NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET,
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Institutt for fysikk, Gløshaugen
Førsteaman. Arne Mikkelsen 7359 3433

NOREGS TEKNISK-
NATURVITENSKAPELEGE UNIVERSITET,
INSTITUTT FOR FYSIKK

Fagleg kontakt under eksamen:
Institutt for fysikk, Gløshaugen
Førsteaman. Arne Mikkelsen 7359 3433

EKSAMEN I EMNE SIF4016 TERMISK FYSIKK
EKSAMEN I EMNE 74306 TERMISK FYSIKK
Onsdag 19. mai 1999 kl. 0900 - 1400

Hjelpemidler:
B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeida av NTNU.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).

Ved bedømmingen blir i utgangspunktet hver deloppgave a,b, etc. vektlagt like mye (totalt 10 vekttall). Ved numeriske svar må du gi både tallverdi og enhet. Oppgitte formler på siste side.

Ved bedømminga blir i utgangspunktet kvar deloppgåve a,b, etc. vektlagt like mye (totalt 10 vekttal). Ved numeriske svar må du gi både talverdi og eining. Oppgitte formlar på siste side.

Oppgave 1.

Vi har to system hvert med $\mathtt{N}$ mol gass med lik varmekapasitet C_p. Gassen er ideell. I system 1 har gassen temperaturen T_{10} og i system 2 temperaturen T_{20}, med $T_{20} > T_{10}$. Med disse to systemene skal vi utføre to tenkte eksperiment som foregår ved konstant trykk. De to systemene er hele tiden isolert fra omgivelsene.

Oppgåve 1.

Vi har to system kvart med $\mathtt{N}$ mol gass med lik varmekapasitet C_p. Gassen er ideell. I system 1 har gassen temperaturen T_{10} og i system 2 temperaturen T_{20}, med $T_{20} > T_{10}$. Med desse to systema skal vi utføre to tenkte eksperiment som foregår ved konstant trykk. Dei to systema er heile tida isolerte frå omgivnadene.

I det *første eksperimentet* fører vi system 1 og 2 i direkte termisk kontakt slik at slutt-temperaturen blir T_f.

a)
i) Finn varmen Q_2 mottatt av system 2.
ii) Finn arbeidet W_2 utført av system 2.
Uttrykk svara i pkt. i) og ii) ved (noen av) C_p, $\mathtt{N}$, R, T_{10}, T_{20} og T_f.
iii) Finn slutt-temperaturen T_f uttrykt ved T_{10} og T_{20}.

b) Finn ΔS_{tot} for universet, uttrykt ved C_p, T_{10} og T_{20}. Drøft fortegnet/forteiknet for ΔS_{tot}.

I det *andre eksperimentet* bruker vi systemene som varmereservoarer for en Carnot-maskin som maksimalt utnytter energien fra reservoarene slik at slutt-temperaturen blir felles og lik T_C. Carnot-maskinen er også isolert fra omgivelsene.

I det *andre eksperimentet* bruker vi systema som varmereservoar for ein Carnot-maskin som maksimalt utnyttar energien frå reservoara slik at slutt-temperaturen blir felles og lik T_C. Carnot-maskinen er også isolert frå omgivnadene.

---

c)
  i) Finn slutt-temperaturen T_C uttrykt ved T_{10} og T_{20}.
  ii) Finn arbeidet, W, som maskinen har utført når slutt-temperaturen er nådd, uttrykt ved C_p, T_{10} og T_{20}.

Oppgave 2.

a) i) Hva er likevektsbetingelsene for temperatur, trykk og kjemisk potensial for et system i termisk likevekt?

ii) Frysepunktet til ei væske (løsningsmiddel) blir redusert når vi f.eks. løser opp salt i væska. For ei fortynna løsning der vi ser bort fra løst salt i den faste fasen av løsningsmiddelet, er uttrykket for denne frysepunktsnedsettingen

$$\Delta T = -\frac{RT^2}{q} x_S.$$

Vi har løst 20 g koksalt (NaCl) i 1,0 liter vann. Anta at NaCl dissosierer fullstendig i Na^+ og Cl^--ioner. Regn ut frysepunktsnedsettingen etter uttrykket ovenfor når vann har molekylvekt 18, massetetthet 1,0 g/cm^3 og smeltevarme 6,0 kJ/mol, mens NaCl har molekylvekt 58,5.

b) Før et bevis for uttrykket i a) basert på termisk likevekt og at løsninga er ideell.

Oppgåve 2.

a) i) Kva er likevektsvilkåra for temperatur, trykk og kjemisk potensial for eit system i termisk likevekt?

ii) Frysepunktet til ei væske (løysningsmiddel) blir redusert når vi f.eks. løyser opp salt i væska. For ei fortynna løysning der vi ser bort frå løyst salt i den faste fasen av løysningsmiddelet, er uttrykket for denne frysepunktsnedsettinga

Vi har løyst 20 g koksalt (NaCl) i 1,0 liter vatn. Anta at NaCl dissosierer fullstendig i Na^+ og Cl^--ioner. Rekn ut frysepunktsnedsettinga etter uttrykket ovanfor når vatn har molekylvekt 18, massetettleik 1,0 g/cm^3 og smeltevarme 6,0 kJ/mol, mens NaCl har molekylvekt 58,5.

b) Før eit bevis for uttrykket i a) basert på termisk likevekt og at løysninga er ideell.

