NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET,
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Professor J.S. Høye (for faglærer A. Mikkelsen)
Tlf.: 93654

EKSAMEN I FAG 74306 TERMISK FYSIKK

Lørdag 24. mai 1997 kl. 0900 - 1400

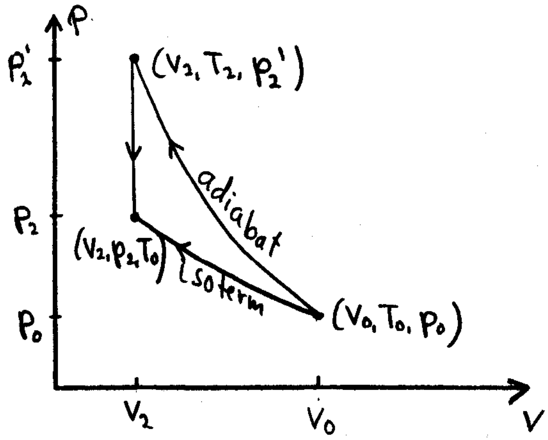
Hjelpemidler:

B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTH.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave),
Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
NB: I tillegg til formelsamlingene fins formler på siste side.

Ved bedømmelsen teller hver deloppgave a,b, etc. like mye (totalt 10 vekttall).

Oppgave 1.

En luftkompressor skal komprimere luft fra trykk p_0=1,0 atm og temperatur T_0 = 293 K til trykk p_2 = 20 atm og samme samme temperatur, T_0. Startvolumet er V_0 = 5,00 m^3. Lufta komprimeres først adiabatisk fra volum V_0 til V_2. Temperaturen vil da øke til T_2. Deretter senkes temperaturen til T_0 i en isokor prosess til endelig sluttrykk p_2.



Alle prosesser kan regnes reversible og du kan regne lufta som en ideell toatomig gass med adiabatkonstant $\gamma = C_P/C_V = 7/5$.

a) Hva blir sluttvolumet V_2 og hva er temperaturen T_2? Størrelsene skal beregnes i angitte rekkefølge.

b) Hvor mye arbeid W_a utfører systemet (lufta) og hvor mye varme Q_a tilføres systemet fra start- til sluttilstand? Presiser fortegnet på størrelsene.

Vi betrakter nå en alternativ kompresjonsprosess langs en isoterm (se figuren).

c) Hvor mye arbeid, W_t, må tilføres lufta i denne isoterme kompresjonen? Beregn også entropiendringen for systemet (lufta) fra start- til sluttilstanden i dette tilfellet.

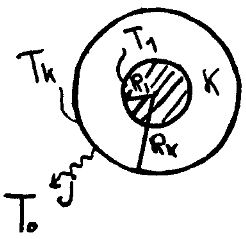
I oppgave a) - c) betraktet vi lufta som tørr (uten vanndamp). I neste punkt antar vi lufta som komprimeres i utgangspunktet har en relativ luftfuktighet på 60%.

d) Hva er massen av vanndamp som kondenseres under den isoterme kompresjonen beskrevet over? Beregn også entropiendringen pga. kondenseringen av vanndampen.

Oppgitt for vann/vanndamp:
Damptrykk ved 20°C: 17,5 mmHg, (60% fuktighet gir 10,5 mmHg). Molekylvekt: 18 g/mol. Massetetthet: $1,0 \cdot 10^3$ kg/m^3. Molar fordampningsvarme: l_f = 40,6 kJ/mol. Vanndamp kan betraktes som ideell gass.

Oppgave 2.

Langs en rett sylinder med radius R_1 og lengde l genereres en konstant effekt $P' = P/l$ pr. lengdeenhet. Sylinderen er omgitt av en sylindrisk kappe med indre radius R_1, ytre radius R_K og varmeledningsevne κ. Varme ledes radielt utover fra sylinderen og til overflata av kappen. Ved stasjonær tilstand har den varmeproduserende sylinderen temperatur T_1 og kappens ytterflate temperatur T_K.



a) Finn et uttrykk for sylinderens genererte effekt P' når $T_1 - T_K$ antas gitt.

Kappen utveksler varme med omgivelsene, som har temperatur T_0. Vi antar at all varmeutveksling mellom kappens ytterflate og omgivelsene skjer i form av svartlegemestråling.

b) Når $T_K - T_0 \ll T_0$ kan nettofluksen fra kappen til omgivelsene skrives

$$j \approx \alpha(T_K - T_0).$$

Finn α uttrykt ved T_0 og Stefan-Boltzmannskonstanten σ.
Ta hensyn til denne strålingstransporten j og finn et uttrykk for P' når $T_1 - T_0$ antas gitt (T_K ikke skal inngå i uttrykket).

