Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

EKSAMENSOPPGAVE I SIF4016 - TERMISK FYSIKK
EKSAMENSOPPGAVE I SIF4016 - FYSIKK 4

Eksamensdato: Tirsdag 20. mai 2003
Eksamenstid: 09:00 - 13:00
Språkform: Bokmål

Faglig kontakt under eksamen: Arne Mikkelsen, tlf. 7359 3433
Vekttall: 2,5
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Enkel kalkulator (HP 30S)
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
Aylward & Findlay: SI Chemical Data.

Sensurdato: Innen 10. juni 2003.

Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Oppgave 1. Termodynamikk. (45%)

En syklisk, reversibel, prosess på en ideell, enatomig gass foregår mellom 3 tilstander A,B,C:
AB: en isokor oppvarming fra $V_A = 4,00$ dm^3, $T_A = 300$ K, $p_A = 1,00$ atm
til $V_B = V_A$, $T_B = 450$ K, $p_B = 1,50$ atm,
BC: en ekspansjon der $pV^{5/2}$=konstant til V_C, T_C, p_C,
CA: en adiabatisk kompresjon tilbake til utgangstilstanden.

a) Hva er adiabatkonstanten γ for en ideell, enatomig gass? Tegn prosessene inn i et pV-diagram. Skisser også isotermer for temperaturene T_A, T_B og T_C. Numerisk skalering av aksene er ikke nødvendig.

b) Bestem antall mol gass, N.

c) Finn endringen i entropi ΔS_{AB} i prosessen AB og ΔS_{BC} i prosessen BC.
Hint: Du trenger ikke kjenne T_C for å beregne ΔS_{BC}.

d) Finn V_C, p_C og T_C i tilstand C (i fritt valgt rekkefølge).

e) Beregn arbeidet W_{BC} utført i prosessen BC.

f) Finn virkningsgraden η for den sykliske prosessen. For den adiabatiske prosessen kan du med fordel bruke $W = -\Delta U = -C_V \cdot \Delta T$. Mangler du tallsvar fra d) og/eller e) kan du bruke $T_C = 210$ K og/eller $W_{BC} = 216$ J (som ikke nødvendigvis er fasitsvar i d) og e)).

g) Varmekapasiteten er avhengig av prosessen (vegen). For denne enatomige gassen er varmekapasiteten $C_V = \frac{3}{2}\mathtt{N}R$ og $C_p = \frac{5}{2}\mathtt{N}R$ for en prosess med henholdsvis konstant V og konstant p. For prosessen BC der $pV^{5/2}$=konstant er varmekapasiteten $C_{BC} = x \cdot \mathtt{N}R$. Hva er tallet x?

Oppgave 2. Varmeledning. (30%)

Ei tømmerhytte kan modelleres som en rektangulær boks med indre dimensjoner $8,0\,\mathrm{m} \cdot 5,0\,\mathrm{m} \cdot 2,5\,\mathrm{m}$. Vegger, tak og gulv (i det følgende bare kalt **vegger**) regnes å bestå av massiv gran med 20 cm tykkelse slik at ytre dimensjon på hytteboksen blir $8,4\,\mathrm{m} \cdot 5,4\,\mathrm{m} \cdot 2,9\,\mathrm{m}$. Veggenes totale volum blir lik ytre volum minus indre volum. Veggenes totale areal kan du tilnærme til $A = (5,2 \cdot 8,2 \cdot 2 + 5,2 \cdot 2,7 \cdot 2 + 8,2 \cdot 2,7 \cdot 2)\ \mathrm{m}^2 = 158\ \mathrm{m}^2$ (dvs. arealet målt midtveis i veggene). Du kan se bort fra oppvarming av lufta inne i hytta, da påkrevd energi for dette er lite i forhold til oppvarming av veggene.

a) Hvor lang tid vil en ovn som gir 7,0 kW trenge for å heve innetemperaturen til +20 °C når temperaturen i hytta i utgangspunktet er lik utetemperaturen som er -10 °C? Temperaturfordelingen gjennom veggene er til enhver tid lineær med temperatur på innervegg lik indre lufttemperatur. Du kan i dette punktet neglisjere varmetapet pga. varmeledning gjennom vegger.

