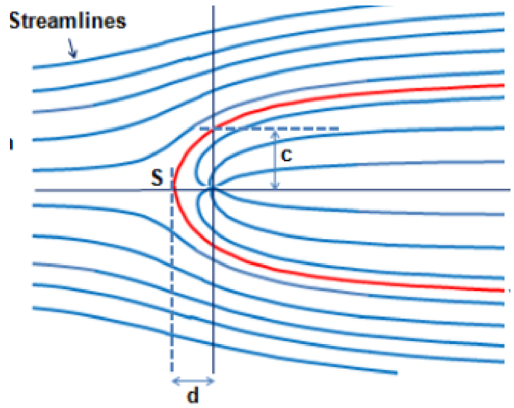


Figur 1: Oppgave 1, Rankines halv-legeme

1 Langsvarsoppgaver

1. Anta at vi har potensialstrømning hvor strømningsfeltet er gitt av superposisjonen av uniform strømning og en punktkilde, se figur 1. Dette gir opphav til det såkalte Rankines halv-legeme som er en strømlinje (rød linje i figuren) med et stagnasjonspunkt (S) langs symmetrilinjen.

   Strømningsfunksjonen for uniform strømning i positiv x-retning med hastighet u er

$$\psi = uy \tag{1}$$

   mens strømningsfunksjonen for en kilde med styrke m i origo, uttrykt i polare koordinater, er

$$\psi = m\theta \tag{2}$$

   I polare koordinater er relasjonen mellom hastighetskomponentene og strømningsfunksjonen gitt av

$$v_r = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \tag{3}$$

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \tag{4}$$

   (a) For strømningsfeltet angitt over, med kilden plassert i origo og uniform strømning i positiv x-retning, vis at likningen for strømlinjen hvor $\psi = m\pi$ er gitt av

$$r = \frac{m(\pi - \theta)}{u \sin\theta} \tag{5}$$

   r og θ er her polare koordinater og θ vinkel relativ til positiv x-akse, med positiv vinkel mot klokken.

Solution: Superposisjonen av uniform strømning og en punktkilde blir

$$\psi = uy + m\theta \tag{6}$$

Setter vi $\psi = m\pi$ får vi

$$m\pi = ur\sin\theta + m\theta \tag{7}$$

hvor vi har brukt $y = r\sin\theta$. Løser vi denne likningen for r får vi

$$r = \frac{m(\pi - \theta)}{u\sin\theta} \tag{8}$$

(b) Dersom $u = 7{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ og avstanden d mellom stagnasjonspunktet (S) og origo/kilden er $d = 2,0$ m, hva er da styrken m på kilden (hint, bruk at hastigheten er null i stagnasjonspunktet)? Sjekk eksplisitt at enheten til styrken på kilden du får i svaret gir mening.

Solution: Vi finner først et uttrykk for hastigheten i radiell retning,

$$v_r = \frac{1}{r}\partial_\theta\psi = \frac{1}{r}\partial_\theta(ur\sin\theta + m\theta) = u\cos\theta + \frac{m}{r} \tag{9}$$

Setter vi denne lik 0 i stagnasjonspunktet får vi

$$\frac{m}{r} = -u\cos\theta = u\cos(\pi) = u \tag{10}$$

slik at

$$m = ur \tag{11}$$

Setter vi inn $r = d$ får vi

$$m = ur = 7{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot 2{,}0\,\mathrm{m} = 14\,\mathrm{m^2/s} \tag{12}$$

Riktig enhet kan sjekkes på ulike måter. For eksempel, fra $\psi = uy$ ser vi at ψ har dimensjon L^2T^{-1}. Fra $\psi = m\theta$ ser vi at m har samme dimensjon som ψ, siden θ er dimensjonsløs. Og L^2T^{-1} er dimensjonen vi fikk på svaret vårt.

