

Eksamen TFY4163 Bølgefysikk og fluidmekanikk V2020

1 Doppler

1 Doppler v1

En lydkilde som sender ut bølger med frekvens $f = 1.0 \text{ kHz}$ og bølgehastighet v , beveger seg med hastighet $v/2$ mot en stillestående observatør. Hvilken frekvens måler observatøren?

Dersom isteden kilden er i ro og observatøren beveger seg mot kilden med en hastighet $v/2$ hva blir da frekvensen observatøren måler?

Kommenter hvorfor resultatene er ulike, selv om den relative hastigheten mellom kilde og observatør er lik i begge tilfeller.

2 Doppler v2

En lydkilde som sender ut bølger med frekvens 2.0 kHz og bølgehastighet v , beveger seg med hastighet $v/2$ mot en stillestående observatør. Hvilken frekvens måler observatøren?

Dersom isteden kilden var i ro og observatøren beveger seg mot kilden med en hastighet $v/2$ hva blir da frekvensen observatøren måler?

Kommenter hvorfor resultatene er ulike, selv om den relative hastigheten mellom kilde og observatør er lik i begge tilfeller.

2 Stående bølger

1 Stående bølger v2

Ørekanalen er ca. 2.4 cm lang. Den er lukket i den ene enden av trommehinnen og er åpen i den andre siden mot omgivelsene. La oss modellere ørekanalen som et rett rør som er åpent i den ene enden og lukket i den andre. Gitt det generelle uttrykket for en stående bølge,

$$y(x, t) = (C \sin(kx) + D \cos(kx)) \cos(\omega t + \phi) \quad (3)$$

hvor $y(x)$ er forskyvningen, utled et uttrykk for bølgelengdene til de tillatte modene i ørekanalen. Hva blir bølgelengden til den fundamentale moden (lengste bølgelengde) for ørekanalen? Kan man høre lyd med denne bølgelengden?

2 Stående bølger v2

Som over med lengde på ørekanal lik 2.9 cm

3 Energi i bølger

3 Energi i bølger v1

- (a) Den instantane effekten (energi/tid) som blir transport langs en bølge på en streng spent opp med en snorkraft F er gitt av

$$P = -F \partial_x y \partial_t y \quad (12)$$

hvor y er transversal forskyvningen av strengen fra likevekt.

Vi skal anta at vi har en stående bølge på strengen gitt av

$$y(x, t) = A \sin(kx) \sin(\omega t) \quad (13)$$

Vis at for denne stående bølgen er gjennomsnittlig effekt over en periode lik null for alle posisjoner x .

- (b) Anta at strengen har lengde L og at vi har en stående bølge på strengen i moden med den nest lengste bølgelengden, $\lambda = L$. Skisser forskyvningen $y(x)$ og effekten $P(x)$ som funksjon av x (i samme figur) ved $t = 0$ og $t = T/8$ (hvert tidspunkt i hver sin figur). Diskuter retningen til energistrømmen sett i sammenheng med forskyvningen.

4 Diffraksjon

4 Bragg-diffraksjon

Når man sender en røntgenstråle inn mot en krystall får man spredning av røntgenstrålen i gitte innfallsvinkler avhengig av avstanden mellom atomene i krystallen. Forklar hvorfor dette skjer og gi en kvantitativ betingelse for relasjonen mellom vinkelen og avstanden mellom atomene.

5 Oppdrift

1 Oppdrift v1

Anta at vi har en ~~dykkerklokke~~¹ **batysfære (en undervannsfarkost)** som er formet tilnærmet som en sfære med indre *diameter* 1.40 m og at tykkelsen på stålveggene er 4.00 cm.

Vil denne ~~dykkerklokken~~ **batysfæren** flyte eller synke i sjøvann nær overflaten?

Vil dette endre seg på det største havdyp (omtrent 10 km)?

Søk opp nødvendige størrelser og siter referanser.

2 Oppdrift v2

Anta at vi har en ~~dykkerklokke~~ **batysfære (en undervannsfarkost)** som er tilnærmet en sfære med indre *diameter* 2.50 m og at tykkelsen på stålveggene er 4 cm.

Vil denne ~~dykkerklokken~~ **batysfæren** flyte eller synke i sjøvann nær overflaten?

Vil dette endre seg på det største havdyp (omtrent 10 km)?

Søk opp nødvendige størrelser og siter referanser.

¹Begrepet dykkerklokke brukes som regel om en farkost som er åpen mot vannet på den ene siden (se https://en.wikipedia.org/wiki/Diving_bell) og var ikke det korrekte begrepet slik oppgaven var tenkt med en lukket farkost. Besvarelser som har tolket oppgaven som en dykkerklokke har også fått full uttelling.

6 Hydrostatikk

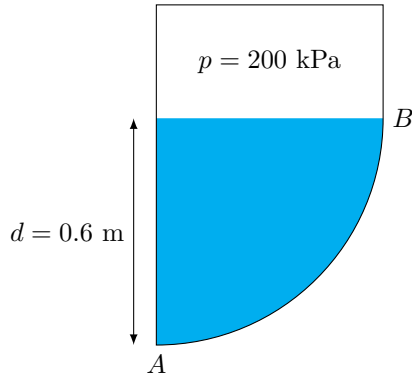
3 Hydrostatikk v1

Anta at vi har en tank med benzen som vist i figuren. Tanken er trykksatt til 200 kPa i luftrommet. Anta at tanken er 1.0 m dyp inn i planet. Slå opp nødvendige materialparametre og siter kilden.