Et mer energiøkonomisk hyttealternativ er en reisverkskonstruksjon med steinull som isolasjonsmateriale. La den totale veggtykkelsen være som før og for enkelthets skyld neglisjer reisverket, men ytter- og innerpanel av gran, begge med tykkelse 2,5 cm, regnes med, i alle vegger.

b) For denne hytta med steinull, hvor lang tid vil ovnen på 7,0 kW bruke på samme jobben som ovenfor? Du kan i dette punktet anta at hele innerpanelet skal varmes opp til +20 °C mens ytterpanelet holder seg på -10 °C. Temperaturfordelingen gjennom det 15 cm tykke isolasjonsmaterialet er lineær.

Vi betrakter heretter hytta etter at den innvendig er varmet opp til 20 °C og stasjonære forhold er etablert. Ovnen i hytta skal nå kompensere for varmetapet pga. varmeledning gjennom veggene.

Varmeoverføringskoeffisienten K_m for et legeme m med tykkelse d_m og varmeledningsevne κ_m er definert ved $K_\mathrm{m} = \kappa_\mathrm{m}/d_\mathrm{m}$, slik at Fouriers lov tar formen $\dot{Q} = -K_\mathrm{m} \cdot A \cdot \Delta T$ eller $j = -K_\mathrm{m} \cdot \Delta T$.

c) Beregn varmeoverføringskoeffisienten K_m for den 20 cm tykke tømmerveggen i hytta av reint tømmer og beregn nødvendig effekt i en ovn som skal holde innetemperaturen i tømmerhytta konstant på 20 °C.

d) Utled uttrykk for den ekvivalente varmeoverføringskoeffisienten K_tot for den 20 cm tykke veggen sammensatt av inner-, ytterpanel og steinull og beregn nødvendig effekt i en ovn som skal holde innetemperaturen konstant på +20 °C i hytta med steinull i veggene.

Oppgitt:
Varmekapasitet for gran: $c_\mathrm{g} = 1350\ \mathrm{kJ\,m^{-3}K^{-1}}$
Varmekapasitet for steinull: $c_\mathrm{s} = 26,5\ \mathrm{kJ\,m^{-3}K^{-1}}$
Varmeledningsevne for gran: $\kappa_\mathrm{g} = 0,14\ \mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$
Varmeledningsevne for steinull: $\kappa_\mathrm{s} = 0,047\ \mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$

Oppgave 3. Diverse. (25%)

a) Joule-koeffisienten og Joule-Thomson-koeffisienten er definert henholdsvis

$$\mu_{\mathrm{J}} = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U \qquad \text{og} \qquad \mu_{\mathrm{JT}} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H .$$

Vis at μ_{J} kan uttrykkes ved kun målbare tilstandsvariable som følger:

$$\mu_{\mathrm{J}} = -\frac{T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p}{C_V}.$$

Bruk formler oppgitt i formelliste, bl.a. den sykliske relasjonen mellom partiellderiverte.

Tilsvarende kan vi uttrykke Joule-Thomson-koeffisienten (bevis kreves ikke)

$$\mu_{\mathrm{JT}} = \frac{T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V}{C_p}.$$

b) Hva kan du si om tilstandslikningen $p = p(T, V)$ for en gass hvis både Joule-koeffisienten μ_{J} og Joule-Thomson koeffisienten μ_{JT} er identisk lik null?

c) Ved å tilsette 100 g KCl i en viss mengde vann (volum V) oppnås et osmotisk trykk Δp_{K}. Ved å tilsette 100 g NaCl i annet vann med samme volum V oppnås et osmotisk trykk Δp_{Na}. Bestem volumet V når differensen i osmotisk trykk er $\Delta p = \Delta p_{\mathrm{Na}} - \Delta p_{\mathrm{K}} = 3,00$ atm. Anta at både KCl og NaCl dissosierer fullstendig i K^+, Cl^- og Na^+-ioner med atomvekter henholdsvis 39,1, 35,5 og 23,0. Temperaturen er 20 °C.

——————*******************——————

FORMELLISTE.

Du må selv avgjøre hvilke betingelser formlene gjelder ved, og du må selv tolke symbola.

