

Regneoppgaver

Bølgefysikk

1. (a) Vis at gjennomsnittlig effekt som overføres med en harmonisk bølge kan uttrykkes som

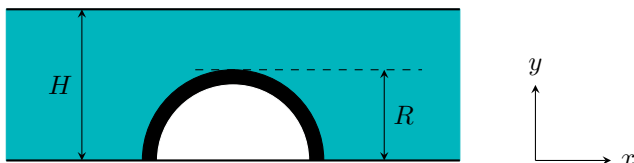
$$P = \frac{1}{2} \sqrt{S\mu} \omega^2 y_0^2 \quad (1)$$

- (b) En pianostreng har en masse på 3,0 g og lengde 80 cm. Strengen er spent opp med en kraft på 25 N. En bølge med frekvens 120 Hz beveger seg langs strengen med en amplitude på 1,6 mm. Hvor stor gjennomsnittlig effekt overføres med bølgen?
2. Anta at vi har stående bølger på en streng. Det er 15 cm mellom knutepunktene (punkter på strengen som ikke beveger seg). Alle delene på strengen (bortsett fra knutepunktene) svinger med en periode $T = 0,075$ s. Hva er bølgehastigheten til bølger på strengen?
3. Et jagerfly flyr over deg i en høyde h . Du hører sjokkbølgen fra jagerflyet en tid T etter at jagerflyet passerer rett over deg. Anta at lydhastigheten er v . Vis at jagerflyets hastighet v_s kan uttrykkes som

$$v_s = \frac{hv}{\sqrt{h^2 - (vT)^2}} \quad (8)$$

Fluidmekanikk

4. Vis hvordan antagelsene om inkompressibilitet og rotasjonsfrihet og gir opphav til konseptet *strømningsfunksjon* og at denne oppfyller Laplace-likningen.
5. Det skal bygges en tunnel under en grunn kanal med dybde H som vist i figuren. Tunnelens tverrsnitt er formet som en halvsirkel med radius R . Massetettheten til vannet er ρ og tyngdens akselerasjon er g . Finn et uttrykk for total kraft per lengde (inn i planet) som virker på overflaten av tunnelen fra vannet, uttrykt ved de oppgitte variablene (se bort fra atmosfæretrykket ettersom bidraget blir kansellert av atmosfæretrykket på innsiden av tunnelen).



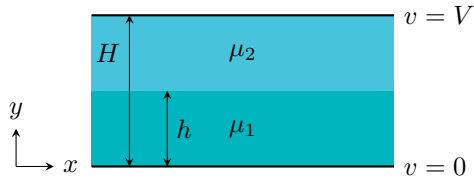
- 6.

Figuren viser en port mellom punktene A og B som holder på plass vannet til venstre i en demning. Portene kan rotere fritt rundt en akse gjennom punktet A gjennom planet. En liten kloss ved B hindrer porten fra å åpne seg.

Demningen har en bredde inn i planet på $b = 5,0\text{ m}$. Høydene på vannet mot demningen er $h = 5,0\text{ m}$, mens avstanden fra vannet til rotasjonspunktet A er $k = 1,0\text{ m}$.

Hvor stor kraft må virke fra klossen B på porten for at porten ikke skal åpne seg?

7. Anta vi har et strømningsystem som vist i figuren. Den øverste platen beveger seg med hastighet V mens den nederste platen er i ro. Mellom platene er det to adskilte, ikke-blandbare, fluider med ulik viskositet. Vi ser bort fra gravitasjon og antar at det ikke er noen trykkgradienter i systemet. Vi antar stasjonær strømning og at hastighetsfeltet kun har komponenter i x -retning, $u_1(y)$ og $u_2(y)$ og kun varierer i y -retning. Avstanden fra den nederste flaten til grensesjiktet er h . Avstanden mellom platene er H .



- (a) I grensesjiktet mellom de to flatene er grensebetingelsen

$$\mu_1 \partial_y u_1(h) = \mu_2 \partial_y u_2(h)$$

Gi et fysisk argument for hvorfor denne grensebetingelsen må gjelde for dette systemet.

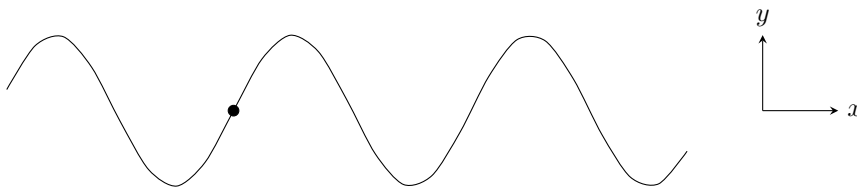
- (b) I tillegg til grensebetingelsen gitt over gjelder også heftbetingelsen både i grensesjiktet og ved de to platene. Finn et uttrykk for $u_1(y)$ og $u_2(y)$ i de to lagene.

Flervalgsoppgaver

Bølgefysikk

8. Figuren viser forskyvningen til en transversal bølge ved et gitt tidspunkt. Bølgen beveger seg i positiv x -retning. Hvilken av uttrykkene nedenfor kan beskrive hastighete til en partikkel i punkt B ved dette tidspunktet. Vi antar $\alpha > 0$ og $\beta > 0$.

