

Figure 1: Oppgave 3

1. En transversal bølge er gitt av

$$\mathbf{f}(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \hat{\mathbf{y}} + B \sin(kx - \omega t + \phi) \hat{\mathbf{z}} \quad (1)$$

For hvilke verdier av A , B og ϕ representerer bølgen en sirkulærpolarisert bølge? For hvilke verdier representerer den en lineærpolarisert bølge? Svaret må begrunnes.

2. Du er sendt til en fjern planet for å måle dens masse. Med deg har du et instrument som har et lodd med masse $m = 7,50$ kg som henger i en $L = 4,00$ m lang snor. Snoren veier $0,028$ kg. Anta at vekta på snora ikke påvirker snordraget. Instrumentet kan eksitere transversale mekaniske bølger langs snoren og kan måle tiden T det tar for en puls å forplante seg fra loddet til opphengspunktet. Før du landet på planeten målte du radien av planeten til $7,20 \cdot 10^7$ m. Du leser av på instrumentet at $T = 0,060$ s. Hva er planetens masse?

(Hint: Tyngdekraften F mellom to objekter med masse m og M og avstand r mellom massesentrene er gitt av $F = G \frac{mM}{r^2}$. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$.)

3. Figur 1 viser en demning med en kvadratisk luke med sidekanter h og den ene sidekanten langs AB . Luken er hengslet i A og kan rotere fritt rundt en akse gjennom A , normalt på figurplanet. En kraft F virker i punkt B og holder luken i likevekt. Punktet B er en dybde h under vannflaten på venstre side. Vannet på høyre side når halvveis opp på luken. La massetettheten til vannet være ρ og tyngdens akselerasjon g . La $\theta = 30^\circ$ (Hint: $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$).

Finn et uttrykk for F , uttrykt ved de oppgitte størrelsene, slik at luken er i likevekt.

(Det andre arealmoment til et rektangel med høyde h og bredde b , om en akse i kvadratets plan, parallell med bredden og gjennom geometrisk senter, er gitt av $I_{xx} = \frac{1}{12}bh^3$. Du kan benytte dette om du ønsker.)

4. En sfærisk beholder med diameter $d_s = 35$ cm lekker luft gjennom et lite hull i siden med diameter på $d_h = 5.0$ mm. Anta at luften har en gjennomsnittlig hastighet over hullet på $v = 360$ m/s. Anta at luften i beholderen mikses godt slik at massetettheten til luften i beholderen er homogen (lik i hele volumet) men tidsavhengig siden luften lekker ut. Massetettheten til luften er ved $t = 0$, $\rho = 2.5 \text{ kg/m}^3$. Anta at hastigheten til luften gjennom hullet er konstant for tidsrommet vi ser på.

- (a) Finn et uttrykk for massetettheten $\rho(t)$ som en funksjon av tid og de oppgitte størrelsene.
 (b) Finn en tallverdi for hvor raskt tettheten endrer seg, $\frac{d\rho}{dt}$, ved tiden $t = 0$.

5. Figur 2 viser et viskøst grensesjikt (under stiplede linje) som dannes over en tynn plate hvor det strømmer et inkompressibelt fluid. Høyden på grensesjiktet som funksjon av x langs platen er $\delta(x)$. Hastigheten

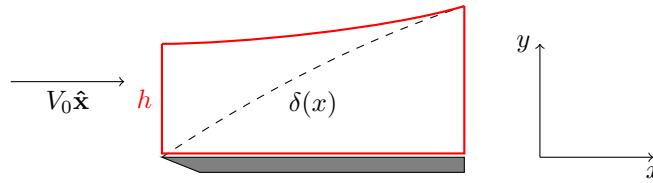


Figure 2: Oppgave 5

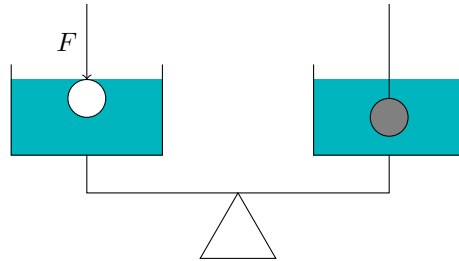


Figure 3: Oppgave 6

til den eksterne, friksjonsfrie strømmingen før platen er $V_0 \hat{\mathbf{x}}$. La $\mathbf{v}(x, y)$ være hastigheten i grensesjiktet. Vi antar at vi kan neglisjere hastighetskomponenter vertikalt på flaten i grensesjiktet slik at $\mathbf{v}(x, y) = (v_x(x, y), 0)$. Den røde linjen viser forslag til et kontrollvolum hvor den øvre linjen følger en strømlinje. Anta at systemet ikke har noen variasjon vertikalt på figurens plan.

Vis at

$$V_0 = \frac{1}{h} \int_0^{\delta(x)} v_x(x, y) dy \quad (17)$$

6. En balansevekt består av to like skåler med like mye vann (se figure 3). I den ene skålen er det nedsenket en metallkule som henger i en tynn tråd. I den andre skålen presses en ping-pong ball med samme volum ned i væsken av en kraft (for eksempel med fingrene) slik at den akkurat er under væskens overflate. Vil vekten tippe den ene eller andre veien eller vil den være balansert? Begrunn svaret (Ubegrunnet svar gir null poeng. Mer presis fysisk begrunnelse gir høyere score).
7. Følgende oppgave er gitt til en student

Et hastighetsfelt i en friksjonsfri, inkompressibel væske er gitt av

$$\mathbf{v} = 2xy\hat{\mathbf{x}} - y^2\hat{\mathbf{y}}$$

Finn et uttrykk for $\partial_x p$ (x-komponenten av gradienten til trykket). Neglisjer gravitasjon.