2. Bølgehastigheten i luft er avhengig av temperaturen. Musikere som spiller på blåseinstrumenter i orkestere varmer ofte opp instrumentene sine ved å blåse varm pust gjennom dem. Hvis ikke vil tonehøyden endre seg mens de spiller når instrumentet varmes opp fra romtemperatur til temperaturen på utpusten.

   Anta at temperaturen i orkestersalen og en klarinett til å begynne med er 20 °C. Hvor mye vil tonehøyden endre seg dersom vi antar at lufttemperaturen i klarinetten endrer seg til 30 °C etter at du har spilt en stund? Bruk dataene fra tabellene i figur 2 og 3.

   (Vi ser bort fra andre kompliserende faktorer som luftfuktighet, ulik gasssammensetning på inn og utpust og instrumentets termiske ekspansjon).

Solution: Bølgelengden til tonen i instrumentet vil være gitt av instrumentets fysiske utstrekning og er antatt konstant. Om vi lar verdier ved romtemperatur angis med indeks c (cold), kan vi da skrive

$$v_c = \lambda f_c \tag{13}$$

og tilsvarende for det oppvarmede tilfellet (indeks h, hot).

$$v_h = \lambda f_h \tag{14}$$

Løser vi første likning og setter inn får vi

D_4	293.66
$D^{\#}{}_4/E^{b}{}_4$	311.13
E_4	329.63
F_4	349.23
$F^{\#}{}_4/G^{b}{}_4$	369.99
G_4	392.00
$G^{\#}{}_4/A^{b}{}_4$	415.30
A_4	440.00
$A^{\#}{}_4/B^{b}{}_4$	466.16
B_4	493.88
C_5	523.25
$C^{\#}{}_5/D^{b}{}_5$	554.37
D_5	587.33

Figur 2: Frekvens i Hertz (høyre kolonne) for ulike tonehøyder

Temperature, *T* (°C)	Speed of sound, *c* (m/s)
35	351.88
30	349.02
25	346.13
20	343.21
15	340.27
10	337.31

Figur 3: Lydhastighet som funksjon av temperatur

$$v_h = v_c \frac{f_h}{f_c} \tag{15}$$

Løser for f_h

$$f_h = f_c \frac{v_h}{v_c} \tag{16}$$

Setter vi for eksempel inn 440 Hz for f_c får vi frekvensen ved høy temperatur til å bli

$$f_h = 440\,\mathrm{Hz} \cdot \frac{349\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{343\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 447\,\mathrm{Hz} \tag{17}$$

Dette tilsvarer dermed omtrent en kvart halvtone (neste halvtone er på 466 Hz). Dette vil nok være hørbart for noen med godt gehør, og effekten vil øke dersom temperaturdifferansen øker enda mer.

3. Anta at du synger i dusjen og at dusjveggene går fra gulv til tak slik at dusjen kan sees på som en lukket sylinder som er 2.5 m lang.

   Gi et overslag på frekvensen til de to normale modene med lavest frekvens for stående lydbølger i dusjens lengderetning.

   Korresponderer disse frekvensene til hørbar og sangbar lyd (slik at du kan få resonans når du synger)?

Solution: For en lukket sylinder må vi ha knutepunkt for forskyvningen i begge ender slik at de tillatte bølgelengden blir et heltall antall halvbølger,

$$m\frac{\lambda}{2} = L \tag{18}$$

som gir

$$\lambda = \frac{2L}{m} \tag{19}$$

Frekvensen for disse modene finner vi fra $v = \lambda f$

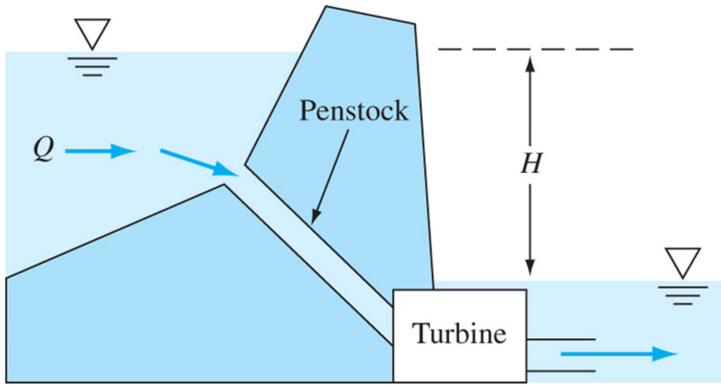
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{mv}{2L} \tag{20}$$

