NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET,
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Institutt for fysikk
Prof. Arnljot Elgsæter 7359 3431
(stedfortreder for Arne Mikkelsen)

KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE SIF4016 FYSIKK 4
KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE SIF4016 TERMISK FYSIKK
Mandag 30. juli 2001 kl. 0900 - 1300

Hjelpemidler:
- B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeida av NTNU.
- Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
- Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
- Aylward & Findlay: SI Chemical Data.

Ved bedømmingen blir i utgangspunktet hver deloppgave a,b, etc. vektlagt like mye (totalt 10 vekttall). Ved numeriske svar må du gi både tallverdi og enhet. Oppgitte formler på siste side.

Oppgave 1.

a) Et mol gass følger van der Waals tilstandslikning

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

der a og b er konstanter og V er (molart) volum til gassen. Varmekapasiteten C_V er uavhengig av T og volumet V.

Bestem uttrykket for gassens indre energi, og vis at det kan skrives

$$U = C_V T - \frac{a}{V} + U_0$$

der U_0 er en konstant.

Tips: Sett opp differensiallikning for $U(T, V)$ der du bl.a. bruker oppgitt uttrykk for $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$.

b) van der Waals gassen presses gjennom en porøs plugg (Joule-Thomson-eksperimentet). En slik prosess er isentalpisk. Forklar først hva vi mener med en isentalpisk prosess.
Et slikt eksperiment brukes til å avkjøle van der Waals gassen. I starttilstanden (før gjennomgangen av den porøse pluggen) er $V_0 = 5b$ og $T_0 = \frac{1}{2}\frac{a}{Rb}$. I sluttilstanden kan volumet V_S regnes uendelig stort og temperaturen er T_S. Finn sluttemperaturen T_S uttrykt ved T_0. Varmekapasiteten for ett mol er $C_V = \frac{3}{2}R$.

Oppgave 2.

To gassflasker er koplet sammen med et rør med en stoppventil. Den ene flaska, A, inneholder $V_{\mathrm{A0}} = 40\ \mathrm{dm}^3$ nitrogengass (N_2) med trykk $p_{\mathrm{A0}} = 12$ atm. Den andre flaska, B, inneholder $V_{\mathrm{B0}} = 20\ \mathrm{dm}^3$ heliumgass (He) med trykk $p_{\mathrm{B0}} = 5{,}0$ atm. Temperaturen holdes hele tiden konstant på $T = 300$ K og gassene kan betraktes ideelle.

a) Hvor mange gassmolekyler er det i hver av flaskene? Ventilen åpnes og det etableres likevekt med gassene fullstendig blandet. Hva blir sluttrykket p_{f} i flaskene? Hva er molbrøkene x_{A} og x_{B} for henholdsvis nitrogengassen og heliumgassen i blandingen?

b) Hva ville sluttrykket p_{f} blitt dersom flaske B også inneholdt nitrogen (med volum $V_{\mathrm{B0}} = 20\ \mathrm{dm}^3$ og trykk $p_{\mathrm{B0}} = 5{,}0$ atm). Flaske A er som gitt over. Beregn også den totale entropiendringen ΔS for gassene under denne prosessen.

Oppgave 3.

To like mengder vann med masse m men med ulike temperaturer T_1 og T_2 blir blandet sammen adiabatisk under konstant trykk. Vis at universets entropiendring ved denne prosessen er

$$\Delta S = 2mc_p \ln \left\{ \frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}} \right\}$$

der c_p er vannets spesifikke varmekapasitet ved konstant trykk. Vis at $\Delta S \geq 0$.

Oppgave 4.

a) En svak saltløsning i vann kan betraktes som en ideell blanding. Dersom trykket holdes konstant vil det kjemiske potensialet for løsningsmiddelet i en svak saltløsning kunne uttrykkes

$$\mu_i(p, T + \mathrm{d}T, x) \;=\; \mu_i(p, T, 0) - s\mathrm{d}T + kT \ln x,$$

Vis på grunnlag av dette at frysepunktdepresjonen ΔT ved konstant trykk kan uttrykkes:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = -\frac{RT_0}{l_{\mathrm{sm}}} \cdot x_{\mathrm{s}}$$

der l_{sm} er molar smeltevarme for is og x_{s} er molfraksjonen av oppløste partikler. Anta at den faste fasen (is) er rein, dvs. ikke noe løst salt.

b) Beregn frysepunktdepresjonen ΔT når du løser 5,0 % (vektprosent) NaCl i vann.

Oppgitt:
Smeltevarme H_2O: $l_{\mathrm{sm}} = 6{,}0$ kJ/mol.
Atomvekter: Natrium 35,5; klor 23,0, hydrogen 1,0, oksygen 16,0.

