NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET,
INSTITUTT FOR FYSIKK

BOKMÅL

Faglig kontakt under eksamen:
Institutt for fysikk
Førsteaman. Arne Mikkelsen 7359 3433

EKSAMEN I EMNE SIF4016 FYSIKK 4
EKSAMEN I EMNE SIF4016 TERMISK FYSIKK
Fredag 18. mai 2001 kl. 0900 - 1300

Hjelpemidler:
B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeida av NTNU.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
Aylward & Findlay: SI Chemical Data.

Ved bedømmingen blir i utgangspunktet hver deloppgave a,b, etc. vektlagt like mye (totalt 10 vekttall). Ved numeriske svar må du gi både tallverdi og enhet. Oppgitte formler på siste side.

Oppgave 1.

En Otto-syklus er en skjematisert modell av en firetakts bensinmotor. Den består av fire reversible taktslag; adiabatisk kompresjon (1-2), isokor oppvarming (2-3), adiabatisk ekspansjon (3-4) og isokor avkjøling (4-1). I tilstand 1 er $p_1 = 1{,}00$ atm, $T_1 = 300$ K og $V_1 = 0{,}80$ l. Kompresjonsforholdet $r = V_1/V_2 = 8,0$. Anta toatomig ideell gass med varmekapasiteter $C_V = \frac{5}{2}\mathtt{N}R$ og $C_p = \frac{7}{2}\mathtt{N}R$.

a) Tegn prosessen inn i et pV-diagram. Bestem antall mol av gassen, $\mathtt{N}$, og deretter temperaturen T_2 og trykket p_2 ved tilstanden 2 (numeriske verdier).

Videre oppgis temperatur i tilstand 3 og 4 til henholdsvis $T_3 = 2000$ K og $T_4 = 871$ K, samt trykk i tilstand 4 til $p_4 = 2{,}90$ atm (disse verdier skal ikke brukes til beregning i pkt. a)

b) Beregn varmeoverføring Q_{23} og Q_{41} til gassen i hver av de to isokore prosessene (numeriske verdier). Beregn herfra netto arbeid gjort av gassen og verdi for virkningsgraden (effektiviteten) η for kretsprosessen. Virkningsgraden er definert som forholdet mellom nettoarbeid pr. syklus og tilført varmemengde.

c) Tegn opp Otto-syklusen i et TS-diagram. Beregn gassens entropiendring i prosess 1-2 og i prosess 2-3.

Oppgave 2.

To gassflasker er koplet sammen med et rør med en stoppventil. Den ene flaska, A, inneholder $V_{A0} = 35$ dm^3 nitrogengass (N_2) med trykk $p_{A0} = 12$ atm. Den andre flaska, B, inneholder $V_{B0} = 25$ dm^3 heliumgass (He) med trykk $p_{B0} = 5{,}0$ atm. Temperaturen holdes hele tiden konstant på $T = 300$ K og gassene kan betraktes ideelle.

a) Hvor mange gassmolekyler er det i hver av flaskene? Ventilen åpnes og det etableres likevekt med gassene fullstendig blandet. Hva blir sluttrykket p_f i flaskene? Hva er molbrøkene x_A og x_B for henholdsvis nitrogengassen og heliumgassen i blandingen?

b) Beregn den totale entropiendringen ΔS for gassene under denne blandingsprosessen.

c) Hva ville p_f og ΔS blitt dersom **både** flaske A og B inneholdt nitrogen og med volum og starttrykk som gitt over?

Oppgave 3.

To ulike væsker blandes sammen ved romtemperatur. Væske 1 består av molekyltype 1 med kokepunkt T_1 og væske 2 består av en svært liknende molekyltype 2 med kokepunkt T_2, der $T_2 > T_1$. Molbrøken for væskene i blandingen er x_1 og x_2. Siden molekylene er svært like (f.eks. vann og tungtvann) kan kjemisk potensial for en ideell blanding brukes:

$$\mu_i(p, T, x_i) = \mu_i^0(p, T) + kT \ln x_i \qquad \text{med} \quad i = 1, 2$$

Væskeblandingen varmes opp til den begynner å koke. Temperaturen er da T_b (kokepunktet for blandingen) og den holdes der. Trykket er hele tiden $p_0 = 1{,}00$ atm.

a)

i) Ved kokepunktet T_b innstiller det seg en likevekt mellom væsken og den tilhørende væskes damp. Skriv ned likevektsbetingelsen som gjelder for hver molekyltype og som gir sammenhengen mellom T_b, p_0, x_i og x_i', der x_i' er definert i b).

ii) Hvordan avhenger det kjemiske potensial $\mu_i^0(p, T)$ av temperaturen? Du kan anta at differansen mellom T_1 og T_2 er liten slik at du kan utvikle til første orden i ΔT.

b) La x_1' og x_2' være molbrøken av henholdsvis molekyltype 1 og 2 i dampen over væsken ved kokepunktet. Finn uttrykk for forholdet $\dfrac{x_1'}{x_2'}$ (eller mer praktisk: $\ln \dfrac{x_1'}{x_2'}$). Du kan anta at kokepunktet for væskeblandingen er gitt ved $T_b = x_1 T_1 + x_2 T_2$ og at væske 1 og 2 har samme molare fordampningsvarme, l_m. Bruk merket ' for størrelser for dampen, umerket for væsken.

Oppgave 4.

