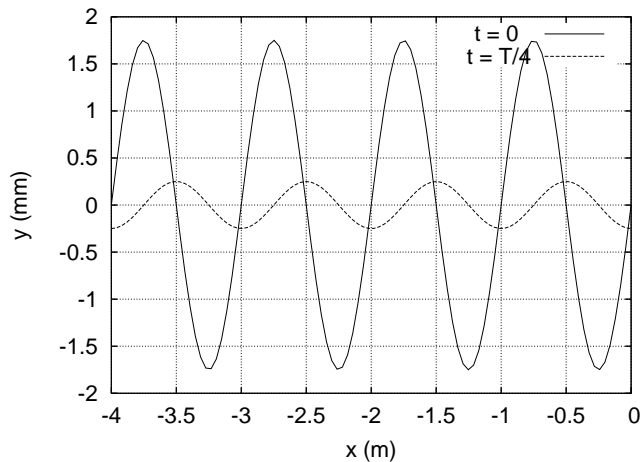
14) I en gass farer molekylene tilfeldig hit og dit med en midlere hastighet v_T , bestemt ved at molekylenes kinetiske energi tilsvarer (omtrent) den termiske energien $k_B T$. Lyd hastigheten v i gassen er da

- A flere størrelsesordner mindre enn v_T .
 - B av samme størrelsesorden som v_T .
 - C flere størrelsesordner større enn v_T .
 - D for enkelte gasser flere størrelsesordner mindre enn v_T ,
for andre gasser flere størrelsesordner større enn v_T .
-

15) En liten høyttaler sender ut lydbølger med like stor intensitet i alle retninger. Dersom du måler et intensitetsnivå på 75 dB i en avstand 20 m fra høyttaleren, hva er da intensitetsnivået 5 m fra høyttaleren?

- A 63 dB
 - B 87 dB
 - C 99 dB
 - D 111 dB
-

16) Figuren til høyre viser to øyeblikksbilder, ved $t = 0$ og etter en kvart periode, av en transversal harmonisk bølge på en streng. I $x = 0$ er strengen skjøtt sammen med en streng med større massetetthet, og bølgen som kommer inn fra venstre, $y_{i0} \sin(kx - \omega t)$, blir dermed delvis reflektert ($y_{r0} \sin(kx + \omega t)$) og delvis transmittert i $x = 0$. Bruk figuren til å bestemme hvor stor del av den innkommende bølgens energi som i middel blir transmittert (dvs: som propagerer videre forbi $x = 0$).



- A ca 25 %
- B ca 44 %
- C ca 75 %
- D ca 94 %

17) Bølgen

$$D(x, t) = D_0 \hat{y} \sin(kx - \omega t) - D_0 \hat{z} \sin(kx - \omega t)$$

er

- A upolarisert.
- B lineærpolarisert.
- C sirkulærpolarisert.
- D elliptiskpolarisert.

18) En gitarstreng med lengde 70 cm er festet i begge ender. Strekket i strengen er 120 N og massen er 7.9 g. Hva er frekvensen til strengens 3. harmoniske (dvs 3. laveste egenfrekvens)?

- A 221 Hz
- B 231 Hz
- C 241 Hz
- D 251 Hz

19) To biler kjører rett mot hverandre, bil nr 1 med hastighet 40 m/s og bil nr 2 med hastighet 20 m/s. Begge bilene er utstyrt med en sirene som genererer en harmonisk lydbølge med frekvens 900 Hz. Det er vindstille, og været er ellers slik at lyd hastigheten denne dagen er $v = 340$ m/s. Hvilken frekvens ν_1 måler bil nr 1 fra sirenen i bil nr 2, og hvilken frekvens ν_2 måler bil nr 2 fra sirenen i bil nr 1?

- A $\nu_1 = 1069$ Hz og $\nu_2 = 1069$ Hz
 - B $\nu_1 = 1080$ Hz og $\nu_2 = 1080$ Hz
 - C $\nu_1 = 1069$ Hz og $\nu_2 = 1080$ Hz
 - D $\nu_1 = 1080$ Hz og $\nu_2 = 1069$ Hz
-

20) Et uvær i Nordsjøen genererer østgående dønninger med bølgelengde 100 m. Bølgene beskrives av dispersjonsrelasjonen $\omega(k) = \sqrt{gk}$, der g er tyngdens akselerasjon og k er bølgetallet. Hvor lang tid tar det før dønningene når fram til Røst, 60 km lenger øst?

- A ca 2 timer og 40 minutter
 - B ca 3 timer og 10 minutter
 - C ca 3 timer og 40 minutter
 - D ca 4 timer og 10 minutter
-

21) Sjokkbølgen fra et jagerfly som flyr horisontalt treffer deg 5.4 s etter at flyet passerte rett over deg. Lydhastigheten er 340 m/s, og flyets hastighet er 1.8 ganger så stor (dvs mach tall = 1.8). I hvilken høyde flyr flyet?

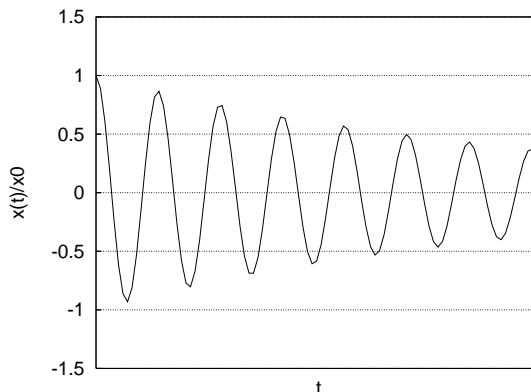
- A ca 0.8 km
 - B ca 1.5 km
 - C ca 2.2 km
 - D ca 2.9 km
-

22) Figuren viser utsvinget

$$x(t) = x_0 e^{-t/\tau} \cos \omega t,$$

eller retttere sagt $x(t)/x_0$, for en dempet harmonisk svingning. Omtrent hvor stort er produktet $\omega\tau$ mellom vinkelfrekvensen og den "karakteristiske tiden" for dempingsforløpet?

- A 0.022
- B 1.7
- C 14
- D 45



23) Et langt, tynt rør som er åpent i den ene enden og lukket i den andre skal brukes til å lage stående lydbølger med frekvens 50 Hz. Dette skal være rørets laveste resonansfrekvens (grunntonen). Hvor langt må da røret være? Lydhastigheten er 340 m/s.

- A 85 cm
- B 170 cm
- C 255 cm
- D 340 cm

24) Hva blir nest laveste resonansfrekvens i røret i oppgave 23?

- A 100 Hz
- B 125 Hz
- C 150 Hz
- D 200 Hz

25) Figuren viser en lydkilde (s) som sender ut lydbølger med en bestemt frekvens. De fire sirklene angir posisjoner for fire påfølgende bølgetopper. Hva er kildens hastighet v_s , inklusive retning, i forhold til lydhastigheten v ?

- A $v_s = v/8$, mot o.
- B $v_s = v/2$, mot o.
- C $v_s = v/8$, bort fra o.
- D $v_s = v/2$, bort fra o.

