NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET,
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Professor Arnljot Elgsæter (for faglærer A. Mikkelsen)
Tlf.: 93431

EKSAMEN I FAG 74306 TERMISK FYSIKK

Lørdag 23. mai 1998 kl. 0900 - 1400

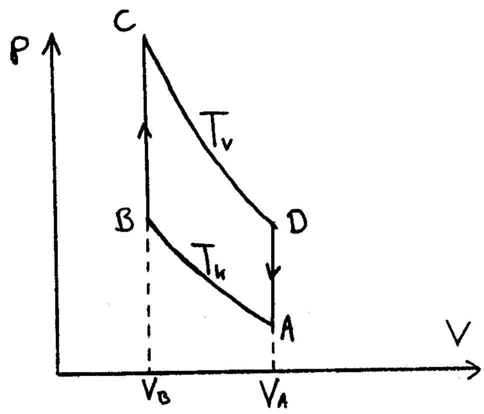
Hjelpemidler:

B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTH.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave),
Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
NB: I tillegg til formelsamlingene fins formler på siste side.

Ved bedømmelsen teller hver deloppgave a,b, etc. like mye (totalt 9 vekttall). For numeriske verdier må angis tallverdi og enhet.

Oppgave 1.

En kretsprosess ABCDA består av to isoterme prosesser og to isokore prosesser, som skissert i pV-diagrammet. Prosess A-B er en isoterm kompresjon ved temperatur T_k, B-C er en isokor oppvarming til temperatur T_v, C-D er en isoterm ekspansjon ved temperatur T_v og D-A er en isokor avkjøling til temperatur T_k.



En varmekraftmaskinen arbeider på grunnlag av denne kretsprosessen mellom to varmereservoar med temperatur T_v og T_k. All varme som tilføres gassen avgis fra det varme reservoaret og all varme som avgis fra gassen går til det kalde reservoaret. Arbeidssubstansen er $n = 0,40$ mol av en ideell gass med varmekapasiteter C_V og C_p, der $C_V = \frac{5}{2}nR$.

a) Finn uttrykk for arbeid W_{AB}, W_{BC}, W_{CD} og W_{DA} som gassen utfører i hvert trinn i prosessen og de tilsvarende varmemengder Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD} og Q_{DA}.

b) Beregn den numeriske verdi av virkningsgraden (effektiviteten) η for kretsprosessen når $V_B = 10{,}0$ l, $V_A = 40{,}0$ l, $T_k = 300$ K og $T_v = 800$ K.

c) Finn gassens entropiendring ΔS_{AB} under prosessen AB (numerisk verdi). Finn deretter, for ett omløp av prosessen, entropiendringene ΔS_{gass} for gassen og ΔS_{omg} for omgivelsene (reservoarene). Øker universets entropi ved at denne prosessen løper? (Begrunn svaret).

Oppgave 2.

10

Molekylvekten for et stoff skal bestemmes ved osmosemåling. Stoffets kjemiske formel er skjematisk X_2Y og det spaltes ved oppløsning i $2X^+ + Y^{2-}$. Man løser 10,0 g av stoffet i 1,00 liter av en løsning ~~100~~ mM NaCl. Denne blandingen plasseres på den ene siden av en semipermeabel membran mens den andre siden av membranen fylles med reint vann. Den semipermeable membranen slipper gjennom kun vannmolekyler. Volumene på begge sider holdes konstant og temperaturen er 300 K.

Det osmotiske trykket under disse forhold måles til 3,40 atm. Hva er molekylvekten for stoffet?

Oppgave 3.

a) Molekylhastighetene for en gass i likevekt ved temperatur T er Maxwellfordelt. Vis at middelfarten for gassmolekylene er lik

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{kT}{m}}$$

der k er Boltzmanns konstant og m er partikkelmassen.

b) En beholder med volum V inneholder en ideell gass av partikler med masse m og med trykk p_0. Volumet holdes på konstant temperatur T, bortsett fra et lite areal A på bunnen av beholderen som holdes på en svært lav temperatur. Anta at alle molekyler som treffer den kalde delen A kondenserer og ikke fordamper igjen, slik at trykket $p(t)$ i beholderen avtar med tiden t. Det forutsettes at gassen er i termisk likevekt ved temperatur T under prosessen.

Finn uttrykk for tiden t_1 som forløper til trykket har avtatt til verdien p_1 og beregn deretter den numeriske verdien av t_1 når gassen er vanndamp med molekylvekt 18, $T = 300$ K, $p_0 =$ 10 mm Hg, $p_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ mmHg, $V = 1{,}0$ l og $A = 1{,}0$ cm^2.

Oppgave 4.

En horisontal vegflate er belagt med et asfaltlag av tykkelse d. Asfaltlaget har temperatur T og utveklser varme med omgivelsene via strålingsbalanse til himmelen, som vi antar er et svart legeme med temperatur T_h, varmeovergang til luftlaget nær bakken (med temperatur T_1) og varmeovergang til det underliggende fundament med temperatur T_2. Emissiviteten for asfaltoverflata er ϵ, varmeovergangskoeffisientene fra asfaltoverflata til luft er a_1 og fra asfalten til underlaget a_2 (a er definert fra likningen $j = a \cdot \Delta T$).

a) Skriv ned varmefluksen (energistrømtettheten) som skyldes:

- i) Stråling fra himmelen
- ii) Utstråling fra vegbanen
- iii) Varmeovergang mellom luft og vegbane
- iv) Varmeovergang mellom fundament og vegbane.

