Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

KONTINUASJONSEKSAMEN I SIF4016 - TERMISK FYSIKK
KONTINUASJONSEKSAMEN I SIF4016 - FYSIKK 4

Eksamensdato: Tirsdag 5. august 2003
Eksamenstid: 09:00 - 13:00
Språkform: Bokmål

Faglig kontakt under eksamen: Arne Mikkelsen, tlf. 7359 3433
Vekttall: 2,5
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Enkel kalkulator (HP 30S)
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
Aylward & Findlay: SI Chemical Data.

Sensurdato: Innen 26. august 2003.

Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen.

Oppgave 1. Termodynamikk. (35%)

Et lukket kammer har form av en sylinder som er atskilt i to rom A og B med et stempel som kan gli friksjonsfritt langs sylinderen. Hvert rom inneholder en enatomig, ideell gass. Det kan tilføres varme til kammer A (f.eks. ved en elektrisk glødetråd), ellers er sylinderen varmeisolert fra omgivelsene og stempelet varmeisolerer fullstendig mellom A og B. Opprinnelig har hvert rom et volum $V_{A,0} = V_{B,0} = 5,0 \cdot 10^{-2}$ m^3, temperatur $T_{A,0} = T_{B,0} = 273$ K og trykk $p_{A,0} = p_{B,0} = 1,00$ atm.

a) Beregn hvor mange mol gass er det i hvert rom.

Varme Q blir langsomt tilført gass A slik at volum A ekspanderer og B komprimeres inntil trykkene i begge gassene er $p_A = p_B = 3,00$ atm. Prosessene kan antas reversible.

b) Bruk adiabatlikning for prosessen i B til å finne sluttvolumet V_B. Finn også sluttvolumet V_A i A.

c) Finn sluttemperaturene T_A og T_B i begge gassene

d) Finn nødvendig tilført varme Q.

e) Beregn entropiendringen ΔS_A og ΔS_B i hver av de to gassene.

Oppgave 2. Varmeledning. (35%)

Ei tømmerhytte kan modelleres som en rektangulær boks med indre dimensjoner $8,0\,\mathrm{m} \cdot 5,0\,\mathrm{m} \cdot 2,5\,\mathrm{m}$. Vegger, tak og gulv (i det følgende bare kalt **vegger**) regnes å bestå av massiv gran med 20 cm tykkelse slik at ytre dimensjon på hytteboksen blir $8,4\,\mathrm{m} \cdot 5,4\,\mathrm{m} \cdot 2,9\,\mathrm{m}$. Veggenes totale areal kan du tilnærme til $A = (5,2 \cdot 8,2 \cdot 2 + 5,2 \cdot 2,7 \cdot 2 + 8,2 \cdot 2,7 \cdot 2)\ \mathrm{m}^2 = 158\ \mathrm{m}^2$ (dvs. arealet målt midtveis i veggene). Lufttrykket er konstant $p_0 = 1,00$ atm inne og ute.

Oppgitt:
Varmekapasitet for luft: $c_p = \frac{7}{2} \cdot R = 29,1\ \mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$
Varmekapasitet for gran: $c_\mathrm{g} = 1350\ \mathrm{kJ\,m^{-3}K^{-1}}$
Varmekapasitet for steinull: $c_\mathrm{s} = 26,5\ \mathrm{kJ\,m^{-3}K^{-1}}$
Varmeledningsevne for gran: $\kappa_\mathrm{g} = 0,14\ \mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$
Varmeledningsevne for steinull: $\kappa_\mathrm{s} = 0,047\ \mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$

a) Temperaturen i hytta med inneluft og vegger er i utgangspunktet lik utetemperaturen som er -10 °C. En ovn som gir 7,0 kW plasseres i rommet og skal varme opp innelufta til +20 °C med tilhørende nødvendig oppvarming av vegger. Du kan anta lufttemperaturen er lik i hele rommet og at temperatur på innsiden av veggene er lik lufttemperaturen. Temperaturfordelingen gjennom veggene er til enhver tid lineær. Du kan i dette punktet neglisjere varmetapet pga. varmeledning gjennom vegger.
Hvor lang tid trenger ovnen på denne oppvarmingen?