Students besvarelse er vist i figur 4

Har studenten gjort noe feil? I så fall hva?

Antagelser:

- friksjonsfritt: viskositeten = 0
- inkompressibel væske: $\rho = \text{konstant}$
- gravitasjonen er neglisjerbar: $g = 0$

Navier-Stokes etter fjerning av ledd som følge av antagelsene:

$$\vec{v} \cdot \text{nabla} \cdot \vec{v} = \frac{-\text{nabla} P}{\rho}$$

$$x\text{-komponent: } d_x P = -\rho \cdot v_x \cdot d_x v_x = \rho \cdot 2 \cdot x \cdot y^2$$

Figure 4: Oppgave 7.

Flervalgsoppgaver

8. Du oppdager en biltyv og kjører etter ham på motorsykkelen. Bilalarmen har gått og sender ut en frekvens på 520 Hz. Hvis du hører en frekvens på 490 Hz og ser at du kjører i 80 km/t, hvor fort kjører da biltyven? Anta lydhastighet på 340 m/s.
- A. 38 m/s B. 40 m/s C. 42 m/s D. 44 m/s E. 46 m/s
9. En bølgevektor er gitt av $\mathbf{k} = (3,0\hat{x} + 2,0\hat{y})\text{m}^{-1}$. Hva er bølgelengden?
- A. 0,98 m B. 1,3 m C. 1,7 m D. 2,1 m E. 2,8 m
10. En longitudinal bølge transmitteres fra et fast stoff til en gass. Hvilket av utsagnene er typisk sant for hva som skjer når bølgen transmitteres?
- A. Frekvensen øker og fasthastigheten er lik.
B. Amplituden øker og frekvensen minker.
C. Fasehastigheten øker og frekvensen er lik.
D. Frekvensen er lik og amplituden minker.
E. Fasehastigheten minker og amplituden øker.
11. Hvilke av følgende utsagn er *usanne* om en normale mode (du kan velge flere alternativer).
- A. Alle delen av systemet svinger med samme frekvens i en normal mode.
B. Alle delene av systemet svinger med samme amplitude i en normal mode.
C. Bevegelsen er en løsning på bølgelikningen.
D. I en superposisjon av to ulike moder svinger alle delene av systemet med samme frekvens.
E. Relativ fasevinkel mellom delene av systemet er enten 0 eller π i en normal mode.
12. Lys i form av en planbølge med bølgelengde $\lambda = 680 \text{ nm}$ treffer en skjerm hvor det er to svært tynne spalter med innbyrdes avstand på $d = 0.25 \text{ mm}$. På en parallell vegg $L = 3.0 \text{ m}$ bak skjermen observerer du striper med høy intensitet. Hva er avstanden mellom de disse stripene?
- A. 8,2 mm B. 14 mm C. 19 mm D. 24 mm E. 28 mm
13. Et numeriske analyseprogram har regnet ut hastighetspotensialet til et fluid i diskrete punkter $\phi(x_n, y_n)$ i et kvadratisk grid. Verdien i fire nabopunkter er vist i figuren. Avstanden mellom punktene er 0.10 m, langs aksene. Hva indikerer dataene at absoluttverdien av hastigheten til fluidet er i senter av kvadratet?
- A. 16 m/s

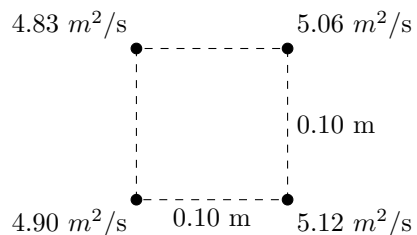


Figure 5: Hastighetspotensialet i diskrete punkter

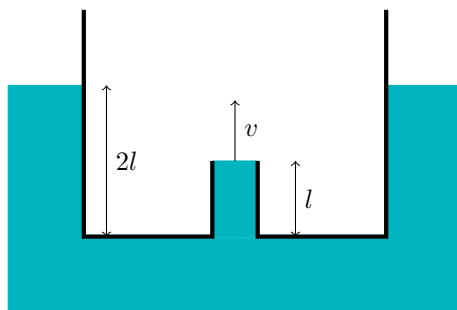


Figure 6: Kar nedsenket i vann med innvendig.

- B. 12 m/s
 - C. 9,8 m/s
 - D. 5,3 m/s
 - E. 2,4 m/s
14. En sfærisk vandråpe i luft har radius 1,0 mm. Overflatespenningen til vann mot luft er 0,073 N/m. Hva er trykkforskjellen mellom det indre av dråpen og omgivelsene?
- A. 12 Pa B. 68 Pa C. 0,11 kPa D. 0,15 kPa E. 0,21 kPa
15. En beholder senkes ned i vann slik at bunnen er $2l$ under overflaten. Figuren viser et tverrsnitt av beholderen. I bunnen av beholderen er et rør med lengde l som vender inn i beholderen. Hva er hastigheten til vannet når det kommer ut av røret (før nivået inni beholderen når toppen av røret). Anta at vi kan se bort fra friksjon. La $l = 20$ cm.
- A. 2,0 m/s B. 2,8 m/s C. 3,3 m/s D. 3,7 m/s E. 4,5 m/s
16. Hvilke betingelser *må* være oppfylt for at følgende likning skal være gyldig (altså ikke *kan* være oppfylt).

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \tag{23}$$

- A. Friksjonsfritt og inkompressibelt
- B. Rotasjonsfritt
- C. Friksjonsfritt og stasjonært
- D. Inkompressibelt
- E. Stasjonært og inkompressibelt