

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk



EKSAMENSOPPGAVE I SIF4016 - TERMISK FYSIKK
EKSAMENSOPPGAVE I SIF4016 - FYSIKK 4

Eksamensdato: Lørdag 25. mai 2002
Eksamenstid: 09:00 - 13:00
Språkform: Bokmål

Faglig kontakt under eksamen: Arne Mikkelsen, tlf. 7359 3433

Vekttall: 2,5

Tillatte hjelpemidler (kode C):

Enkel kalkulator (HP 30S)

Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).

Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.

Aylward & Findlay: SI Chemical Data.

Sensurdato: 17. juni 2002.

Prosenttallene i parentes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter (eks. e) selv om et punkt (eks. d) skulle være ubesvart.

Oppgave 1. Termodynamikk. (40%)

I denne oppgaven menes med vann H_2O i væskeform og med damp H_2O i gassform.

Et materielt lukket system som består av vann og damp gjennomgår en reversibel kretsprosess ABCDA som skissert i pV -diagrammet. Diagrammet viser også de ulike faser for stoffet i systemet (f=fast stoff, v=væske, g=gass(damp)). Aksene er ikke skalerte. Du kan anta dampen (også i likevekt med vann) er en ideell gass. Det er ingen andre stoff enn vann og damp i systemet.

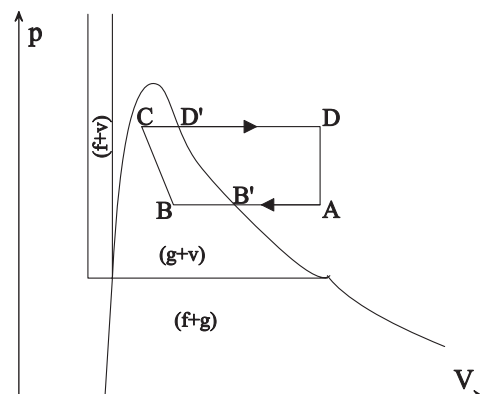
Starttilstanden A består bare av damp.

AB er en isobar reduksjon av volumet. Ved B består systemet av vann + damp.

BC er en oppvarming der prosentandel vann/damp ikke endres.

CD er en isobar utvidelse. Ved D består systemet bare av damp.

DA er en isokor avkjøling til utgangstilstanden A. Forklaring av tilstandene B' og D' er gitt under.



Oppgitte data for systemet (indeks svarer til tilstanden):

$$V_A = 50,0 \text{ dm}^3, \quad T_A = 570 \text{ K (297 } ^\circ\text{C)}, \quad p_B = p_{B'} = p_A = 47,37 \text{ kPa}, \quad V_B = 5,00 \text{ dm}^3, \\ T_C = 383 \text{ K (110 } ^\circ\text{C)}, \quad p_C = p_{D'} = p_D = 143,2 \text{ kPa}.$$

Varmekapasitet vanndamp: $c_{p,\text{damp}} = 34 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$, Varmekapasitet vann: $c_{p,\text{vann}} = 75 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$.

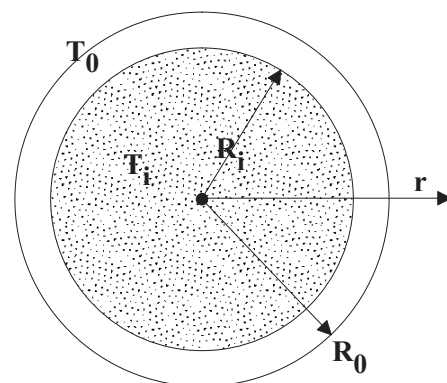
Damptrykk for mettet vanndamp ved ulike temperaturer:

Temp/ $^\circ\text{C}$	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120
Trykk/kPa	25,02	31,18	38,56	47,37	57,82	70,12	84,53	101,3	120,8	143,2	169,0	198,5

- a) Beregn antall mol N i systemet.
- b) Tegn inn kretsprosessen i et pT -diagram. Faseskillene (sameksistenskurvene) skal tydelig vises. Aksene trenger ikke være skalerte.
- c) Hva er temperaturen $T_{B'}$ og volumet $V_{B'}$ i tilstand B' akkurat idet dampen begynner å kondensere? Og hva er temperaturen T_B i tilstand B?
- d) Hvor mange mol av opprinnelig damp er kondensert til vann i tilstand B? Vis at du kan se bort fra volumet $V_{\text{vann},B}$ til dette kondenserte vannet (f.eks. ved å beregne størrelsen). Du kan bruke følgende verdi for massetetthet: $\rho_{\text{vann}} = 0,96 \text{ kg/dm}^3$.
- e) Bruk Clausius-Clapeyrons likning og tabellen over vanndamptrykk som funksjon av temperatur til å estimere vannets fordampningsvarme ved $80 \text{ } ^\circ\text{C}$.
- f) Finn temperaturen T_D i tilstand D og entropiendringen ΔS_{CD} i prosessen CD. (Tips: Del opp i to prosesser CD' og $D'D$ der D' er tilstanden akkurat idet alt vannet er fordampet.) Hvis du får bruk for fordampningsvarmen til vann kan du anta verdien $l_f = 41 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$. Hvis du får bruk for antall mol vann i tilstand C og ikke har funnet dette på annen måte, kan du bruke $N_{\text{vann},C} = 0,40 \text{ mol}$.