Et mer energiøkonomisk hyttealternativ er en reisverkskonstruksjon med steinull som isolasjonsmateriale. For enkelthelts skyld neglisjeres reisverket, men ytter- og innerpanel av gran, begge med tykkelse 2,5 cm, regnes med, i alle vegger. La den totale veggtykkelsen være som før, 20 cm.

b) For denne hytta med steinull, hvor lang tid vil ovnen på 7,0 kW bruke på samme jobben som ovenfor, dvs. oppvarming av inneluft og vegger? Du kan i dette punktet anta at hele innerpanelet skal varmes opp til +20 °C mens ytterpanelet holder seg på -10 °C. Temperaturfordelingen gjennom det 15 cm tykke isolasjonsmaterialet er lineær.

Vi betrakter heretter den isolerte hytta etter at den er varmet opp til 20 °C og stasjonære forhold er etablert. Ovnen i hytta skal nå kompensere for varmetapet pga. varmeledning gjennom veggene.

Varmeoverføringskoeffisienten K_tot for et legeme som i varmeledningsretningen er sammensatt av flere lag hver med tykkelse d_i og varmeledningsevne κ_i er definert ved $1/K_\mathrm{tot} = \sum_i 1/K_i = \sum_i d_i/\kappa_i$. Fouriers lov tar da formen $\dot{Q} = -K_\mathrm{tot} \cdot A \cdot \Delta T$ eller $j = -K_\mathrm{tot} \cdot \Delta T$.

c) Beregn nødvendig effekt i en ovn som skal holde innetemperaturen konstant på +20 °C i hytta med steinull i veggene.

d) Finn temperaturen i sjiktet mellom innerpanel og steinulla når innetemperaturen holdes konstant på +20 °C. Du kan bl.a. få bruk for svaret i c) og hvis du ikke har funnet det kan du nå bruke tallverdi 1,00 kW for nødvendig ovnseffekt.

Oppgave 3. Diverse. (30%)

a) Adiabatlikningene for ideell gass lyder $pV^\gamma = \text{konst}$ og $TV^{\gamma-1} = \text{konst}$ med adiabatkonstant $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$. Bevis disse likningene bl.a. ved å bruke første hovedsetning $đQ = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V$ samt $\mathrm{d}U = C_V \mathrm{d}T$ for ideell gass.

b) Adiabatlikningene i a) gjelder for rein ideell gass eller en blanding av ideelle gasser som har samme adiabatkonstant. Finn hvilken adiabatkonstant γ som skal brukes i adiabatlikningene når gassen er en blanding av $\mathtt{N}_1$ mol enatomig ideell gass med $C_{V,1} = \frac{3}{2}\mathtt{N}_1 R$ og $\mathtt{N}_2$ mol toatomig ideell gass med $C_{V,2} = \frac{5}{2}\mathtt{N}_2 R$.

c) En oppløsning med 110 g av et ikke-flyktig stoff i 1,00 l vann gir en kokepunktforhøyelse på 0,25 K ved trykk $p = 1{,}00$ atm. Finn fra dette et estimat for molekylvekten til det oppløste stoffet.
Oppgitt for vann ved kokepunktet:
Fordampningsvarme : $l_\mathrm{f} = 40,7$ kJ/mol. Massetetthet: $\rho = 0,958 \cdot 10^3$ kg/m^3.

d) En beholder inneholder n gasspartikler pr. volumenhet. Gassen er i termisk likevekt ved temperatur T og er dermed Maxwellfordelt. Gjennom et hull i veggen slipper det ut partikler, hullet er så lite at det ikke forstyrrer den termiske likevektsfordelingen inni beholderen. Antall partikler som slipper ut av hullet pr. tids- og flateenhet og har fart i $[v, v + \mathrm{d}v]$ er lik $\mathrm{d}j(v)$. Antall partikler som slipper ut av hullet pr. tids- og flateenhet uansett fart er lik j. Uttrykk for $\mathrm{d}j(v)$ og j er gitt på formelark.

Finn uttrykk for middelverdien av den kinetiske energien $E = \frac{1}{2}mv^2$ for de partiklene som slipper ut gjennom hullet.

———————*******************———————

FORMELLISTE.

Du må selv avgjøre hvilke betingelser formlene gjelder ved, og du må selv tolke symbola.