Centroiden til en kvart-sirkel med radius R ligger $(4R/3\pi, 4R/3\pi)$ fra hjørnet

Hva blir den ~~nette~~² vertikale kraftkomponenten som virker fra væsken på arealet mellom A og B (kvart-sirkelen)?

Hva blir dreiemomentet som virker fra væsken på arealet mellom A og B relativt til en akse gjennom punktet A inn i planet?



7 Materialderivert

1 Materialderiverte v1

Gitt hastighetsfeltet

$$\mathbf{v} = V_0 \left(1 + \frac{2x}{L}\right) \hat{\mathbf{x}}, \quad (38)$$

hvor $V_0 = 2.0 \text{ m s}^{-1}$ og $L = 1.0 \text{ m}$.

Hva er akselerasjonen til en partikkel ved $x = 1.0 \text{ m}$?

2 Materialderivert v2

Gitt hastighetsfeltet

$$\mathbf{v} = (x^2 + y^2) \hat{\mathbf{x}} - (2xy) \hat{\mathbf{y}} \quad (40)$$

Bestem x -komponenten til akselerasjonen til en partikkel.

8 Kontinuitet

1 Kontinuitet

Anta at vi har et 2-dimensjonalt, inkompressibelt strømningsfelt \mathbf{v} hvor x -komponenten er gitt av

$$v_x = K(1 - \exp(-ay)) \quad (42)$$

²Den opprinnelig ordlyden på denne oppgave gjorde at oppgaven ikke ble som opprinnelig tenkt. Tekst som er streket ut og lagt til i rødt er endringer i forhold til ordlyden under eksamen. Den opprinnelige oppgavene og et løsningsforslag på den er gitt i appendiks.

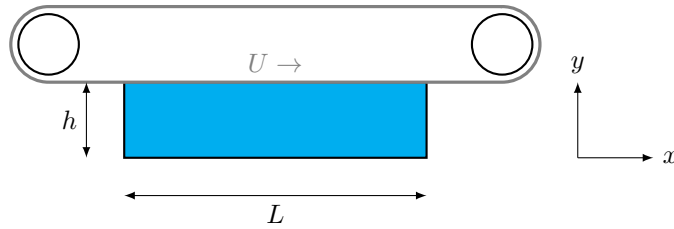


Figure 1: Oppgave 11

og $v_y(x, 0) = v_0$, hvor v_0 er en konstant

Hva er den mest generelle formen for $v_y(x, y)$ som oppfyller kontinuitetslikningen?

9 Euler

1 Euler v1

Et hastighetsfelt i en friksjonsfri, inkompressibel væske er gitt av

$$\mathbf{v} = 2xy\hat{\mathbf{x}} - y^2\hat{\mathbf{y}} \quad (44)$$

Finn et uttrykk for $\partial_x p$ (x-komponenten av gradienten til trykket). Neglisjer gravitasjon.

2 Euler v2

Et hastighetsfelt i en friksjonsfri, inkompressibel væske er gitt av

$$\mathbf{v} = 4xy\hat{\mathbf{x}} + 3y^2\hat{\mathbf{y}} \quad (47)$$

Finn et uttrykk for $\partial_x p$ (x-komponenten av gradienten til trykket). Neglisjer gravitasjon

10 Strømningsfunksjonen

1 Strømfunksjon og hastighetspotensial

Gitt 2D-strømning med hastighetsfelt

$$\mathbf{v} = 2V(x/L - y/L)\hat{\mathbf{x}} - 2Vy/L\hat{\mathbf{y}} \quad (49)$$

Bestem strømningsfunksjonen og hastighetspotensialet dersom de eksisterer.

11 NS

1 NS

Anta at et vi har en beholder som vist i figur 1 hvor den øverste flaten i beholderen er et bånd som beveger seg i x -retning med hastigheten U og dermed setter i gang en strømning i beholderen gjennom friksjonen mellom båndet og væsken. Strømmen vi gå i positiv x -retning i den øvre del av beholderen og i negativ x -retning i den nedre del av beholderen. Beholderen er fylt med inkompressibel væske med tetthet ρ og viskositet μ .

Vi skal anta at beholderen er veldig lang i x -retning ($L \gg h$) slik at vi kan se bort fra effekter ved endene og kun betrakte strømning i et område nær midten av beholderen og at strømmingen er

parallel med x -aksen. Vi antar en stasjonær tilstand og heftebetingelser ($\mathbf{v} = 0$) ved alle overflater. Neglisjer gravitasjonskrefter.

- (a) Vis at x -komponenten av trykkgradienten i væsken er konstant.
- (b) Vis at hastighetsfeltet er gitt av

$$v_x(y) = \frac{U}{h}y + \frac{1}{2\mu}\partial_x p(y^2 - hy) \quad (59)$$

Appendiks

Hydrostatikk (Opprinnelige oppgave)

2 Hydrostatikk v1

Anta at vi har en tank med benzen som vist i figuren. Tanken er trykksatt til 200 kPa i luftrommet. Anta at tanken er 1.0 m dyp inn i planet. Slå opp nødvendige materialparametre og siter kilden.

Centroiden til en kvartssirkel med radius R ligger $(4R/3\pi, 4R/3\pi)$ fra hjørnet

Hva blir den netto *vertikale* kraftkomponenten som virker på arealet mellom A og B (kvartssirkelen)?

Hva blir dreiemomentet som virker på arealet mellom A og B relativt til en akse gjennom punktet A inn i planet?