Oppgave 5.

a) I denne oppgaven betraktes stasjonær varmeledning i radiell retning gjennom et sylindrisk metallrør. Metallrøret har konstant varmeledningsevne κ. Vis at temperaturen i røret i avstanden r fra sylinderaksen er gitt ved

$$T(r) = A \ln r + B$$

der A og B er konstanter.

b) Det sylindriske røret har indre radius R_1, ytre radius R_2 og lengde L. Indre rørflate ved radius R_1 holder konstant temperatur T_1 og ytre rørflate ved radius R_2 holder konstant temperatur T_2. Anta $T_1 > T_2$. Finn uttrykk for total varmestrøm $\dot{Q}$ (varmemengde pr. tidsenhet) som strømmer fra indre til ytre overflate.

c) Ytterveggen av røret er omgitt av luft med konstant temperatur T_0. Temperaturfallet mellom ytre rørvegg og lufta er bestemt av varmeovergangstallet h slik at varmestrømtettheten (varmemengde pr. flate- og tidsenhet) blir

$$j = h \cdot (T_2 - T_0).$$

Finn uttrykk for rørets overflatetemperatur T_2 gitt ved bl.a. T_1 og T_0.

______________*******************______________

Noen av disse formlene kan du få bruk for. Du må selv tolke symbola.

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p, \qquad \beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \qquad \kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T.$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

$$H = U + pV, \qquad F = U - TS, \qquad G = H - TS, \qquad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$T\mathrm{d}S = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V - \sum_i \mu_i \mathrm{d}N_i, \qquad \mathrm{d}G = V\mathrm{d}p - S\mathrm{d}T + \sum \mu_i \mathrm{d}N_i$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \qquad C_P - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$pV^\gamma = \text{konst.} \qquad TV^{\gamma-1} = \text{konst.} \qquad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konst.}$$

$$S(T,V) = S_0 + C_V \ln\frac{T}{T_0} + Nk\ln\frac{V}{V_0}$$

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k\sum_i N_i \ln x_i, \qquad \mu_i(p,T,x_i) \;=\; \mu_i(p,T,0) + kT\ln x_i.$$

Clausius Clapeyrons likning m.m.:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{l_\mathrm{f}}{T(v_\mathrm{g} - v_\mathrm{v})} \qquad \Delta p = -\frac{RT_0}{v'_\mathrm{m} - v_\mathrm{m}} \cdot x_\mathrm{s} \qquad \Delta T = \frac{RT_0^2}{l_\mathrm{f}} \cdot x_\mathrm{s} \qquad \Delta T = -\frac{RT_0^2}{l_\mathrm{sm}} \cdot x_\mathrm{s}$$

van't Hoffs lov: $$\Delta p = \frac{RT}{v_\mathrm{m}} \cdot x_\mathrm{s} = \frac{nRT}{V}$$

Maxwellfordeling:

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{b}{\pi}\right)^{3/2} \exp\left\{-bv^2\right\}, \qquad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{4}{\pi b}}, \qquad \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2b}, \quad \text{der } b = \frac{m}{2kT}$$

$$\mathrm{d}^3 j(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} v f(v) \mathrm{d}v \cos\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi, \qquad \mathrm{d}j(v) = \frac{n}{4} v f(v) \mathrm{d}v, \qquad j = \frac{n}{4}\langle v \rangle$$

Partikler pr. volumenhet med gitt fart og retning:

$$\mathrm{d}^3 n(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} f(v) \mathrm{d}v \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\phi,$$

Romvinkel: $$\mathrm{d}\Omega = \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\phi$$

Fri veglengde: $$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \sigma}, \qquad N(x) = N(0)\mathrm{e}^{-x/\lambda}$$

Varmeledning: $$\vec{j} = -\kappa \vec{\nabla} T, \qquad \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\kappa \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} A, \qquad \frac{\partial T}{\partial t} = D_T \cdot \vec{\nabla}^2 T$$

Fotongass, Stefan-Boltzmanns lov:

$$U = Vu(T) = VaT^4, \quad p = \frac{a}{3}T^4, \quad j = \sigma T^4, \qquad \sigma = a \cdot \frac{c}{4} = \frac{\pi^2}{60} \frac{k^4}{\hbar^3 c^2}$$

Verdi av integralet
$$f(k) = \int_0^\infty x^k e^{-bx^2} \mathrm{d}x :$$

k	$f(k)$	k	$f(k)$
0	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	1	$\frac{1}{2b}$
2	$\frac{1}{4b}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	3	$\frac{1}{2b^2}$
4	$\frac{3}{8b^2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	5	$\frac{1}{b^3}$

Noen fysiske konstanter:

$R = 8,315$ J mol^{-1}K^{-1} $\qquad \sigma = a \cdot \frac{c}{4} = \frac{\pi^2}{60}\frac{k^4}{\hbar^3 c^2} = 5,670 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2}K^{-4}

$N_\mathrm{A} = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} $\qquad a = \frac{\pi^2}{15}\frac{k^4}{\hbar^3 c^3} = 7,565 \cdot 10^{-16}$ J m^{-3}K^{-4}

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1} $\qquad h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js

0 °C = 273,15 K. $\qquad$ 1 atm = 760 mmHg = 760 torr = 1,0133 $\cdot 10^5$ N/m^2.