Setter vi for eksempel inn $v = 340\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ for bølgehastigheten finner vi at de to laveste frekvensen er $f_1 = 68\,\mathrm{Hz}$ og $f_2 = 136\,\mathrm{Hz}$.

Hørbar lyd går fra omtrent 20 Hz til 20 kHz så disse frekvensene faller innenfor dette området. En bartion-stemme kan gå ned til omtrent 100 Hz og vil kunne få resonans i dusjen.

4. En lydbølge med frekvens 400 Hz og bølgelengde 8,0 m beveger seg i en væske. Hva er bulkmodulen til væsken. Anta at væskens tetthet er 1300 kg/m^3.

   Sjekk at enheten du får stemmer overens med definisjonen av bulkmodulen.



Figur 4: Oppgave 5.

Solution: For lydbølger har vi at bølgehastigheten er relatert til bulkmodul og tetthet via

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \tag{21}$$

Setter vi inn $v = \lambda f$ og løser for B får vi,

$$B = (f\lambda)^2 \rho = (400\,\mathrm{Hz} \cdot 8{,}0\,\mathrm{m})^2 \cdot 1300\,\mathrm{kg/m^3} = 13 \times 10^9\,\mathrm{kg/(ms^2)} = 13\,\mathrm{GPa} \tag{22}$$

Bulkmodulen er forhold mellom trykkendring og relativ volumendring, enheten for bulkmodul er dermed samme som trykk. Trykk er kraft per areal. Kraft er masse ganger akselerasjon. Vi finner dermed at enheten for bulkmodulen må være

$$[B] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{[m][a]}{[A]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = \frac{M}{LT^2} \tag{23}$$

som er samme enhet som i svaret vårt.

5. Anta at du har et tilførselsrør til en turbin i et vannkraftverk som vist i figur 4. Friksjonstapet i røret, uttrykt som et høydetap, er gitt av

$$h_f = C\Phi_V^2 \tag{24}$$

hvor C er en parameter som avhenger av rørets utforming og Φ_V er volumstrømmen. H er høydeforskjellen mellom øvre og nedre vannflate.

Vis at den maksimale effekten vi kan få ut av turbinen er

$$P_{max} = \frac{2}{3}\gamma H \Phi_V \tag{25}$$

og at dette inntreffer når $\Phi_V = \sqrt{\frac{H}{3C}}$.

Vi antar at strømmen gjennom røret kan sees på som viskøs, inkompressibel strømning og at hastigheten ved utgangen fra turbinen er neglisjerbar.

Litt bakgrunnsinfo som kan være nyttig:

For 1-dimensjonal strømning kan energibevaring uttrykkes som

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_f + h_t \tag{26}$$

hvor leddene er gitt som en *høyde* (head) med enhet lengde. h_f er friksjonstapet angitt som et høydetap mens h_t representerer *høydetapet* fra energien som tas ut av turbinen. Indeksen representerer henholdsvis inngang (1) og utgang (2). For å gjøre om likningen om til energi per masse kan du multiplisere med g. For å gjøre om likningen til energi per volum kan du multiplisere med $\gamma = \rho g$.