Oppgave 2. Varmeledning/varmestråling. (40%)

Jorda som vi antar å ha kuleform med radius $R_0 = 6400 \text{ km}$, består av ei ytre skorpe med tykkelse omtrent 250 km . Den indre kula består i hovedsak av flytende jern og har radius $R_i = 6150 \text{ km}$. Temperaturgradienten i jordskorpa setter vi lik $dT/dr = -20 \text{ K/km}$, der r er avstand fra jordsentrum. Jordskorpa har en varmeledningsevne $\kappa = 3,0 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$.



I virkeligheten er det i jordas indre en viss varmeproduksjon pga. radioaktive prosesser som opprettholder temperaturen her. Du skal i denne oppgaven se bort fra slik varmeproduksjon.

Følgende data er oppgitt for jern:

Molekylvekt $M_W = 55,9 \text{ g/mol}$, varmeledningsevne $\kappa_{\text{jern}} = 80 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\text{K}^{-1}$, spesifikk varmekapasitet $c_p = 25 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1}$, massetetthet $\rho = 7900 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

a) Hvor stor er varmekrafttettheten j gjennom jordskorpa, fra jordas indre til overflata? Og hvor stor er den totale varmekraften \dot{Q} ?

Hvis du ikke har funnet verdi for \dot{Q} i a), kan du bruke verdi $\dot{Q} = 31 \text{ TW}$ i følgende oppgaver.

b) Hva blir temperaturen T_i i jordas indre og hva blir temperaturfallet pr. år ved betingelsene gitt ovenfor?

c) Hvor lang tid vil det ta før temperaturen T_i er falt til 1000 K ? Anta her at jordas overflatetemperatur er konstant $T_0 = 273 \text{ K}$ og at temperaturgradienten er lineær gjennom jordskorpa (dvs. lik for alle r inni jordskorpa, men varierer med tida).

d) Anta igjen temperaturen T_i er lik verdien i oppgave b). Varmekraften i a) vil omsider forsvinne ut i verdensrommet i form av varmestråling fra jordas overflate. Anta i første omgang at jorda er så langt borte fra sola at vi kan se bort fra all innstråling, dvs. eneste bidrag til varme på jordoverflata er fra jordas indre. Hva ville da overflatetemperaturen T_0 på jorda blitt, antatt at jorda kan betraktes som et sort legeme strålingsmessig sett?

e) Heldigvis bidrar solinnstråling til å gi høyere temperatur på jorda. På ei flate normalt på stråleretningen fra sola er flukstettheten $j_{\text{inn}} = 1,40 \text{ kW/m}^2$. Finn utfra strålingslikevekt et estimat for jordas midlere overflatetemperatur. Anta fortsatt jorda er et sort legeme strålingsmessig sett.

Oppgave 3. Diverse. (20%)

a) Nitrogengass er toatomig og kan betraktes som ideell gass. N mol av denne gassen utvides isotermt fra tilstanden (T, p_1, V_1) til tilstanden (T, p_2, V_2) . Beregn forandringene i gassens:

i) indre energi ΔU , ii) entalpi ΔH , iii) entropi ΔS , iv) Helmholtz fri energi ΔF .

Uttrykk svarene med T, V_1, V_2 , samt N og R .

b) De to varmereservoarene i en Carnotsyklus har temperaturer henholdsvis T_2 og T_1 . Carnotsyklusen består av fire prosesser mellom fire tilstander A, B, C og D. La starttilstanden A være den med høyest trykk og temperatur og la syklusen arbeide som en varmekraftmaskin. Arbeidssubstansen er ideell enatomig gass med konstant C_V og C_p .

Skissér prosessen i følgende fire diagram:

i) pV -diagram ii) TS -diagram iii) TV -diagram iv) TH -diagram

(pV -diagram betyr p er y -akse og V er x -akse osv.)

c) På grunnlag av Maxwellfordelingen, $f(v)$, for en ideell gass i 3 dimensjoner, sett opp et uttrykk for hastighetsfordelingen $f_2(v)$ for en tenkt 2-dimensjonal ideell gass, dvs. en gass som kan bevege seg kun i to dimensjoner x og y .

