Institutt for fysikk, NTNU

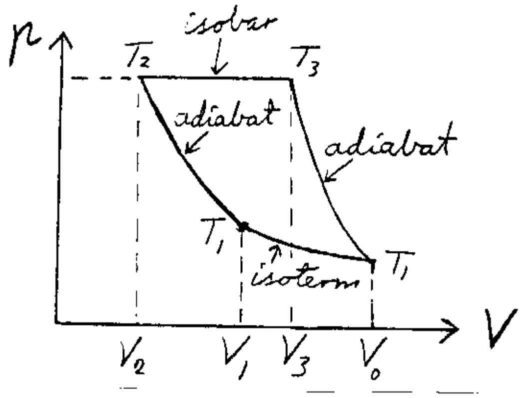
Faglig kontakt under eksamen:
Professor J.S.Høye
Tlf. 93654

EKSAMEN I FAG 74306(74305) TERMISK FYSIKK
Fredag 9.august 1996
kl.0900 – 1500.

Tillatte hjelpemidler:
Rottmann: Mathematische Formelsammlung
Barnett and Cronin: Mathematical Formulae
Godkjent kalkulator.

Oppgave 1

a)



Et mol av en ideell gass gjennomløper en reversibel kretsprosess. Som angitt på figuren blir gassen komprimert ved konstant temperatur T_1 fra volumet V_0 til volumet V_1.

Deretter blir den komprimert adiabatisk til temperaturen er T_2 og volumet er V_2. Så blir den varmet opp ved konstant trykk til temperaturen er T_3 og volumet er V_3. Til slutt ekspanderer den adiabatisk til temperaturen igjen er T_1 og volumet er V_0. Gassen (et mol) har spesifikk varme $C_V = 5/2\ R$, og størrelsene V_0, T_1, T_2 og T_3 anses kjent.

a) Bestem volumet V_3 og deretter volumene V_2 og V_1.

b) Ved de 4 delprosessene blir det tilført varme. Bestem disse varmemengdene vi kan kalle Q_{11}, Q_{12}, Q_{23}, Q_{31} for de enkelte delprosessene. (Indeksene på Q_{ij} angir indekser på tilhørende temperaturer T_i og T_j.)

c) Hva er differensen i entropi ΔS_{31} mellom tilstandene med volum V_3 og V_1 (og temperaturer T_3 og T_1)? Hva er den tilhørende differensen i indre energi ΔU_{31}?

d) Hva blir virkningsgraden η som er forholdet mellom utført arbeid og tilført varme for denne kretsprosessen?

e) Kretsprosessen er idealisering av en arbeidsprosess der luften som komprimeres holdes på omgivelsenes temperatur T_1 mellom volumene V_0 og V_1. Volumet V_1 er slik valgt at den adiabatiske prosessen fra temperaturen T_3 tilbake til utgangstrykket (omgivelsenes trykk) gir temperaturen $T_4 = T_1$.Dette gir maksimal virkningsgrad η med gitte T_1, T_2 og T_3. Forklar kort uten beregning hvorfor en temperatur $T_4 \neq T_1$ vil gi lavere virkningsgrad. [Hint: For å komme tilbake til utgangspunktet kan i sistnevnte tilfelle temperaturen endres fra T_4 til T_1 ved direkte varmeutveksling med omgivelsene under konstant trykk. Påvis at dette betyr et tap.]

Oppgitt: For et mol ideell gass: $pV=RT$;

$$pV^{\gamma} = \text{konst.}$$

Oppgave 2

a) Utled Maxwellrelasjonen

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T$$

og vis deretter at

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p .$$

[Hint: Etabler først uttrykket for differensialet dG der G er Gibbs fri energi.]

b) Vis at Joule–Thompson koeffisienten kan uttrykkes som

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{C_p}\left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V\right] .$$

c) For lave tettheter eller store volum V er tilstandslikningen for et mol av en ikke ideell gass gitt ved

$$p = \frac{RT}{V} + \frac{B(T)}{V^2}$$

der B(T) er en funksjon av T alene (dvs. uavhengig av V).
Beregn Joule–Thompson koeffisienten $\mu_{JT} = \mu_{JT}(T,V)$ for denne gassen når C_p anses gitt, og la $V \to \infty$ i svaret.

Oppgitt: $H = U + pV$

$G = U - TS + pV$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x = -1 \ .$$

Oppgave 3

a) En harmonisk oscillator med egenfrekvens ω har energinivåene

$$E_n = \hbar\omega\left(n+\tfrac{1}{2}\right) \text{ der } n = 0,1,2, \ldots .$$

I termisk likevekt er det en sannsynlighet p_n for at oscillatoren er i nivået med energi E_n. Bestem denne sannsynligheten p_n i termisk likevekt.

b) Ved å betrakte elektromagnetisk stråling i et volum V finner en at antall svingemoder (frekvenser eller egensvingninger) i et frekvensintervall $d\nu$ er gitt ved $(\nu = \omega/2\pi)$

$$g(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} V \nu^2 \, d\nu \ .$$

Hver svingemode kan betraktes som en kvantisert harmonisk oscillator. Benytt dette siste til å finne midlere energi $\epsilon(\nu)$ til en slik svingemode i termisk likevekt når grunntilstandsenergien trekkes fra, og bestem så Plancks lov for frekvensfordelingen av energitettheten $u(\nu,T)$ (energi pr. volum og frekvensenhet) til elektromagnetisk stråling.

c) En termosflaske har volum 0,5 l. Anta for enkelhets skyld at den er kuleformet. Denne kuleformede flasken (beholderen) er isolert med 2 lag plater med vakuum mellom slik at varme ledes kun ved stråling. (Tykkelsen av platene regnes her som neglisjerbar, og den indre platen danner overflaten til kulevolumet 0,5 l.)
Anta at platene stråler som en svart stråler. (Dvs. dette er en dårlig termosflaske.)
Termosen er fylt med vann som har varmekapasitet $c_p = 1 \mathrm{cal/gK} = 4{,}185\ \mathrm{J/gK}$.

Temperaturen til vannet avviker lite fra den til omgivelsene som er romtemperatur ca 20^0C. Dersom dette avviket er ΔT_0 ved tiden $t=0$, vil det ved et senere tidspunkt være

$$\Delta T(t) = \Delta T_0\, e^{-t/\tau}$$

Bestem dacay–tiden τ . [Hint: Etabler differensiallikningen for $\Delta T(t)$ som har den angitte løsningen.]
Oppgitt: $j = \sigma T^4$
$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4}$.