

FY1002/TFY4160 Bølgefysikk

Midtsemesterprøve fredag 15. oktober 2010 kl 08.15 – 09.45

Merk av svarene dine i tabellen på side 11. Lever inn kun side 11. Husk å skrive på emnekode og kandidatnummer. (Skulle du mot formodning ikke ha med deg kandidatnummeret, må du skrive på studentnummeret.)

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (SR-270X, HP30S eller lignende.)
- Formelsamling i bølgefysikk er inkludert på de neste 3 sidene.

Opplysninger:

- Prøven består av 20 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Du *skal* krysse av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar og gir i begge tilfelle null poeng.
- Noen verdier: Tyngdens akselerasjon: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, Boltzmanns konstant: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, Avogadros tall: $N_A = 6 \cdot 10^{23}$, Protonmassen: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Nøytronmassen: $m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
- Symboler angis i kursiv (f.eks m for masse) mens enheter angis uten kursiv (f.eks m for meter). Vektorer angis med fete symboler. Enhetsvektorer angis med hatt over.
- SI-prefikser: T (tera) = 10^{12} , G (giga) = 10^9 , M (mega) = 10^6 , k (kilo) = 10^3 , c (centi) = 10^{-2} , m (milli) = 10^{-3} , μ (mikro) = 10^{-6} , n (nano) = 10^{-9} , p (piko) = 10^{-12} .
- For $x \ll 1$ er $\tanh x \simeq x$. For $x \gg 1$ er $\tanh x \simeq 1$.
- Notasjon: A/BC betyr $\frac{A}{BC}$ og *ikke* $\frac{A}{B} \cdot C$

Formelsamling Bølgefysikk (Mekaniske bølger, 3 sider)

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:

$$\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

- Bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

- Gruppehastighet:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:

$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$

- Generelt for lineær respons i elastiske medier:

$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$

- For transversale bølger på streng:

$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

- For longitudinale bølger i fluider:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

- For longitudinale bølger i faste stoffer (tynn stang):

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 \xi_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_B T$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk ($Q =$ varme):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum ($Q =$ varme):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmetveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass ($m =$ (midlere) molekylmasse):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

med $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

- Dopplereffekt:

$$f_O = \frac{1 + v_m/v - v_O/v}{1 + v_m/v - v_S/v} f_S$$

- For sjokkbølger:

$$\sin \alpha = \frac{v}{v_S}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x -retning:

Amplitude for reflektert bølge:

$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0}$$

Amplitude for transmittert bølge:

$$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0}$$

Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x -retning:

Amplitude for reflektert bølge:

$$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}} \xi_{i0}$$

Amplitude for transmittert bølge:

$$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}} \xi_{i0}$$

Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

Oppgaver

1) Vi betrakter en transversal harmonisk bølge på en streng, med amplitude 1 mm, bølgelengde 40 cm og frekvens (f) 100 Hz. Hva er fasehastigheten til en slik bølge?

- A 40 m/s
 - B 40 cm/s
 - C 1 mm/s
 - D 63 cm/s
-

2) For den svingende strengen i oppgave 1, hva blir maksimal (transversal) hastighet for et strengsegment?

- A 40 m/s
 - B 40 cm/s
 - C 1 mm/s
 - D 63 cm/s
-

3) På en streng med lengde 2 m og masse 25 g forplanter transversale bølger seg med hastighet 100 m/s. Hva stor er strekk-kraften i strengen?

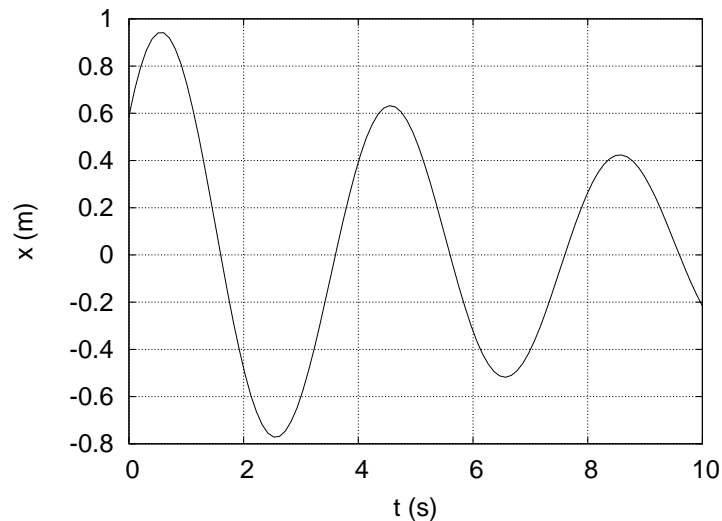
- A 50 N
 - B 75 N
 - C 100 N
 - D 125 N
-