Solution: La inngangen (1) til strømningen være øvre overflate som antas å være i ro. Ettersom hastigheten ved inn- og utgang er neglisjerbar forenkles energilikningen til

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 = \frac{p_2}{\rho} + z_2 + h_f + h_t \tag{27}$$

La dybden til utløpet under nedre vannflaten være gitt av d Sett $z = 0$ ved utløpet. Vi multipliser energilikningen med γ for å få energi per volum og setter inn for trykk og høyde som gir

$$p_a + \gamma(d + H) = p_a + \gamma d + 0 + \gamma(h_f - h_t) \tag{28}$$

De fleste leddene kansellerer og vi ender opp med

$$\gamma H = \gamma(h_f + h_t) \tag{29}$$

eller

$$\gamma h_t = \gamma(H - h_f) \tag{30}$$

Dette er energi per volum så vi ganger med volumstrøm (volum per tid) for å få energi per tid (effekt). Effekten som tas ut av turbinene er dermed

$$P = \gamma(H - h_f)\Phi_V = \gamma(H - C\Phi_V^2)\Phi_V \tag{31}$$

For å finne maksimal effekt deriverer vi med hensyn på volumstrømmen og setter uttrykket likt null (for å få maksimal verdi)

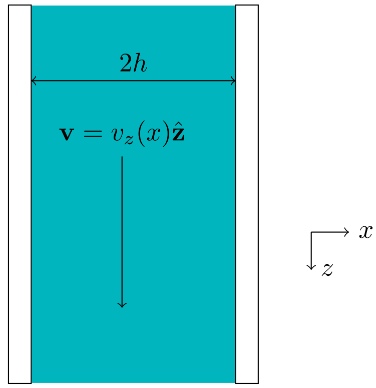
$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\Phi_V} = \gamma(H - 3C\Phi_V^2) = 0 \tag{32}$$

som gir

$$\Phi_V = \sqrt{\frac{H}{3C}} \tag{33}$$

Setter vi inn i uttrykket for effekten får vi maksimal effekt som

$$P_m = \frac{2}{3}\gamma H \Phi_V \tag{34}$$



Figur 5: Oppgave 6.

6. Et fluid med tetthet ρ og viskositet μ renner mellom to uendelig store plater som vist i figur 5. Avstanden mellom platene er $2h$. Fluidet er kun påvirket av tyngdekraften og friksjon, det er ingen påtrykt trykkgradient (dvs. trykket er antatt likt ved toppen og bunnen av strømmen). Hastigheten har kun en komponent i z-retning som kun varier med x, $v_z(x)$. Anta stasjonær strømning.

   Finn et uttrykk for hastighetsprofilen $v_z(x)$ mellom platene.

Solution: Vi kan sett opp NS i z-retningen

$$\partial_t v_z + (\mathbf{v} \cdot \nabla) v_z = -\nabla p + g + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 v_z \tag{35}$$

Leddet med den tidsderiver forsvinner siden vi har stasjonær strømning. ∇p er null siden vi ikke har noen trykkgradient. Det konvektive leddet blir

$$(v_z \partial_z) v_z(x) \tag{36}$$

som også er null. Vi får dermed

$$g + \frac{\mu}{\rho} \partial_x^2 v_z = 0 \tag{37}$$

Forenkler det litt til

$$\partial_x^2 v_z = -2a \tag{38}$$

hvor $a = \frac{\rho g}{2\mu}$

Integrer to ganger gir oss

$$v_z = -ax^2 + c_1 x + c_2 \tag{39}$$

Setter så $x = 0$ ved den ene veggen slik at $v_z(2h) = v_z(0) = 0$ som gir $c_2 = 0$ og $c_1 = 4ha$.

Det gir oss til slutt

$$v_z = \frac{\rho g}{2\mu}(2hx - x^2) \tag{40}$$

(om man setter $x = 0$ i midt mellom platene blir svaret

$$v_z = \frac{\rho g}{2\mu}(h^2 - x^2) \tag{41}$$

)

2 Flervalgsoppgaver

7. To bølger med små amplituder beveger seg på samme streng. Slike bølger er ikke-dispersive. Hvilke (du kan velge flere) av følgende utsagn er *ikke sanne* om de to bølgene.
   A. De kan ha ulik amplitude.
   B. De kan ha ulike bølgelengde.
   C. De kan ha ulik frekvens
   D. De kan ha ulik fasehastighet
   E. De kan ha samme frekvens men ulik bølgelengde