Generelt:

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \qquad \beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad \kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

$$H = U + pV \qquad F = U - TS \qquad G = H - TS \qquad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$T\mathrm{d}S = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V - \sum_i \mu_i \mathrm{d}N_i \qquad \mathrm{d}G = V\mathrm{d}p - S\mathrm{d}T + \sum \mu_i \mathrm{d}N_i$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad C_P - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

Ideell gass / ideelle blandinger:

$$pV = NkT \qquad C_P - C_V = Nk \qquad pV^\gamma = \text{konst} \qquad TV^{\gamma-1} = \text{konst} \qquad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konst}$$

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k\sum_i N_i \ln x_i \qquad \mu_i(p, T, x_i) \;=\; \mu_i(p, T, 0) + kT\ln x_i$$

Clausius Clapeyrons likning:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{l_\mathrm{f}}{T(v_\mathrm{g} - v_\mathrm{v})} \qquad \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{l_\mathrm{sm}}{T(v_\mathrm{v} - v_\mathrm{f})} \qquad \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{l_\mathrm{sub}}{T(v_\mathrm{g} - v_\mathrm{f})}$$

Damptrykknedsettelse, kokepunktforhøyelse, frysepunktdepresjon:

$$\Delta p = -\frac{RT_0}{v'_\mathrm{m} - v_\mathrm{m}} \cdot x_\mathrm{s} \qquad \Delta T = \frac{RT_0^2}{l_\mathrm{f}} \cdot x_\mathrm{s} \qquad \Delta T = -\frac{RT_0^2}{l_\mathrm{sm}} \cdot x_\mathrm{s}$$

van't Hoffs lov: $$\Delta p = \frac{RT}{v_\mathrm{m}} \cdot x_\mathrm{s} = \frac{\mathtt{N}RT}{V}$$

Maxwellfordeling med $b = \dfrac{m}{2kT}$:

$$g(v_x) = \left(\frac{b}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left\{-bv_x^2\right\}$$

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{b}{\pi}\right)^{3/2} \exp\left\{-bv^2\right\} \qquad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{4}{\pi b}} \qquad \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2b}$$

$$\mathrm{d}^3 j(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} v f(v) \mathrm{d}v \cos\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi \qquad \mathrm{d}j(v) = \frac{n}{4} v f(v) \mathrm{d}v \qquad j = \frac{n}{4}\langle v \rangle$$

Partikler pr. volumenhet med gitt fart og retning:

$$\mathrm{d}^3 n(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} f(v) \mathrm{d}v \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\phi$$

Romvinkel: $$\mathrm{d}\Omega = \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\phi$$

Fri veglengde: $$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n\sigma} \qquad N(x) = N(0)\mathrm{e}^{-x/\lambda}$$

Varmeledning: $$\vec{j} = -\kappa \vec{\nabla} T \qquad \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\kappa \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} A \qquad \frac{\partial T}{\partial t} = D_T \cdot \vec{\nabla}^2 T$$

Fotongass, Stefan-Boltzmanns lov:

$$U = Vu(T) = VaT^4 \qquad p = \frac{a}{3}T^4 \qquad j = \sigma T^4$$

Verdi av integralet $$f(k) = \int_0^\infty x^k e^{-bx^2} \mathrm{d}x :$$

k	$f(k)$	k	$f(k)$
0	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	1	$\frac{1}{2b}$
2	$\frac{1}{4b}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	3	$\frac{1}{2b^2}$
4	$\frac{3}{8b^2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	5	$\frac{1}{b^3}$

Noen fysiske konstanter:

$R = 8,31$ J mol^{-1}K^{-1} $\qquad \sigma = a \cdot \frac{c}{4} = \frac{\pi^2}{60}\frac{k^4}{\hbar^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2}K^{-4}

$N_\mathrm{A} = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} $\qquad a = \frac{\pi^2}{15}\frac{k^4}{\hbar^3 c^3} = 7,57 \cdot 10^{-16}$ J m^{-3}K^{-4}

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1} $\qquad h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js

0 °C = 273 K $\qquad$ 1 atm = 760 mmHg = 760 torr = 1,013 $\cdot 10^5$ N/m^2