4) Strengen i oppgave 3 er festet i begge ender. Hvilken frekvens har grunntonen?

- A 10 Hz
 - B 25 Hz
 - C 75 Hz
 - D 125 Hz
-

5) En kloss med masse m ligger på et bord og er festet til ei ideell fjær med fjærkonstant k . Friksjonskoeffisientene mellom kloss og bord er μ_s (statisk) og μ_k (kinetisk). Klossen trekkes en avstand A ut fra likevekt (slik at fjæra strekkes) og slippes med null starthastighet. Hvilke(t) krav må vi stille til A for at klossen skal begynne å svinge fram og tilbake?

- A Vi må ha $A > \mu_s mg/k$.
 - B Vi må ha $A < \mu_s mg/k$.
 - C Vi må ha $A > gk/\mu_s m$.
 - D Ingen.
-



6) Figuren ovenfor viser en dempet svingning der utsvinget er gitt som

$$x(t) = Ae^{-t/\tau} \cos(\omega t + \phi).$$

Hva er initialverdiene $x(0)$ og $\dot{x}(0)$ for dette svingeforløpet?

- A $x(0) \simeq 60 \text{ cm}$, $\dot{x}(0) \simeq -120 \text{ cm/s}$
- B $x(0) \simeq -60 \text{ cm}$, $\dot{x}(0) \simeq 120 \text{ cm/s}$
- C $x(0) \simeq 60 \text{ cm}$, $\dot{x}(0) \simeq 120 \text{ cm/s}$
- D $x(0) \simeq -60 \text{ cm}$, $\dot{x}(0) \simeq -120 \text{ cm/s}$

7) Anslå den karakteristiske dempingstiden τ i uttrykket for $x(t)$ i oppgave 6 (med utgangspunkt i figuren ovenfor).

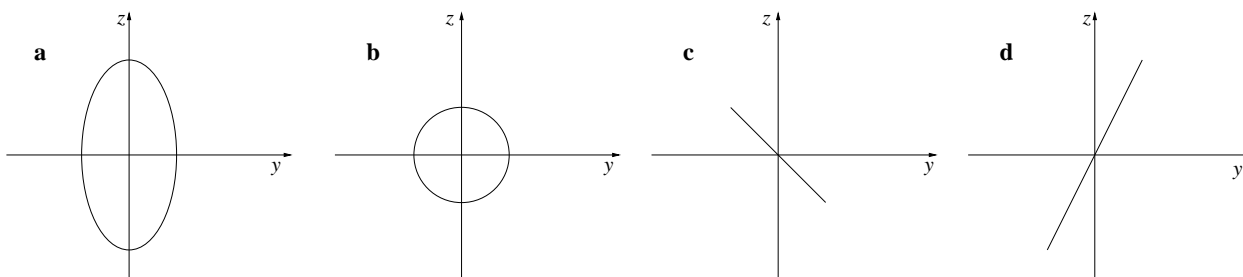
- A $\tau \simeq 4 \text{ s}$
- B $\tau \simeq 7 \text{ s}$
- C $\tau \simeq 10 \text{ s}$
- D $\tau \simeq 13 \text{ s}$

8) Vi betrakter fri svingninger i en enkel udempet endimensjonal harmonisk oscillator, mer presist en masse m festet til ei ideell fjær med fjærkonstant k . Hvilken av påstandene nedenfor er da *feil*?

- A Den totale mekaniske energien endrer seg ikke med tida.
- B Den kinetiske energien oscillerer med periode $2\pi\sqrt{m/k}$.
- C En dobling av massen reduserer svingefrekvensen med i underkant av tredve prosent.
- D Massens utsving fra likevekt og dens akselerasjon er i motfase.

