Institutt for fysikk, NTNU
Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye
Tlf. 93654
Sensurfrist: 17. januar

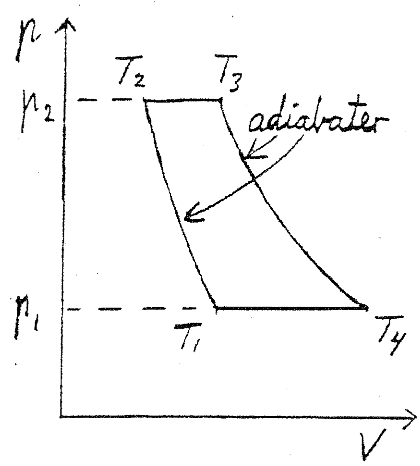
Eksamen i fag FY1005 Termisk fysikk

Mandag 17. desember
Kl. 09.00 - 13.00

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
Rottmann: Mathematisk Formelsamling

Oppgave 1

a)



Et mol av en ideell gass gjennomløper en reversibel kretsprosess. Som angitt på figuren blir gassen komprimert adiabatisk fra temperaturen T_1 og trykket p_1 til temperaturen T_2. Deretter blir den varmet opp ved konstant trykk p_2 til temperaturen T_3. Så ekspanderer den adiabatisk til temperaturen T_4. Til slutt avkjøles gassen ved konstant trykk p_1 til temperaturen igjen er T_1. Gassen (et mol) har spesifikk varme ved konstant trykk C_p som er konstant. Anta at størrelsene p_1, T_1, T_2 og T_3 anses kjent. Bestem trykket p_2 og temperaturen T_4. [Oppgitte uttrykk: Se neste side.]

b) Beregn virkningsgraden $\eta = W/Q_2$ for prosessen ovenfor der W er utført arbeid og Q_2 er tilført varme. [Hint: Det er enklest å beregne W via tilført og avgitt varme.]

c) Ved kretsprosessen under punkt a) har omgivelsene trykket p_1 og temperaturen T_1. Gassen avkjøles da fra temperaturen T_4 til temperaturen T_1 ved at varme overføres til omgivelsene. Under denne prosessen har gassen en varierende temperatur $T \geq T_1$. Denne temperaturdifferansen kan utnyttes til å gjøre et nyttbart arbeid. Hva blir maksimalt arbeid W_{max} som kan utnyttes ekstra når gassen under punkt a) avkjøles en gang mellom temperaturene T_4 og T_1? [Hint: Benytt det oppgitte uttrykket for maksimalt nyttbart arbeid.]

Oppgitt: $pV = RT, \quad pV^\gamma = \text{konst}, \quad \gamma = C_p/C_V, \quad C_p = C_V + R,$
$W_{max} = T_0\Delta S - \Delta U - p_0\Delta V$ (eksergi eller maksimalt arbeid),
$S = C_V \ln T + R \ln V + \text{konst}$ (entropi for ideell gass).

Oppgave 2

a) Utled Maxwellrelasjonen

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T,$$

og vis deretter at

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p.$$

[Hint: Etabler først uttrykket for differensialet dG der G er Gibbs fri energi.]

b) Vis at Joule-Thompson koeffisienten kan uttrykkes som

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = \frac{1}{C_p}\left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V\right].$$

c) For lave tettheter eller store volum V er tilstandslikningen for et mol av en ikke-ideell gass gitt ved

$$p = \frac{RT}{V} + \frac{B(T)}{V^2}$$

der $B(T)$ er en funksjon av T alene (dvs. uavhengig av V). Beregn Joule-Thompson koeffisienten $\mu_{JT} = \mu_{JT}(T, V)$ for denne gassen når C_p anses gitt, og la $V \to \infty$ i svaret.

Oppgitt: $H = U + pV, \quad G = U - TS + pV,$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x = -1.$$

Oppgave 3

a) Vis ved innsetting at

$$T = T(r,t) = a\frac{\sin(kr)}{r}e^{-Dk^2t}$$

er en løsning av varmeledningslikningen

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\nabla^2 T \quad \text{der} \quad \nabla^2 = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}r \quad \text{med kulesymmetri.}$$

b) En mer vilkårlig kulesymmetrisk løsning er gitt ved

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\sin(k_n r)}{r} e^{-Dk_n^2 t} + T_\infty.$$

Størrelsene a_n og k_n bestemmes av grensebetingelsene. Hvilke verdier kan k_n ha når en grensebetingelse er at $T(R,t) = T_\infty$?

c) Varmeledningslikningen skal ved siden av grensebetingelsen $T(R,t) = T_\infty$ løses med begynnelsesbetingelsen

$$T(r,0) - T_\infty = T_0 \;\; (= \text{konst}), \quad (\text{for } r < R).$$

Koeffisientene a_n kan så bestemmes ved å regne ut integralet

$$a_n = \frac{2}{R}\int_0^R (T(r,0) - T_\infty) r \sin(k_n r)\, dr.$$

Regn så ut koeffisientene a_n, og vis med det at $a_1 = 2RT_0/\pi$ når verdien for k_1 bestemt under punkt b) settes inn. (k_1 er den k_n som har lavest verdi.)

d) For store tider ($\exp(-Dk_1^2 t) \ll 1$) vil leddet med k_1 dominere slik at de øvrige leddene kan neglisieres. Betrakt så avkjøling av en kule der grensebetingelsene er som under punkt c). Anta at kula består vesentlig av vann (som er bundet slik at det ikke kan strømme). Ved hvilken tid $t = \tau$ er temperaturen i midten av kula ($r = 0$) sunket til $T = 0,1\,T_0 + T_\infty$ (slik at k_1-leddet dominerer) når $R = 5,0\,\text{cm}$ og $D = D_T = 0,00050\,\text{m}^2/\text{h}$ for vann?

Oppgitt: $\sin x/x \to 1$ når $x \to 0$, $\int x\sin(\alpha x)\,dx = -x\cos(\alpha x)/\alpha + \sin(\alpha x)/\alpha^2$.