Oppgave 3.

a) Finn, ved hjelp av den termodynamiske identitet, differensialet dF for Helmholtz fri energi F for et en-komponent system som er materielt åpent. La V, T og N være de frie variable. Vis deretter relasjonene

$$p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T,N}, \qquad S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{V,N}, \qquad \mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{S,V}.$$

b) Helmholtz fri energi F for en enatomig, ideell gass kan uttrykkes

$$F(T,V,N) = NkT \cdot \ln\left(\frac{N}{V}\lambda^3\right) - NkT.$$

Ved å sette inn uttrykk for energien E for enatomig, ideell gass i partisjonsfunksjonen i det klassiske tilfellet:

$$Z = \frac{1}{N!h^{3N}} \cdot \int \cdots \int e^{-\beta E} \cdot \mathrm{d}^{3N}r \cdot \mathrm{d}^{3N}p, \qquad \text{der } \beta = 1/kT,$$

og ved å bruke sammenhengen

$$F = -kT \ln Z$$

skal du bestemme uttrykk for λ som inngår i $F(T,V,N)$.

Oppgitt: $\ln N! \approx N \cdot \ln N - N$ (Stirlings approksimasjon)

Oppgave 4.

En beholder inneholder n gasspartikler pr. volumenhet. Gassen er i termisk likevekt ved temperatur T og har gjennomsnittlig partikkelfart lik $\langle v \rangle$. Gjennom et hull i veggen slipper det ut partikler, hullet er så lite at det ikke forstyrrer den termiske likevektsfordelingen inni beholderen. La $\langle v \rangle_{\text{ut}}$ være middelfarten for partikler som slipper ut gjennom dette hullet.

Bruk oppgitte formler for Maxwellfordeling og støttall til å finne numerisk verdi for forholdet

$$\frac{\langle v \rangle_{\text{ut}}}{\langle v \rangle}.$$

Oppgave 5.

I et tenkt kvantemekanisk system har en partikkel tre mulige energinivåer:

$$E_1, \quad E_2 = 3 \cdot E_1 \quad \text{og} \quad E_3 = 5 \cdot E_1.$$

Energinivå E_2 er degenerert med $g_2 = 2$ mulige tilstander, E_1 og E_3 er ikke degenerert. Hva blir systemets indre energi U og entropi S for svært lave og for svært høye temperaturer?

****

(formler på neste side)

Noen av disse formler kan du få bruk for. Du må selv tolke symbolene, men bevis trengs ikke.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

$$H = U + pV, \qquad F = U - TS, \qquad G = H - TS, \qquad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$T\mathrm{d}S = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V - \sum_i \mu_i \mathrm{d}N_i$$

$$pV^\gamma = \text{konst.}, \qquad TV^{\gamma-1} = \text{konst.}, \qquad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konst.}.$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \qquad C_P - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k\sum_i N_i \ln x_i$$

Maxwellfordeling inklusiv støttall:

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left\{\frac{-mv^2}{2kT}\right\} 4\pi v^2, \qquad \langle v\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \qquad \langle v^2\rangle = \frac{3kT}{m}$$

$$\mathrm{d}^3 j(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} v f(v)\mathrm{d}v \cos\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi, \qquad \mathrm{d}j(v) = \frac{n}{4} v f(v)\mathrm{d}v,$$

Fri veglengde:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}, \qquad N(x) = N(0)\mathrm{e}^{-x/\lambda}$$

Varmeledning:

$$\vec{j}_q = -\kappa \vec{\nabla} T, \qquad \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\kappa \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} A, \qquad \frac{\partial T}{\partial t} = D_T \nabla^2 T.$$

$$Z = \sum_n \mathrm{e}^{-\beta \cdot E_n}, \qquad F = -kT\ln Z, \qquad U = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}, \qquad \beta = \frac{1}{kT}$$

$$S = k \ln W$$

$$u(T) = aT^4, \qquad j = \sigma T^4, \qquad \sigma = \frac{\pi^2}{60}\frac{k^4}{\hbar^3 c^2} = 5,670 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}$$

$$u(\nu, T)\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3 \mathrm{d}\nu}{\exp\left\{\frac{h\nu}{kT}\right\} - 1}, \qquad \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}\mathrm{d}x = \frac{\pi^4}{15}$$

Kvantemekanisk harmonisk oscillator:

$$E_n = (n + \frac{1}{2})h\nu, \; n = 0, 1, 2, \ldots \qquad \langle E\rangle = \frac{1}{2}h\nu + \frac{h\nu}{\exp\left\{\frac{h\nu}{kT}\right\} - 1}$$

Verdier av integralet

$$f(k) = \int_0^\infty x^k e^{-bx^2}\mathrm{d}x :$$

k	$f(k)$	k	$f(k)$
0	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	1	$\frac{1}{2b}$
2	$\frac{1}{4b}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	3	$\frac{1}{2b^2}$
4	$\frac{3}{8b^2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	5	$\frac{1}{b^3}$