9) En masse m er festet til ei ideell fjær med fjærkonstant k . En dempemekanisme gir en dempingskraft $-b\dot{x}$, dvs proporsjonal med massens hastighet \dot{x} . Massen påvirkes av en ytre harmonisk kraft $F(t) = F_0 \cos \omega t$ slik at utsvinget fra likevekt blir $x(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \phi)$, med frekvensavhengig amplitude $A(\omega)$ og fasekonstant $\phi(\omega) = \arctan[(\omega_0^2 - \omega^2)m/\omega b]$. (Her er $\omega_0^2 = k/m$.) Hvilken av påstandene nedenfor om resonans er da *feil*?

- A Når frekvensen til F tilsvarer systemets resonansfrekvens, er F og \dot{x} i fase.
- B Midlere tilført effekt er proporsjonal med F_0^2 .
- C Med svak damping er F og x i fase dersom ω er betydelig mindre enn ω_0 .
- D Med svak damping er resonanskurvens halvverdibredde proporsjonal med b^{-1} .



10) Figuren over viser fire kurver som spissen av $\mathbf{D}(x, t)$ vil tegne ved $x = 0$ for følgende fire harmoniske bølger:

$$\mathbf{D}(x, t) = D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y} + D_0 \sin(kx - \omega t + \pi)\hat{z} \quad (1)$$

$$\mathbf{D}(x, t) = D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y} + 2D_0 \cos(kx - \omega t)\hat{z} \quad (2)$$

$$\mathbf{D}(x, t) = D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y} + D_0 \cos(kx - \omega t)\hat{z} \quad (3)$$

$$\mathbf{D}(x, t) = D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y} + 2D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{z} \quad (4)$$

Hvilke figurer hører sammen med hvilke $\mathbf{D}(0, t)$?

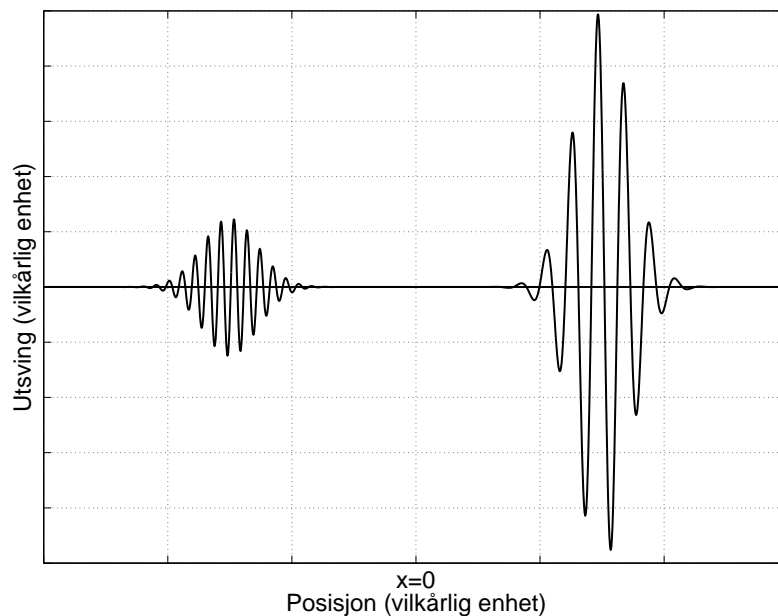
- A (a og 3), (b og 4), (c og 1), (d og 2)
- B (a og 4), (b og 1), (c og 3), (d og 2)
- C (a og 2), (b og 3), (c og 1), (d og 4)
- D (a og 1), (b og 2), (c og 3), (d og 4)

11) Ved adiabatisk forhold har vi $pV^\gamma = \text{konstant}$. Her er p trykket, V er volumet, mens γ er adiabatkonstanten. Hva blir sammenhengen mellom trykk og temperatur ved adiabatisk forhold? (Anta ideell gass.)

