NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET,
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Arne Mikkelsen
Tlf.: 93433

KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG 74306 TERMISK FYSIKK

Lørdag 9. august 1997 kl. 0900 - 1400.

Hjelpemidler:

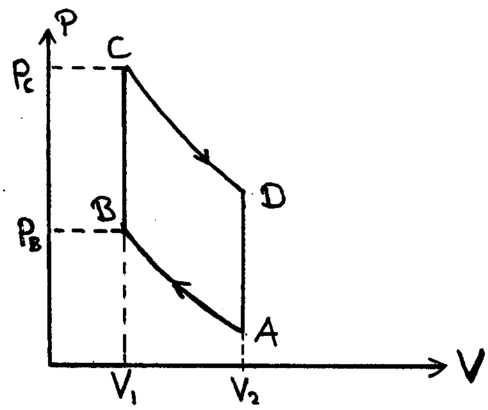
B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTH.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
NB: I tillegg til formelsamlingene fins formler på siste side.

Ved bedømmelsen teller hver deloppgave a,b, etc. like mye (totalt 9 vekttall).

Oppgave 1.

En reversibel kretsprosess ABCDA er sammensatt av to adiabatiske og to isokore prosesser som vist i figuren til høyre. Volumene V_1 og V_2 er gitt.

Arbeidssubstansen er ideell gass med varmekapasiteter C_V og C_P, der $C_V = \frac{5}{2}nR$.



a) I hvilke prosesser utføres arbeid og i hvilke prosesser overføres varme? Betrakt en syklus og sett opp uttrykk for Q_1 = avgitt varme og Q_2 = mottatt varme, W_1 = utført arbeid og W_2 = påført arbeid (slik at $Q = Q_1 + Q_2$ = netto mottatt varme og $W = W_1 + W_2$ = netto utført arbeid) når du antar at temperaturene T_A, T_B, T_C og T_D ved de fire ulike tilstander A,B,C og D er gitt.
Finn deretter temperaturene T_B, T_C og T_D når det er oppgitt at trykkforholdet $p_C/p_B = 3,00$. Temperaturene skal uttrykkes ved T_A og kompresjonsforholdet $r = V_2/V_1$.

b) Virkningsgraden (effektiviteten) for kretsprosessen er η. Sett opp et uttrykk for η der Q_1 og Q_2 inngår. Beregn deretter tallverdi for η når $r = V_2/V_1 = 10$.
Hva er den maksimale virkningsgraden for en kretsprosess som arbeider mellom to reservoar med temperaturer lik henholdsvis den største og den minste temperatur som opptrer i kretsprosessen (tallverdi)?

Vi betrakter nå en alternativ kretsprosess der delprosessen CD erstattes av en isoterm prosess CD'. Arbeidssubstansen er uendret og volumene V_1 og V_2 de samme.

c) Skisser denne nye kretsprosessen i et TS-diagram (S som x-akse og T som y-akse) der A,B,C, og D' markeres tydelig. Tilstanden D fra opprinnelig prosess skal også avmerkes.
Finn entropiendringen $\Delta S_{CD'}$ for gassen i delprosessen CD', uttrykt ved bl.a. C_V.

Oppgave 2.

Differensialformen av Clausius-Clapeyrons likning for likevekt mellom en væske (v) og væskens damp (gass, g) lyder

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{s_g - s_v}{v_g - v_v}$$

der p er damptrykket, T temperaturen, s molare entropi og v molare volum.

a) Presiser hvilke antakelser du må gjøre og vis hvordan du kommer fram til følgende form for Clausius-Clapeyrons likning:

$$\ln\frac{p}{p_0} = \frac{l_f}{R}\left(-\frac{1}{T} + \frac{1}{T_0}\right)$$

der l_f er molare fordampningsvarme og p_0 og T_0 er verdier i en referansetilstand.

b) Benzen har trippelpunkt ved $T_0 = 278{,}68$ K. Følgende tabell viser damptrykket over fast eller flytende benzen:

T/K	260,9	269,3	278,68	305,4	333,2	349,8
p/kPa	1,27	2,42	4,78	17,5	52,2	91,1

Sett opp Clausius-Clapeyrons likning tilsvarende som i a) for likevekt mellom fast stoff og damp. Beregn deretter molar fordampningsvarme, l_f, og molar sublimeringsvarme, l_s, for benzen ved å lage et høvelig plott av de oppgitte data.
Estimer deretter kokepunktet for benzen (ved atmosfæretrykk).

Oppgave 3.

En kvantemekanisk harmonisk oscillator har energiegenverdiene $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$, med $n = 0, 1, 2, 3, ..,$ og er i termisk likevekt med omgivelsene. Ved hvilken temperatur T er det like sannsynlig å finne oscillatoren i grunntilstanden ($n = 0$) som i en eller annen eksitert tilstand?

Oppgitt: $\sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}$ når $a < 1$.

Oppgave 4.