Beregn deretter $\langle v^2 \rangle$ for denne gassen.

FORMELLISTE.

Du må selv avgjøre hvilke betingelser formlene gjelder ved, og du må selv tolke symbola.

Generelt:

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad \beta = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$$

$$H = U + pV \quad F = U - TS \quad G = H - TS \quad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$TdS = dU + pdV - \sum_i \mu_i dN_i \quad dG = Vdp - SdT + \sum_i \mu_i dN_i$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad C_P - C_V = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

Ideell gass / ideelle blandinger:

$$pV = NkT \quad C_P - C_V = Nk \quad pV^\gamma = \text{konst} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konst} \quad p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konst}$$

$$S(T, V) = S_0 + C_V \ln \frac{T}{T_0} + Nk \ln \frac{V}{V_0} \quad S(T, p) = S_0 + C_p \ln \frac{T}{T_0} - Nk \ln \frac{p}{p_0}$$

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k \sum_i N_i \ln x_i \quad \mu_i(p, T, x_i) = \mu_i(p, T, 0) + kT \ln x_i$$

Clausius Clapeyrons likning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{l_f}{T(v_g - v_v)} \quad \frac{dp}{dT} = \frac{l_{\text{sm}}}{T(v_v - v_f)} \quad \frac{dp}{dT} = \frac{l_{\text{sub}}}{T(v_g - v_f)}$$

Damptrykknedsettelse, kokepunktforhøyelse, frysepunktdepresjon:

$$\Delta p = -\frac{RT_0}{v'_m - v_m} \cdot x_s \quad \Delta T = \frac{RT_0^2}{l_f} \cdot x_s \quad \Delta T = -\frac{RT_0^2}{l_{\text{sm}}} \cdot x_s$$

van't Hoff's lov:

$$\Delta p = \frac{RT}{v_m} \cdot x_s = \frac{NRT}{V}$$

Maxwellfordeling med $b = \frac{m}{2kT}$:

$$g(v_x) = \left(\frac{b}{\pi} \right)^{1/2} \exp \{ -bv_x^2 \}$$

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{b}{\pi} \right)^{3/2} \exp \{ -bv^2 \} \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{4}{\pi b}} \quad \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2b}$$

$$d^3 j(v, \theta, \phi) = \frac{n}{4\pi} v f(v) dv \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad dj(v) = \frac{n}{4} v f(v) dv \quad j = \frac{n}{4} \langle v \rangle$$

Partikler pr. volumenhet med gitt fart og retning:

$$d^3 n(v, \theta, \phi) = \frac{n}{4\pi} f(v) dv \sin \theta d\theta d\phi$$

Romvinkel: $d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$

Fri veglengde: $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$ $N(x) = N(0)e^{-x/\lambda}$

Varmeledning: $\vec{j} = -\kappa \vec{\nabla} T$ $\frac{dQ}{dt} = -\kappa \frac{dT}{dz} A$ $\frac{\partial T}{\partial t} = D_T \cdot \vec{\nabla}^2 T$

Fotongass, Stefan-Boltzmanns lov:

$$U = Vu(T) = VaT^4 \quad p = \frac{a}{3}T^4 \quad j = \sigma T^4$$

Verdi av integralet

$$f(k) = \int_0^\infty x^k e^{-bx^2} dx :$$

k	$f(k)$	k	$f(k)$
0	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{b}}$	1	$\frac{1}{2b}$
2	$\frac{1}{4b} \sqrt{\frac{\pi}{b}}$	3	$\frac{1}{2b^2}$
4	$\frac{3}{8b^2} \sqrt{\frac{\pi}{b}}$	5	$\frac{1}{b^3}$

Noen fysiske konstanter:

$$R = 8,31 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \sigma = a \cdot \frac{c}{4} = \frac{\pi^2 k^4}{60 \hbar^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-4}$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad a = \frac{\pi^2 k^4}{15 \hbar^3 c^3} = 7,57 \cdot 10^{-16} \text{ J m}^{-3}\text{K}^{-4}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$0^\circ\text{C} = 273 \text{ K} \quad 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 760 \text{ torr} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

PS: Presiseringer gitt skriftlig under eksamen:

opg. 2a)

Med "fra jordas indre til overflata" menes fra R_i til R_0 , dvs. gjennom jordskorpa. Finn \dot{Q} for $r = R_0$ (dvs. ved jordoverflata).

opg. 2b)

Oppgitt: $T_0 = 273 \text{ K}$ på jordoverflata.

T_i er lik for alle $r < R_i$.