Solution: Ikke-dispersive bølger har samme fasehastighet for alle frekvenser og denne er relatert til bølglengden som

$$v = \lambda f \tag{42}$$

Ofte skrives en dispersjonsrelasjon via vinkelfrekvens og bølgetall, $\omega(k)$. For ikke dispersive bølger er dette en lineær relasjon,

$$\omega(k) = vk \tag{43}$$

Det er forøvrig ingen begrensninger på hvilken amplitude (bortsett fra at approksimasjon for små bølger må være gyldig), bølgelengde eller frekvens de to bølgene kan ha.

8. To bølger med små amplituder beveger seg på en havoverflate. Slike bølger er dispersive. Hvilke (du kan velge flere) av følgende utsagn er *ikke sanne* om de to bølgene.
   A. De kan ha ulik amplitude.
   B. De kan ha ulike bølgelengde.
   C. De kan ha ulik frekvens
   D. De kan ha ulik fasehastighet
   E. De kan ha samme frekvens men ulik bølgelengde

Solution: For dispersive bølger er fasehastigheten en funksjon av bølgelengden til bølgen. For havbølger gjelder dispersjonsrelasjon

$$\omega^2 = gk \tanh kh \tag{44}$$

hvor h er havdybden.

Bølgehastigheten $v = \omega/k$ vil dermed variere med bølgelengde. Men det er fortsatt en fast relasjon mellom bølgelengde og frekvens (gitt av dispersjonsrelasjonen).

Det er forøvrig ingen begrensninger på hvilken amplitude (bortsett fra at approksimasjon for små bølger må være gyldig), bølgelengde eller frekvens de to bølgene kan ha.

9. Et hastighetspotensial er gitt av $\mathbf{v} = 3y\hat{\mathbf{x}} + 2x\hat{\mathbf{y}}$. Hva er strømningsfunksjonen for dette hastighetsfeltet?
   - A. $y^2 - 2x^2 + c$
   - B. $\frac{1}{3}y^2 - x^2 + c$
   - C. $\frac{1}{2}y^2 - 2x^2 + c$
   - **D.** $\frac{3}{2}y^2 - x^2 + c$
   - E. $\frac{2}{3}y^2 - 3x^2 + c$

Solution: for strømningsfunksjonen ψ har vi

$$\begin{aligned} v_x &= \partial_y \psi = 3y \\ v_y &= -\partial_x \psi = -2x \end{aligned} \tag{45}$$

Integrerer vi hver av likningen får vi

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{3}{2}y^2 + f(x) \\ \psi &= -x^2 + f(y) \end{aligned} \tag{46}$$

Kombinere vi disse får vi

$$\psi = \frac{3}{2}y^2 - x^2 + c \tag{47}$$

10. Gitt noen betingelser så eksisterer strømningsfunksjonen og den oppfyller Laplaces likning,

$$\nabla^2 \psi = \partial_x^2 \psi + \partial_y^2 \psi = 0 \tag{48}$$

Hvilke betingelser må være oppfylt?
   - A. Inkompressibelt og rotasjonsfritt.
   - B. To-dimensjonalt og stasjonsært.
   - C. Stasjonært, rotasjonsfritt og friksjonsfritt.
   - D. Kompressibelt, stasjonært og to-dimensjonalt.
   - **E. Inkompressibelt, to-dimensjonalt og rotasjonsfritt.**