Sannsynlighetstettheten for hastigheten v for gassmolekyler i likevekt ved temperatur T er lik $f(v)$, der $f(v)$ er oppgitt på formelarket. Det betyr at $\mathrm{d}N/N = f(v)\mathrm{d}v$ er lik det relative antall molekyler som har fart i intervallet $(v, v + \mathrm{d}v)$.

a) Finn uttrykk for den mest sannsynlige farten v_S for et gassmolekyl. Finn også uttrykk for middelverdien av den inverse molekylfarten, $\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle$.

La tilsvarende $f_\epsilon(\epsilon)$ være sannsynlighetstettheten for molekylenes kinetiske energi $\epsilon = \frac{1}{2}mv^2$. D.v.s. $\mathrm{d}N_\epsilon/N = f_\epsilon(\epsilon)\mathrm{d}\epsilon$ er lik det relative antall molekyler som har energi i intervallet $(\epsilon, \epsilon + \mathrm{d}\epsilon)$.

b) Finn uttrykk for $f_\epsilon(\epsilon)$. Bestem også den midlere kinetiske energi $\langle \epsilon \rangle$.
Tips: Utnytt f.eks. at $\mathrm{d}N_\epsilon/N = \mathrm{d}N/N$.

——————*******************——————

Noen av disse formlene kan du få bruk for. Du må selv tolke symbola.

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p, \qquad \beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \qquad \kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T.$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

$$H = U + pV, \qquad F = U - TS, \qquad G = H - TS, \qquad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$T\mathrm{d}S = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V - \sum_i \mu_i \mathrm{d}N_i, \qquad \mathrm{d}G = V\mathrm{d}p - S\mathrm{d}T + \sum \mu_i \mathrm{d}N_i$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \qquad C_P - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$pV^\gamma = \text{konst.} \qquad TV^{\gamma-1} = \text{konst.} \qquad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konst.}$$

$$S(T,V) = S_0 + C_V \ln\frac{T}{T_0} + Nk\ln\frac{V}{V_0}$$

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k\sum_i N_i \ln x_i, \qquad \mu_i(p,T,x_i) \;=\; \mu_i(p,T,0) + kT\ln x_i.$$

Clausius Clapeyrons likning m.m.:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{l_\mathrm{f}}{T(v_\mathrm{g} - v_\mathrm{v})} \qquad \Delta p = -\frac{RT_0}{v'_\mathrm{m} - v_\mathrm{m}} \cdot x_\mathrm{s} \qquad \Delta T = \frac{RT_0^2}{l_\mathrm{f}} \cdot x_\mathrm{s} \qquad \Delta T = -\frac{RT_0^2}{l_\mathrm{sm}} \cdot x_\mathrm{s}$$

van't Hoffs lov: $$\Delta p = \frac{RT}{v_\mathrm{m}} \cdot x_\mathrm{s} = \frac{nRT}{V}$$

Maxwellfordeling:

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{b}{\pi}\right)^{3/2} \exp\left\{-bv^2\right\}, \qquad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{4}{\pi b}}, \qquad \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2b}, \quad \text{der } b = \frac{m}{2kT}$$

$$\mathrm{d}^3 j(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} v f(v) \mathrm{d}v \cos\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi, \qquad \mathrm{d}j(v) = \frac{n}{4} v f(v) \mathrm{d}v, \qquad j = \frac{n}{4}\langle v \rangle$$

Partikler pr. volumenhet med gitt fart og retning:

$$\mathrm{d}^3 n(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} f(v) \mathrm{d}v \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\phi,$$

Romvinkel: $$\mathrm{d}\Omega = \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\phi$$

Fri veglengde: $$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \sigma}, \qquad N(x) = N(0) \mathrm{e}^{-x/\lambda}$$

Varmeledning: $$\vec{\boldsymbol{j}} = -\kappa \vec{\boldsymbol{\nabla}} T, \qquad \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\kappa \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} A, \qquad \frac{\partial T}{\partial t} = D_T \cdot \vec{\boldsymbol{\nabla}}^2 T$$

Fotongass, Stefan-Boltzmanns lov:

$$U = Vu(T) = VaT^4, \quad p = \frac{a}{3} T^4, \quad j = \sigma T^4, \qquad \sigma = a \cdot \frac{c}{4} = \frac{\pi^2}{60} \frac{k^4}{\hbar^3 c^2}$$

Verdi av integralet $$f(k) = \int_0^\infty x^k e^{-bx^2} \mathrm{d}x :$$

k	$f(k)$	k	$f(k)$
0	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	1	$\frac{1}{2b}$
2	$\frac{1}{4b}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	3	$\frac{1}{2b^2}$
4	$\frac{3}{8b^2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	5	$\frac{1}{b^3}$

Noen fysiske konstanter:

$R = 8,315$ J mol^{-1}K^{-1} $\qquad$ $\sigma = a \cdot \frac{c}{4} = \frac{\pi^2}{60}\frac{k^4}{\hbar^3 c^2} = 5,670 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2}K^{-4}

$N_\mathrm{A} = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} $\qquad$ $a = \frac{\pi^2}{15}\frac{k^4}{\hbar^3 c^3} = 7,565 \cdot 10^{-16}$ J m^{-3}K^{-4}

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1} $\qquad$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js

0 °C = 273,15 K. $\qquad$ 1 atm = 760 mmHg = 760 torr = 1,0133 $\cdot 10^5$ N/m^2.