Institutt for fysikk, NTNU

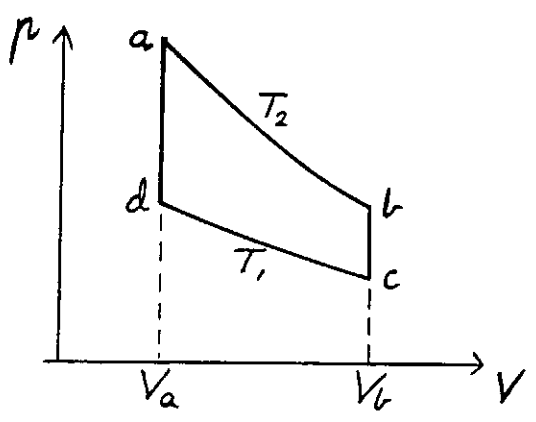
Faglig kontakt under eksamen:
Professor J.S.Høye
Tlf. 93654

EKSAMEN I FAG 74306(74305) TERMISK FYSIKK
Fredag 24. mai 1996
kl.0900 – 1500.

Tillatte hjelpemidler:
Rottmann: Mathematische Formelsammlung
Barnett and Cronin: Mathematical Formulae
Godkjent kalkulator.

Oppgave 1

a)



Et mol gass følger van der Waals tilstandslikning

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2},$$

og den har indre energi

$$U = C_v T - \frac{a}{V}$$

med spesifikk varme ved konstant volum $C_v = \frac{5}{2} R$.

Parametrene a og b anses gitt.

Denne Van der Waals gassen brukes som arbeidssubstans i en reversibel arbeidssyklus som angitt på figuren. Arbeidssyklusen er en såkalt Stirling–prosess som består av 2 isotermer ab og cd med temperaturer henholdsvis T_2 og T_1, og den har 2 isokorer da og bc med volum henholdsvis V_a og V_b.

Beregn utført arbeid W_{ab} langs isotermen fra a til b, og bestem deretter uttrykket for tilført varme Q_{ab} langs den samme isotermen.

b) Hva er forskjellen i entropi ΔS_{ab} $(= S_b - S_a)$ mellom punktene a og b, og hva er den tilsvarende entropiforskjellen ΔS_{da} $(= S_a - S_d)$ mellom punktene d og a ?

c) Under prosessen fra b til c blir det avgitt en varmemengde som her ideelt sett kan absorberes i sin helhet ved prosessen fra d til a. Dette øker virkningsgraden ved at Q_{ab} blir eneste netto tilførte varmemengde. Hva blir virkningsgraden

$$\eta = W/Q_{ab}$$

av denne Stirling–prosessen når W er netto utført arbeid pr. syklus?

Oppgave 2

a) Utled den termodynamiske relasjonen

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

der H er enthalpien.

[Hint: Benytt den termodynamiske identitet der indre energi U er erstattet med enthalpien H = U+pV. Videre kan en benytte at dS for entropien er et totalt (ekte) differensial.]

b) Benytt resultatet under punkt a) til videre å vise at

$$C_p - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

der C_p og C_V er spesifikk varme ved henholdsvis konstant trykk og konstant volum.

[Hint: Benytt også her den termodynamiske identitet der U er eliminert til fordel for H.]

Oppgave 3

a) Hva er likevektsbetingelsene på temperatur, trykk og kjemiske potensial for et system i likevekt?

Et rent oppløsningsmiddel befinner seg på begge sider av en membran som det kan trenge gjennom. På den ene siden av denne membranen tilsettes et stoff som ikke kan trenge gjennom denne. Det tilsatte stoffet (som er oppløst) vil da føre til et osmotisk trykk mot membranen som ved små konsentrasjoner er gitt ved

$$\Delta p = \frac{RT}{V} n .$$

Utled dette uttrykket.

b) Ved å tilsette 100g KCl til en viss mengde vann finnes et osmotisk trykk Δp_K. Tilsvarende vil tilsetting av 100g NaCl til samme mengde vann gi et osmotisk trykk Δp_{Na}. Bestem denne vannmengden når differensen i osmotisk trykk er $\Delta p = \Delta p_{Na} - \Delta p_K = 3{,}0$ atm. (1 atm ≈ 10 N/cm²) og temperaturen er 20°C. Det antas her at både KCl og NaCl dissosierer fullstendig i K^+, Cl^- og Na^+ ioner med atomvekter henholdsvis 39,1 , 35,5 og 23,0 . Videre er $R = 8{,}314$ J/K mol.

Oppgitt: $\mu_i = \mu_i^0 + kT\ln x_i$

$dG = -SdT + Vdp$

Oppgave 4

a) Bølgelengdefordelingen av energitettheten til elektromagnetisk stråling i termisk likevekt er gitt ved

$$u(\lambda,T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1}$$

($u(\lambda,T)d\lambda$ er energitettheten eller energi pr. volumenhet innenfor bølgelengde-intervallet $d\lambda$). Bestem uttrykket for størrelsen σ og eksponenten q i Stefan Boltzmanns lov $j = \sigma T^q$ der $j = \frac{1}{4} c\, u(T)$ er energistrømmen pr. flateenhet og tidsenhet ut fra en svart flate.

b) Sola med diameter $d = 1{,}39 \cdot 10^6$ km kan betraktes som en svart stråler som har en effektiv oveflatetemperatur $T_s = 5800$ K. Bakgrunnstrålingen i verdensrommet (som følger Plancks strålingslov) har en temperatur $T_b = 2{,}7$ K .
En flate med flatenormal pekende mot sola befinner seg i avstand R_1 fra (sentrum av) denne. Hva vil avstanden R_1 være når samlet innstrålt effekt fra bakgrunnsstrålingen mot denne flaten er like stor som samlet innstrålt effekt fra sola?

c) Bakgrunnsstrålingen er mer langbølget enn strålingen fra sola. En flate plasseres igjen som under punkt b) men nå i avstand R_2 fra sola. Hva vil avstanden R_2 være når samlet innstrålt effekt fra den langbølgede delen av bakgrunnsstrålingen mot denne flaten er like stor som den tilsvarende langbølgede delen fra sola (dvs. $\lambda >> hc/kT_b$).

<u>Oppgitt</u>:

$$\int_0^\infty dx \, \frac{x^3}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$