Solution: Divergensen av en curl er alltid lik 0

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{f}) = 0 \tag{49}$$

Men dersom vi har et *inkompressibelt* fluid så blir kontinuitetslikningen

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \tag{50}$$

som indikerer at vi kan skrive hastighetsfeltet som en curl av et annet vektorfelt $\mathbf{f}$, $v = \nabla \times \mathbf{f}$. Hvis vi i tillegg antar to-dimensjonal strømning i x, y-planet finner vi at vi kan skrive hastighetsfeltet som

$$v = (\partial_y f_z, -\partial_x f_z) \tag{51}$$

Skalarfeltet $f_z = \psi$ kaller vi strømningsfunksjonen. Om vi nå tar curl av hastigheten for å få virvlingen får vi

$$\omega = \nabla \times v = -\partial_x^2 \psi - \partial_y^2 \psi = -\nabla^2 \psi \tag{52}$$

Om vi i tillegg antar at systemet er rotasjonsfritt ($\omega = 0$) får vi Laplace's likning,

$$\nabla^2 \psi = 0 \tag{53}$$

Systemet må altså være *inkompressibelt, to-dimensjonal og rotasjonsfritt.*

11. Gitt at vi i et punkt i et materiale har en spenningstensor som er gitt av

$$\sigma = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathrm{N/m^2} \tag{54}$$

Hva er x-komponenten av kraften som virker over en liten flate i dette punktet med areal $\sqrt{2} \cdot 10^{-6}$ m^2 og overflatenormal i [1 1 0] retning.

A. 1 μN B. 2 μN **C. 3** μN D. 4 μN E. 5 μN

Solution: Vi regner første ut spenningen $\mathbf{f}$ (kraft per areal) på flaten som

$$\mathbf{f} = \hat{\mathbf{n}} \cdot \sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathrm{N/m^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \mathrm{N/m^2} \tag{55}$$

For å få kraften ganger vi spenningen med arealet. For x-komponenten får vi

$$F_x = f_x A = \frac{3}{\sqrt{2}} \mathrm{N/m^2} \cdot \sqrt(2) \cdot 10^{-6} \mathrm{m^2} = 3\mu\mathrm{N} \tag{56}$$

12. En planbølge er beskrevet av

$$y(x,t) = (2.5\text{mm})\sin\big((3.5\text{m}^{-1})x - (4.5\text{s}^{-1})t\big) \tag{57}$$

Hva er bølgelengden til denne bølgen?

A. 0.57 m B. 0.89 m **C. 1.8 m** D. 2.6 m E. 3.2 m

Solution: Bølgetallet til bølgen er $k = 2\pi\lambda = 3.5\text{m}^{-1}$, slik at

$$\lambda = \frac{k}{2} = \frac{2\pi}{3.5\text{m}^{-1}} = 1.8\text{m} \tag{58}$$

13. En planbølge er beskrevet av

$$y(x,t) = (2.5\text{mm})\sin\big((3.5\text{m}^{-1})x - (4.5\text{s}^{-1})t\big) \tag{59}$$

Hva er fasehastigheten til denne bølgen?

A. 0.29 m/s B. = 0.78 m/s **C. = 1.3 m/s** D. = 1.9 m/s E. = 3.1 m/s1.9

Solution: Fasehastigheten v er gitt av

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{4.5\text{s}^{-1}}{3.5\text{m}^{-1}} = 1.3\text{m/s} \tag{60}$$

14. Du er på byggevarehuset og vurderer to ulike gressklippere. Den ene oppgir støynivået til 84 dB mens den andre angir støynivået til 66 dB. Hva er forholdet mellom intensitetene til lydbølgen som de to maskinene produserer?

A. $5.9 \cdot 10^{-4}$ B. $2.9 \cdot 10^{-3}$ C. $5.4 \cdot 10^{-3}$ D. $8.3 \cdot 10^{-3}$ **E.** $1.6 \cdot 10^{-2}$

Solution: Lydstyrken β angitt i dB er definert som

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \tag{61}$$

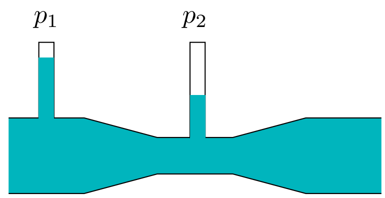
slik at vi kan uttryke intensiteten fra lydstyrken i dB som

$$I = I_0 10^{\beta/10} \tag{62}$$

slik at forholdet mellom intensitetene I blir

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{10^{\beta_1/10}}{10^{\beta_2/10}} = 10^{\frac{\beta_1-\beta_2}{10}} = 10^{\frac{66-84}{10}} = 10^{-1.8} = 0.016 \tag{63}$$