- A $p^{\gamma-1} T^{-\gamma} = \text{konstant}$
 - B $pT = \text{konstant}$
 - C $p^\gamma T = \text{konstant}$
 - D $pT^{\gamma-1} = \text{konstant}$
-

12) Kravet om energibevarelse medfører at amplituden til trykkvariasjonsbølgen for en kulebølge avtar med avstanden r fra symmetrisenteret som $(\Delta p)_0(r) \sim r^{-n}$ med

- A $n = 1/2$
 - B $n = -1/2$
 - C $n = 1$
 - D $n = -1$
-



13) En bølgepakke på en streng kom inn fra venstre og ble delvis reflektert og delvis transmittert i en skjøl litt til venstre for $x = 0$. Figuren over viser den reflekterte og den transmitterte bølgepakken. Omtrent hvor stor andel av den innkommende bølgepakkens energi ble reflektert?

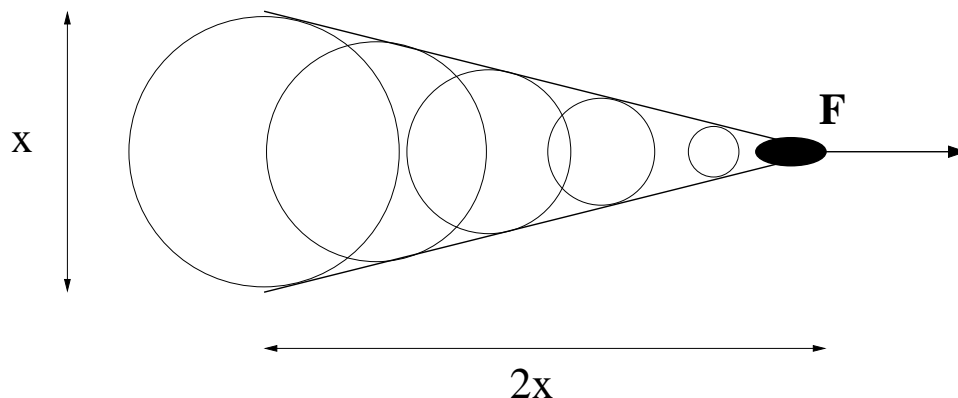
- A Ca 6 %
 - B Ca 11 %
 - C Ca 16 %
 - D Ca 21 %
-

14) Et tynt, luftfylt rør er lukket i den ene og åpent i den andre enden. Røret er 3 m langt. Anslå frekvensen til grunn-tonen i røret en kald vinterdag på Røros. Du kan anta at luft består av 4/5 nitrogen (N_2) og 1/5 oksygen (O_2), med molekylmasser henholdsvis 28 og 32 ganger protonmassen.

- A 26 Hz
 - B 39 Hz
 - C 64 Hz
 - D 113 Hz
-

15) En ambulansesirene genererer en harmonisk lyd-bølge med frekvens 850 Hz. En sterk vind blåser i retning fra ambulansen og mot deg, med vindhastighet 25 m/s. Både du og ambulansen står stille. Hvilken frekvens hører du? (Lydhastigheten er 340 m/s.)

- A 783 Hz
 - B 850 Hz
 - C 917 Hz
 - D 985 Hz
-



16) I figuren over angir sirklene (kule-)bølgefronter generert ved at flyet (F) komprimerer lufta i forkant. Bruk figuren til å bestemme flyets hastighet, målt i enheter av lydhastigheten.

- A 1.3
 - B 2.0
 - C 2.9
 - D 4.1
-

17) En bølgepakke ute på havet har (hovedsaklig) bølgelengde 20 m. Bølgepakken beveger seg rett mot kysten som ligger 5 km unna. Hvor lang tid tar det før bølgepakken når land? Du kan anta at vi hele tiden er på dypt vann. Dispersjonsrelasjonen for dypvannsbølger er $\omega(k) = \sqrt{gk + \gamma k^3/\rho}$, med $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $\gamma = 0.073 \text{ J/m}^2$ og $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

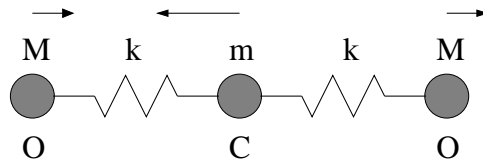
- A ca et kvarter
 - B ca en halvtime
 - C ca to timer
 - D ca fire timer
-