Oppgave 3. / Oppgåve 3.

En/Ein gass med molekylmasse m er i termisk likevekt ved temperatur T og molekylfarten er Maxwellfordelt. Finn uttrykk for middelverdien av den inverse molekylfarten, $\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle$. Er verdien større eller mindre enn den inverse midlere molekylfarten, $\frac{1}{\langle v \rangle}$?

Oppgave 4. / Oppgåve 4.

Ei kule med radius R_1 produserer varme med effekt P (f.eks. radioaktiv prosess). Kula er konsentrisk omgitt av ei ny kule med indre radius R_1, ytre radius R_2 og varmeledningsevne κ_2. Ved radius $r = R_1$ er temperaturen T_1 og ved radius $r = R_2$ er temperaturen T_2. Vi antar stasjonære forhold slik at temperaturen ved alle punkt er konstant over tid og slik at den indre kula avgir konstant effekt P til den ytre.

a) Vi konsentrerer oss først om den ytre kula, dvs. radius r i området $R_1 < r < R_2$.

i) Sett opp to uttrykk for varmefluksen (varmestrømtettheten) $j(r)$. I det første uttrykket for $j(r)$ skal temperaturgradienten inngå og i det andre uttrykket skal effekten P inngå.

ii) Bestem deretter temperaturen T_1 når $T_2 = 295$ K (22 °C), $P = 30$ W, $R_1 = 30$ cm, $R_2 = 50$ cm og $\kappa_2 = 0{,}1$ W/(K m).

b) I den indre kula blir varmeeffekten produsert jamt fordelt over kulas volum. Finn temperaturen, T_0, i sentrum av kula ($r = 0$) når varmeledningsevnen til den indre kula er $\kappa_1 = 1{,}0$ W/(K m).

Oppgave 5. / Oppgåve 5.

a) Elektromagnetisk hulromsstråling (også kalt fotongass) har indre energi gitt ved $U = aVT^4$. Anta at entropien S for fotongassen er volumproporsjonal, $S = V \cdot s(T)$, og at $S = 0$ ved det absolutte nullpunktet. Bruk den termodynamiske identiteten til å vise at entropien, S, og trykket, p, er

i) $S = \frac{4}{3}aT^3V$ ii) $p = \frac{1}{3}\frac{U}{V}$.

b)

i) Vis at du kan uttrykke varmekapasitetene C_V og C_p for et/eit generelt termodynamisk system som enkle partiellderiverte av termodynamiske potensial.

ii) Finn et/eit uttrykk for C_p for `N` mol toatomig ideell gass ved romtemperatur.

iii) Finn C_p for fotongassen.

****

Noen av disse formlene kan du få bruk for.
Du må selv tolke symbola.

Noen av desse formlane kan du få bruk for.
Du må sjølv tolke symbola.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

$$H = U + pV, \qquad F = U - TS, \qquad G = H - TS, \qquad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$T\mathrm{d}S = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V - \sum_i \mu_i \mathrm{d}N_i, \qquad \mathrm{d}G = V\mathrm{d}p - S\mathrm{d}T + \sum \mu_i \mathrm{d}N_i$$

$$pV^\gamma = \text{konst.}, \qquad TV^{\gamma-1} = \text{konst.}, \qquad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konst.}.$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \qquad C_P - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k\sum_i N_i \ln x_i, \qquad \mu_i(p,T,x_i) \;=\; \mu_i(p,T,0) + kT\ln x_i.$$

Maxwellfordeling:

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left\{\frac{-mv^2}{2kT}\right\} 4\pi v^2, \qquad \langle v\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \qquad \langle v^2\rangle = \frac{3kT}{m}$$

$$\mathrm{d}^3 j(v,\theta,\phi) = \frac{n}{4\pi} v f(v)\mathrm{d}v \cos\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi, \qquad \mathrm{d}j(v) = \frac{n}{4} v f(v)\mathrm{d}v,$$

Varmeledning: $\vec{\boldsymbol{j}} = -\kappa\,\vec{\boldsymbol{\nabla}}\,T, \qquad \dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\kappa\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}A, \qquad \dfrac{\partial T}{\partial t} = D_T \cdot \vec{\boldsymbol{\nabla}}^2\, T$

Fotongass, Stefan-Boltzmanns lov: $U = Vu(T) = VaT^4, \quad p = \dfrac{a}{3}T^4, \quad j = \sigma T^4$

Verdi av integralet

$f(k) = \int_0^\infty x^k e^{-bx^2}\mathrm{d}x$:

k	$f(k)$	k	$f(k)$
0	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	1	$\frac{1}{2b}$
2	$\frac{1}{4b}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	3	$\frac{1}{2b^2}$
4	$\frac{3}{8b^2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	5	$\frac{1}{b^3}$

$R = 8,32$ J mol^{-1}K^{-1} $\qquad \sigma = a \cdot \frac{c}{4} = \frac{\pi^2}{60}\frac{k^4}{\hbar^3 c^2} = 5,670 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2}K^{-4}

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} $\qquad a = \frac{\pi^2}{15}\frac{k^4}{\hbar^3 c^3} = 7,565 \cdot 10^{-16}$ J m^{-3}K^{-4}

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1} $\qquad h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js