15. Figur 6 viser et såkalt Venturi-rør som illustrerer at trykket reduseres i innsnevringen (sees ved en lavere vannsøyle). Om vi kjenner massetettheten ρ til væsken og dimensjonene (tverrsnittsarealet A) til rørene kan vi lese av massestrømmen fra trykkdifferansen $\Delta p = p_2 - p_1$ (som vi leser av fra vannsøylene). Hvilket av følgende uttrykk er riktig for massestrømmen?



Figur 6: Oppgave 15. Venturi-rør.

A. $\Phi_m = A_1 \sqrt{\dfrac{2\rho\Delta p}{1 - \left(\dfrac{A_1}{A_2}\right)}}$

B. $\Phi_m = A_1 \sqrt{\dfrac{2\rho\Delta p}{1 - \left(\dfrac{A_1}{A_2}\right)^2}}$

C. $\Phi_m = A_1 \sqrt{\dfrac{2\rho\Delta p}{1 - \left(\dfrac{A_1}{A_2}\right)^4}}$

D. $\Phi_m = A_1 \sqrt{\dfrac{4\rho\Delta p}{1 - \left(\dfrac{A_1}{A_2}\right)}}$

E. $\Phi_m = A_1 \sqrt{\dfrac{8\rho\Delta p}{1 - \left(\dfrac{A_1}{A_2}\right)^2}}$

Solution: Vi bruker Bernoullis likning langs en strømlinje midt i røret. Vi får da

$$\frac{1}{2}v_1^2 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{1}{2}v_2^2 + \frac{p_2}{\rho} \tag{64}$$

I tillegg kan vi bruke massebevaring mellom posisjon 1 og 2 til å skrive (siden vi antar et væsken er inkompressibel).

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \tag{65}$$

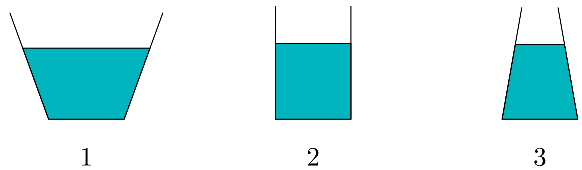
Setter vi inn for v_2 fra massebevaring inn i Bernoulli, skriver om litt og får

$$\frac{v_1^2}{2}\left(1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right) = \frac{\Delta p}{\rho} \tag{66}$$

som vi kan løse for v_1

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho\left(1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right)}} \tag{67}$$

Massestrømmen Φ_m er gitt av $\Phi_m = \rho v A$ slik at vi tilslutt får



Figur 7: Oppgave 16.

$$\Phi_m = A_1 \sqrt{\frac{2\rho\Delta p}{1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2}} \tag{68}$$

16. Vi har tre beholdere med ulik utforming men med likt areal på bunnflaten som vist i figur 7. Dybden på væsken er lik i i alle beholderne men mengden væske er ulik. Hva er riktig om kraften F som virker på bunnflaten fra vannet?

    A. $F_1 > F_2 > F_3$

    B. $F_1 < F_2 < F_3$

    C. $F_1 = F_2 = F_3$

    D. $F_1 = F_2 < F_3$

    E. $F_1 > F_2 = F_3$

Solution: Trykket i væsken er gitt av dybden på vannet som er lik i alle beholderne. Kraften er lik produktet av trykket og arealet som også er lik i alle beholderene. Kraften er derfor lik i alle beholderne.

Den ulike tyngden av den totale vannmengden kompanseres ved at det også virker vertikale krefter på sideveggene i beholderne med skrå sidevegger.