Institutt for fysikk, NTNU
Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye
Tlf. 93654
Sensurfrist: 29. august

Kontinuasjonseksamen i fag TFY4165 Termisk fysikk

Tirsdag 8. august 2006
Kl. 09.00 - 13.00

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
Rottmann: Mathematisk Formelsamling

Oppgave 1

a) Et mol gass følger Van der Waals tilstandslikning

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

der a og b er konstanter, p er trykket, T er temperaturen og R er gasskonstanten. Gassen har varmekapasitet ved konstant volum $C_V = \frac{5}{2}R$. Den indre energi er da gitt ved

$$U = C_V T - \frac{a}{V}.$$

Bestem temperaturen $T = T_c$ på det kritiske punkt for Van der Waals gassen. [Hint: På kritisk punkt er isotermen horisontal i et vendepunkt.]

b) Van der Waals gassen ekspanderer fritt fra et volum V_0 til et volum V_s uten at det tilføres varme. (Ved denne ekspansjonen blir det da heller ikke utført noe arbeid.) Med starttemperatur T_0 blir da temperaturendringen $\Delta T = T_s - T_0$ der T_s er sluttemperaturen. Bestem ΔT når $V_0 = 5b$ og $V_s = \infty$.

Alternativt presses Van der Waals gassen gjennom en porøs plugg (Joule- Thomson effekten). Start- og sluttvolum er henholdsvis V_0 og V_s, og starttemperaturen T_0 er som ovenfor. Da blir temperaturendringen ΔT_{JT} halvparten så stor, dvs. $\Delta T_{JT} = \frac{1}{2}\Delta T$. Beregn startemperaturen T_0 når dette er tilfelle. [Hint: Ved Joule-Thomson effekten er enthalpien $H = U + pV$ bevart.]

Oppgave 2

a) Hva er likevektsbetingelsene på temperatur, trykk og kjemisk potensial for et system i termisk likevekt?

Når fast stoff løses opp i en væske vil frysepunktet senkes. Uttrykket for denne frysepunktnedsettelsen ΔT for en fortynnet oppløsning blir

$$\Delta T = -\frac{RT_0^2}{L_{sm}} x_s$$

når oppløseligheten av tilsatt stoff i den faste fasen kan neglisjeres. Hva er R, L_{sm} og x_s?

Utled dette uttrykket.

b) 15 g NaCl (koksalt) løses i 1 dm^3 vann. Anta at NaCl dissosierer fullstendig i Na^+ og Cl^- ioner. Beregn frysepunktnedsettelsen etter uttrykket ovenfor når $R = 8,314$ J/(K mol) og $L_{sm} = 330$ J/g. Molekylvekten til vann er 18 og for NaCl er den 58,5.

Oppgitt: $\mu(p, T) = \mu^0(p, T) + kT \ln x,$
$dG = -S\,dT + V\,dp, \quad G = N\mu.$

Oppgave 3

a) Vis ved innsetting at

$$T = T(x,t) = a \sin(kx)\, e^{-Dk^2 t}$$

der a og k er konstanter er en løsning av varmeledningslikningen (i én dimensjon)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

b) En mer vilkårlig løsning er gitt ved

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} a_n sin(k_n x)\, e^{-Dk_n^2 t} + T_\infty.$$

Størrelsene a_n og k_n bestemmes av grensebetingelsene. Hvilke verdier kan k_n ha når likningen skal løses i intervallet $0 \leq x \leq L$ med grensebetingelsen $T(0,t) = T(L,t) = T_\infty$?

c) Varmeledningslikningen skal ved siden av grensebetingelsen $T(0,t) = T(L,t) = T_\infty$ løses med begynnelsesbetingelsen

$$T(x,0) - T_\infty = T_0 \ (= \text{konst}), \quad (\text{for } 0 \le x \le< L).$$

Koeffisientene a_n kan da bestemmes ved å regne ut integralet

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L (T(x,0) - T_\infty) \sin(k_n x)\, dx.$$

[Dette tilsvarer rekkeutvikling av funksjonen $T(x,0) - T_\infty$ i fourier-rekke (sinusrekke).] Regn ut koeffisientene a_n.

d) For store tider ($\exp(-Dk_1^2 t) \ll 1$) vil leddet med k_1 dominere slik at de øvrige leddene kan neglisteres. Betrakt så avkjøling av ei plate av tykkelse L der grensebetingelsene er som under punkt c). Anta at plata består vesentlig av vann (som er bundet slik at det ikke kan strømme). Ved hvilken tid $t = \tau$ er temperaturen i midten av plata ($x = L/2$) sunket til $T = 0,1\,T_0 + T_\infty$ (slik at k_1-leddet dominerer) når $L = 5,0\,\text{cm}$ og $D = D_T = 0,00050\,\text{m}^2/\text{h}$ for vann?