Generelt:

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \qquad \beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad \kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

$$H = U + pV \qquad F = U - TS \qquad G = H - TS \qquad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$T\mathrm{d}S = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V - \sum_i \mu_i \mathrm{d}N_i \qquad \mathrm{d}G = V\mathrm{d}p - S\mathrm{d}T + \sum \mu_i \mathrm{d}N_i$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad C_P - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

Ideell gass / ideelle blandinger:

$$pV = NkT \qquad C_P - C_V = Nk \qquad pV^\gamma = \text{konst} \qquad TV^{\gamma-1} = \text{konst} \qquad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konst}$$

$$S(T,V) = S_0 + C_V \ln\frac{T}{T_0} + Nk\ln\frac{V}{V_0} \qquad S(T,p) = S_0 + C_p \ln\frac{T}{T_0} - Nk\ln\frac{p}{p_0}$$

$$\Delta S_{\mathrm{mix}} = -k \sum_i N_i \ln x_i \qquad \mu_i(p,T,x_i) \;=\; \mu_i(p,T,0) + kT \ln x_i$$

Clausius Clapeyrons likning:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{l_{\mathrm{f}}}{T(v_{\mathrm{g}} - v_{\mathrm{v}})} \qquad \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{l_{\mathrm{sm}}}{T(v_{\mathrm{v}} - v_{\mathrm{f}})} \qquad \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{l_{\mathrm{sub}}}{T(v_{\mathrm{g}} - v_{\mathrm{f}})}$$

Damptrykknedsettelse, kokepunktforhøyelse, frysepunktdepresjon:

$$\Delta p = -\frac{RT_0}{v'_{\mathrm{m}} - v_{\mathrm{m}}} \cdot x_{\mathrm{s}} \qquad \Delta T = \frac{RT_0^2}{l_{\mathrm{f}}} \cdot x_{\mathrm{s}} \qquad \Delta T = -\frac{RT_0^2}{l_{\mathrm{sm}}} \cdot x_{\mathrm{s}}$$

van't Hoffs lov: $$\Delta p = \frac{RT}{v_{\mathrm{m}}} \cdot x_{\mathrm{s}} = \frac{\mathtt{N}RT}{V}$$

Maxwellfordeling med $b = \dfrac{m}{2kT}$:

$$g(v_x) = \left(\frac{b}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left\{-bv_x^2\right\}$$

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{b}{\pi}\right)^{3/2} \exp\left\{-bv^2\right\} \qquad \langle v\rangle = \sqrt{\frac{4}{\pi b}} \qquad \langle v^2\rangle = \frac{3}{2b}$$

$$\mathrm{d}^3 j(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} v f(v) \mathrm{d}v \cos\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi \qquad \mathrm{d}j(v) = \frac{n}{4} v f(v) \mathrm{d}v \qquad j = \frac{n}{4}\langle v\rangle$$

Partikler pr. volumenhet med gitt fart og retning:

$$\mathrm{d}^3 n(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} f(v) \mathrm{d}v \sin\theta \; \mathrm{d}\theta \; \mathrm{d}\phi$$

Romvinkel: $$\mathrm{d}\Omega = \sin\theta \; \mathrm{d}\theta \; \mathrm{d}\phi$$

Fri veglengde: $$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n\sigma} \qquad N(x) = N(0)\mathrm{e}^{-x/\lambda}$$

Varmeledning: $$\vec{\boldsymbol{j}} = -\kappa \vec{\boldsymbol{\nabla}} T \qquad \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\kappa \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} A \qquad \frac{\partial T}{\partial t} = D_T \cdot \vec{\boldsymbol{\nabla}}^2 T$$

Fotongass, Stefan-Boltzmanns lov:

$$U = Vu(T) = VaT^4 \qquad p = \frac{a}{3} T^4 \qquad j = \sigma T^4$$

Noen fysiske konstanter:

$R = 8,31$ J mol^{-1}K^{-1}	$\sigma = a \cdot \frac{c}{4} = \frac{\pi^2}{60} \frac{k^4}{\hbar^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2}K^{-4}
$N_{\mathrm{A}} = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}	$a = \frac{\pi^2}{15} \frac{k^4}{\hbar^3 c^3} = 7,57 \cdot 10^{-16}$ J m^{-3}K^{-4}
$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1}	$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js
0 °C = 273 K	1 atm = 760 mmHg = 760 torr = 101,3 $\cdot 10^3$ N/m^2