18) Strengt tatt er transversale bølger på en streng *ikke helt* dispersjonsfrie. Anta at vi har en uniform metallstreng med sirkulært tverrsnitt A , massetetthet ρ og elastisk modul (Youngs modul) Y . Dispersjonsrelasjonen er da gitt som

$$\omega = \sqrt{\frac{S}{\mu} k^2 + \frac{Y A^2}{4\pi\mu} k^4}$$

der S er strekket i strengen og $\mu = \rho A$ er strengens masse pr lengdeenhet. For korte bølgelengder blir dermed fasehastigheten v og gruppehastigheten v_g ikke nøyaktig like store. Hvilken av dem er størst?

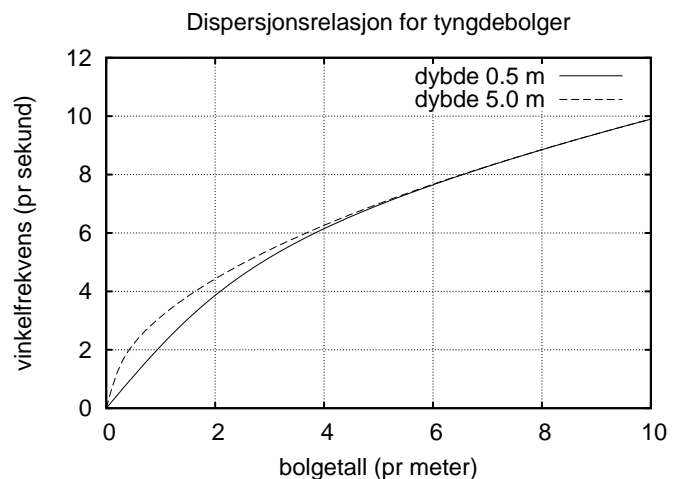
- A Det kommer an på hva bølgelengden er.
- B Det kan ikke avgjøres ut fra den oppgitte dispersjonsrelasjonen.
- C Fasehastigheten.
- D Gruppehastigheten.



19) Karbondioksyd, CO_2 , er et lineært molekyl, som vist i figuren over. Vi antar at kreftene mellom karbon og oksygen kan beskrives ved hjelp av ideelle fjærer med fjærkonstant k . Atomene kan svinge harmonisk omkring sine likevektsposisjoner i fire såkalte "normale moder". En av disse normale modene er antydnet i figuren. Her svinger oksygenatomene (masse M) i samme retning (med lik amplitude), mens karbonatomet (masse m) svinger motsatt vei. Molekylets massemiddelpunkt ligger hele tiden i ro. Hva er vinkelfrekvensen ω til denne vibrasjonsbevegelsen?

- A $\sqrt{k(m - 2M)/mM}$
- B $\sqrt{k(m + 2M)/mM}$
- C $\sqrt{k/(2M + m)}$
- D $\sqrt{k/(2M - m)}$

20) Figuren til høyre viser dispersjonsrelasjonen $\omega(k) = \sqrt{gk \tanh(kD)}$ for tyngdebølger på to ulike dyp, $D = 0.5$ m (heltrukken linje) og $D = 5.0$ m (stiplet linje). Hvilken av påstandene om fasehastighet v og gruppehastighet v_g til venstre er *riktig*?



- A For bølgetall større enn ca 5 m^{-1} er v og v_g omtrent like store.
- B v og v_g varierer i sterkere grad med dybden for korte enn for lange bølgelengder.
- C Når bølgelengden er *mye* større enn dybden, blir v og v_g omtrent like store.
- D Når bølgelengden er *mye* større enn dybden, blir v og v_g uavhengige av dybden.

FY1002/TFY4160 Bølgefysikk

Midtsemesterprøve fredag 15. oktober 2010 kl 08.15 – 09.45

Emnekode:

Kandidatnummer:

Oppgave	A	B	C	D	Oppgave	A	B	C	D
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

NB: Kontroller at du har satt ETT kryss for hver av de 20 oppgavene, og at du har skrevet på riktig emnekode og kandidatnummer.