- A. $\mathbf{v}_B = -\alpha \hat{\mathbf{x}}$
- B. $\mathbf{v}_B = -\alpha \hat{\mathbf{x}} - \beta \hat{\mathbf{y}}$
- C. $\mathbf{v}_B = -\beta \hat{\mathbf{y}}$
- D. $\mathbf{v}_B = \alpha \hat{\mathbf{x}} + \beta \hat{\mathbf{y}}$
- E. $\mathbf{v}_B = \beta \hat{\mathbf{y}}$



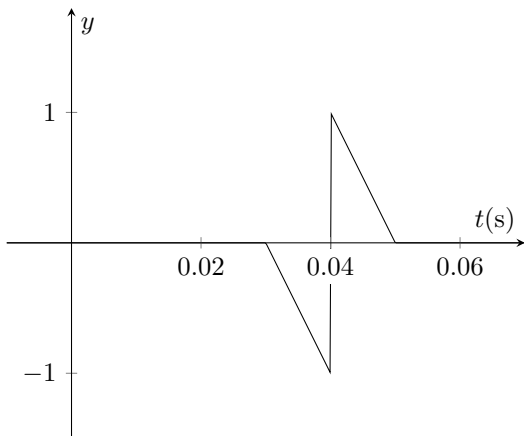
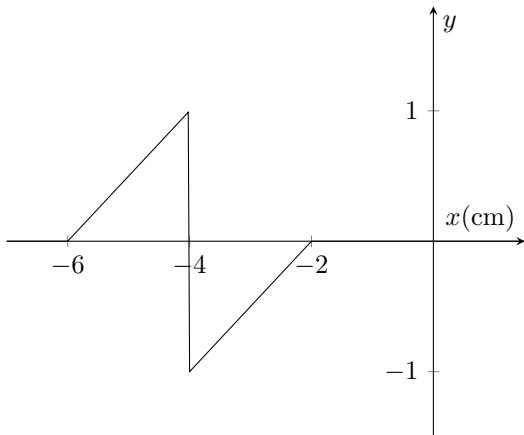
9. En bølge med amplitude A beveger seg med hastighet $v = 0,20\text{ m s}^{-1}$ langs en streng med massetetthet μ som er spent opp med en kraft T . Anta at vi så sender en bølge med amplitude $2A$ (men fortsatt antar at den oppfylder bølgelikningen), øker spenning i strengen til $3T$ og doubler lengden på strengen, men uten å endre massetettheten. Hva blir bølgehastigheten til den nye bølgen?

- A. $0,16 \text{ m s}^{-1}$
- B. $0,20 \text{ m s}^{-1}$
- C. $0,24 \text{ m s}^{-1}$
- D. $0,28 \text{ m s}^{-1}$
- E. $0,35 \text{ m s}^{-1}$

10. Figur 1 viser en bølgepuls som funksjon av x ved tiden $t = 0,01 \text{ s}$. Figur 2 viser samme bølge som funksjon av tid ved posisjon $x = 2,0 \text{ cm}$.

Hvilken retninger beveger bølgen seg? Hva er hastigheten til bølgen?

- A. Positiv x -retning. $v = 1,0 \text{ m s}^{-1}$
- B. Negativ x -retning. $v = 1,0 \text{ m s}^{-1}$
- C. Positiv x -retning. $v = 2,0 \text{ m s}^{-1}$
- D. Negativ x -retning. $v = 2,0 \text{ m s}^{-1}$
- E. Positiv x -retning. $v = 4,0 \text{ m s}^{-1}$
- F. Negativ x -retning. $v = 4,0 \text{ m s}^{-1}$



Fluidmekanikk

11. Gitt et strømningsfelt med hastighet \mathbf{v} gitt av

$$\mathbf{v} = (axy^2 + b, cxy^2, dx^2y)$$

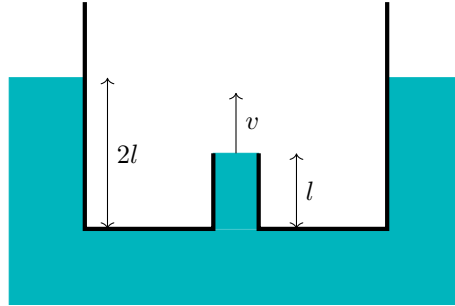


Figure 1: Kar nedsenket i vann med innvendig.

hvor a , b , c og d er konstanter. Hvilket kriterium må oppfylles for at strømningsfeltet kan beskrive et inkompressibelt fluid?

- A. $a = 3b$
- B. $2c = -d$
- C. $a = -c$
- D. $b = 2d$
- E. $a = -3b$

12. En sfærisk vandråpe i luft har radius 1,0 mm. Overflatespenningen til vann mot luft er 0,073 N/m. Hva er trykkforskjellen mellom det indre av dråpen og omgivelsene?

- A. 12 Pa B. 68 Pa C. 0,11 kPa D. 0,15 kPa E. 0,21 kPa

13. En beholder senkes ned i vann slik at bunnen er $2l$ under overflaten. Figuren viser et tverrsnitt av beholderen. I bunnen av beholderen er et rør med lengde l som vender inn i beholderen. Hva er hastigheten til vannet når det kommer ut av røret (før nivået inni beholderen når toppen av røret). Anta at vi kan se bort fra friksjon. La $l = 20$ cm.

- A. 2,0 m/s B. 2,8 m/s C. 3,3 m/s D. 3,7 m/s E. 4,5 m/s

Numerisk

En dempet harmonisk oscillator kan modelleres av følgende differensiallikning

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$

La initialbetingelsene ved $t = 0$ s være $x(0) = 2$, $\dot{x}(0) = 0$. Simuler bevegelsen til oscilatoren mellom $t = 0$ s og $t = 20$ s med Eulers metode og plot resultatet. Bestem selv en passende steglengde.

La $m = 1,0$ kg, $k = 1,0$ N m⁻¹ og $b = 0,5$ N s m⁻¹