Vi betrakter elektromagnetisk stråling i et hulrom med volum V og temperatur T. Strålingsenergitettheten (J/m^3) i frekvensintervallet $\langle \nu, \nu + \mathrm{d}\nu \rangle$ er gitt ved

$$u(\nu, T)\,\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{\exp\{\frac{h\nu}{kT}\} - 1}\,\mathrm{d}\nu.$$

Vis at indre energi U i det gitte strålingshulrommet er gitt som

$$U = aVT^4.$$

Finn konstanten a uttrykt ved fundamentale fysiske konstanter, og finn også dens numeriske verdi (med enhet).

Oppgave 5.

Ei massiv kule har radius $R = 0,10$ m, varmeledningsevne $\kappa = 25\,\mathrm{J/(m\,s\,K)}$ og kuleoverflata har emissivitet (emisjonsevne) $\epsilon = 0,10$.

Lokalisert til sentrum av kula er det en varmeproduksjon (f.eks. pga. radioaktiv nedbrytning) på $P = 100$ W. Beregn temperaturen på kuleoverflata ved stasjonære forhold når vi antar all varmetransport fra kuleoverflata til omgivelsene foregår ved varmestråling. Omgivelsenes temperatur holdes konstant på 27°C.

Oppgave 6.

En beholder inneholder en gass med partikkeltetthet n og temperatur T. Partikkelhastighetene er Maxwellfordelt, dvs. antall partikler pr. volumenhet som har hastighetsvektorer $\vec{v}$ i et infinitesimalt hastighetselement $\mathrm{d}\vec{v} = \mathrm{d}^3v$ er lik

$$\mathrm{d}^3n = C\mathrm{e}^{-bv^2} \cdot \mathrm{d}^3v, \qquad \text{med} \quad b = \frac{m}{2kT}.$$

En alternativ uttrykksmåte er antall partikler pr. volumenhet som har hastighetsvektorer $\vec{v}$ med retning i romvinkelen $\langle \theta, \phi;\ \theta + \mathrm{d}\theta, \phi + \mathrm{d}\phi \rangle$ og absoluttverdi i et intervall $\langle v, v + \mathrm{d}v \rangle$:

$$\mathrm{d}^3n = C'\, v^2\mathrm{e}^{-bv^2} \cdot \sin\theta\mathrm{d}\theta \cdot \mathrm{d}\phi \cdot \mathrm{d}v,$$

Vis hvordan vi fra hvert av disse uttrykkene bestemmer hver av konstantene C og C' slik at partikkeltettheten i gassen blir n.
Finn så middelverdien av inverse kvadratiske hastighet, dvs. $\langle 1/v^2 \rangle$.

______________********************______________

(formler på neste side)

Noen av disse formler kan du få bruk for. Du må selv tolke symbolene, men bevis trengs ikke.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p, \qquad \beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \qquad \kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T.$$

$$H = U + pV, \qquad F = U - TS, \qquad G = H - TS, \qquad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$T\mathrm{d}S = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V - \sum_i \mu_i \mathrm{d}N_i$$

$$pV^\gamma = \text{konst.}, \qquad TV^{\gamma-1} = \text{konst.}, \qquad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konst.}.$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \qquad C_P - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k\sum_i N_i \ln x_i$$

Fri veglengde:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}, \qquad N(x) = N(0)\mathrm{e}^{-x/\lambda}$$

Varmeledning:

$$\vec{j}_q = -\kappa \vec{\nabla} T, \qquad \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\kappa\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}A, \qquad \frac{\partial T}{\partial t} = D_T\nabla^2 T.$$

$$Z = \sum_n \mathrm{e}^{-\beta\cdot E_n}, \qquad F = -kT\ln Z, \qquad U = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}, \qquad \beta = \frac{1}{kT}$$

$$S = k\ln W$$

Stefan-Boltzmanns lov og Plancks lov:

$$j = \sigma T^4, \qquad u(\nu, T)\,\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3\,\mathrm{d}\nu}{\exp\left\{\frac{h\nu}{kT}\right\} - 1}, \qquad \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi^4}{15}$$

Kvantemekanisk harmonisk oscillator:

$$E_n = (n + \frac{1}{2})h\nu, \; n = 0, 1, 2, \ldots \qquad \langle E\rangle = \frac{1}{2}h\nu + \frac{h\nu}{\exp\left\{\frac{h\nu}{kT}\right\} - 1}$$

Romvinkel:

$$\mathrm{d}\Omega = \sin\theta\cos\phi\;\mathrm{d}\phi\;\mathrm{d}\theta$$

Verdier av integralet

$$f(k) = \int_0^\infty x^k e^{-bx^2}\,\mathrm{d}x :$$

k	$f(k)$	k	$f(k)$
0	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	1	$\frac{1}{2b}$
2	$\frac{1}{4b}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	3	$\frac{1}{2b^2}$
4	$\frac{3}{8b^2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	5	$\frac{1}{b^3}$