Innfør tilnærmelsen $T_h^4 - T^4 \approx 4T_h^3(T_h - T)$ og vis at ved stasjonære forhold er vegbanens temperatur gitt av likningen

$$4\sigma\epsilon T_h^3(T_h - T) + a_1(T_1 - T) + a_2(T_2 - T) = 0$$

der σ er Stefan-Boltzmanns konstant.

Finn numerisk verdi for T når $T_h = 260$ K (det er mørk natt), $T_1 = 275$ K, $T_2 = 280$ K, $\epsilon = 0,80$, $a_1 = 6,0$ W/(m^{2}K) og $a_2 = 2,0$ W/(m^{2}K).

b) Vi skal nå betrakte forholdene før de ble stasjonære, dvs. vi skal se på hvordan asfalttemperaturen synker fra en høyere temperatur oppnådd om dagen til sin stasjonære verdi (beregnet i b) etter sola er gått ned. Anta at en kan regne som om hele asfaltsjiktet med tykkelse d til enhver tid har en og samme temperatur $T(t)$. Endringen i varmemengde pr. volumenhet i asfaltlaget (q) er gitt ved:

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = c\rho\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}.$$

(symbolene må tolkes selv). Bruk denne likningen samt energibevarelse til å vise at $T(t)$ oppfyller en differensiallikning av formen

$$\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\tau}\cdot[T(t) - T(\infty)],$$

der $T(\infty)$ er den stasjonære verdien for T som ble funnet i pkt. a. Uttrykk tidskonstanten τ ved kjente størrelser og beregn den numerisk når $c = 200$ J/(kgK), $\rho = 2,4\cdot 10^3$ kg/m^3 og $d = 5,0$ cm.

Oppgave 5.

For et toatomig molekyl må rotasjonsenergien og vibrasjonsenergien generelt betraktes kvantemekanisk. I den sammenheng defineres gjerne en karakteristisk temperatur T slik at kT = energidifferensen mellom de to laveste kvantemekaniske energinivåene for aktuell frihetsgrad (k = Boltzmanns konstant).

Et toatomig molekyl har karakteristiske temperaturer for rotasjon $T_{\mathrm{rot}} = 2,5$ K og for vibrasjon $T_{\mathrm{vib}} = 2740$ K. Hva er molekylets varmekapasitet ved henholdsvis 300 K og ved 2600 K? Uttrykk svaret i enheter av k.

_______________*******************_______________

(formler på neste side)

Noen av disse formler kan du få bruk for. Du må selv tolke symbolene, men bevis trengs ikke.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

$$H = U + pV, \qquad F = U - TS, \qquad G = H - TS, \qquad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$T\mathrm{d}S = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V - \sum_i \mu_i \mathrm{d}N_i, \qquad \mathrm{d}G = V\mathrm{d}p - S\mathrm{d}T + \sum \mu_i \mathrm{d}V_i$$

$$pV^\gamma = \text{konst.}, \qquad TV^{\gamma-1} = \text{konst.}, \qquad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konst.}.$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \qquad C_P - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k\sum_i N_i \ln x_i, \qquad \mu_i(p,T,x_i) = \mu_i(p,T,0) + kT\ln x_i.$$

van't Hoffs lov:

$$\Delta p = \frac{n}{V}\cdot RT$$

Maxwellfordeling inklusiv støttall:

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left\{\frac{-mv^2}{2kT}\right\} 4\pi v^2, \qquad \langle v\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \qquad \langle v^2\rangle = \frac{3kT}{m}$$

$$\mathrm{d}^3 j(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} v f(v)\mathrm{d}v \cos\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi, \qquad \mathrm{d}j(v) = \frac{n}{4} v f(v)\mathrm{d}v,$$

$$Z = \sum_n \mathrm{e}^{-\beta \cdot E_n}, \qquad F = -kT\ln Z, \qquad U = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}, \qquad \beta = \frac{1}{kT}$$

$$S = k\ln W$$

Fotongass, Stefan-Boltzmanns lov, Plancks lov:

$$U = Vu(T) = VaT^4, \quad p = \frac{a}{3}T^4, \quad j = \sigma T^4, \qquad \sigma = a\cdot\frac{c}{4} = \frac{\pi^2}{60}\frac{k^4}{\hbar^3 c^2} = 5{,}670\cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}$$

$$u(\nu,T)\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3\mathrm{d}\nu}{\exp\left\{\frac{h\nu}{kT}\right\}-1}, \qquad \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}\mathrm{d}x = \frac{\pi^4}{15}$$

Kvantemekanisk harmonisk oscillator:

$$E_n = (n+\frac{1}{2})h\nu, \; n = 0,1,2,\ldots \qquad \langle E\rangle = \frac{1}{2}h\nu + \frac{h\nu}{\exp\left\{\frac{h\nu}{kT}\right\}-1}$$

Verdier av integralet

$$f(k) = \int_0^\infty x^k e^{-bx^2}\mathrm{d}x :$$

k	$f(k)$	k	$f(k)$
0	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	1	$\frac{1}{2b}$
2	$\frac{1}{4b}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	3	$\frac{1}{2b^2}$
4	$\frac{3}{8b^2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	5	$\frac{1}{b^3}$