.

NTNU **Institutt for fysikk**

Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye
Telefon: 91839082

Eksamen i TFY4165/FY1005 Termisk Fysikk

Fredag 29. mai 2009
09:00–13:00

Tillatte hjelpemidler: Alternativ **C**
Typegodkjent kalkulator.
Rottman: *Matematisk formelsamling*

Sensurfrist: 19. juni.
(Hver av oppgavene 1, 2 og 3 teller like mye.)

Dette oppgavesettet er på 4 sider.

Oppgave 1

a) Et mol gass følger Van der Waals tilstandslikning

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

der a og b er konstanter, p er trykket, T er temperaturen og R er gasskonstanten. Gassen har varmekapasitet ved konstant volum C_V. Den indre energi er da gitt ved

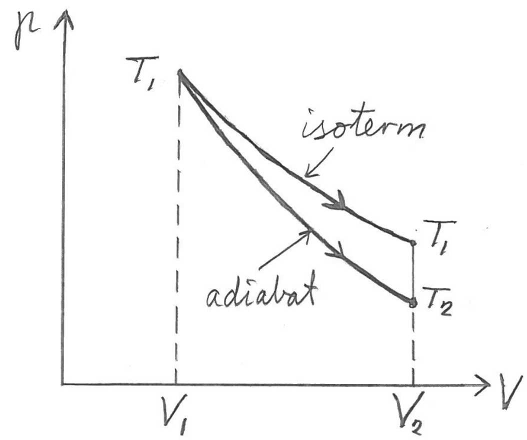
$$U = C_V T - \frac{a}{V}.$$

Uttrykket for entropien til denne gassen kan skrives på formen

$$S = A \ln T + B \ln(V - V_0) + \text{konst.}$$

Vis dette og bestem med det størrelsene A, B og V_0.

b)



Van der Waals gassen skal ekspandere fra volumet V_1 til volumet V_2. Dette kan gjøres på 2 måter, som vist på figuren. Den ene måten er å følge isotermen $T = T_1$. Beregn arbeidet W_1 langs denne isotermen.

Den andre måten er å følge adiabaten mellom temperaturene T_1 og T_2. Hva blir T_2 når T_1, V_1 og V_2 er gitt?

Hva blir så arbeidet W_2 langs adiabaten når også T_2 er kjent? [Hint: Benytt at tilført varme $Q = \Delta U + W = 0$.]

c) Kjøleskap kan drives uten motor ved at det isteden tilføres varme. En varmemengde $Q_1 = 2,5\,\mathrm{kJ}$ skal tas ut fra et kjøleskap ved temperaturen $T_1 = 2^o\mathrm{C}$. Dette skal gjøres ved å tilføre varmemengden Q_2 ved en temperatur $T_2 = 80^o\mathrm{C}$. Overskuddsvarmen Q_0 blir avgitt til omgivelsene ved en temperatur $T_0 = 30^o\mathrm{C}$. Hva er den teoretisk sett minste varmemengde Q_2 som må tilføres for å ta ut den gitte varmemengden Q_1?

Oppgitt: $T\,dS = dU + p\,dV$, $\quad W = \int p\,dV.$

Oppgave 2

a) Bruk Boltzmanns prinsipp med å telle forskjellige konfigurasjoner til å vise at blandingsentropien er

$$\Delta S_{mix} = -\sum_{i=1}^{c} n_i R \ln (n_i/n) \qquad (n = \sum_{i=1}^{c} n_i)$$

når ideelle gasser blandes ved konstant volum V og konstant temperatur T. Her er n_i antall mol av komponent i ($i = 1, 2, 3, \cdots, c$ der c er antall komponenter).

b) Benytt den termodynamiske relasjonen

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

der H er enthalpien til å vise at

$$C_p - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

der C_p og C_V er spesifikk varme ved henholdsvis konstant trykk og konstant volum. [Hint: Benytt den termodynamiske identitet der indre energi er erstattet med enthalpien $H = U + pV$ for først å finne uttrykk for C_p og C_V hver for seg.]

For kopper (Cu) har en

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = 48,5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1} \quad \text{og} \quad \kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = 7,7 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{Pa}^{-1}.$$

Beregn differensen $C_p - C_V$ for en kopperblokk med volum $V = 2,0\,\mathrm{dm}^3$ og temperatur $T = 25^o\mathrm{C}$.

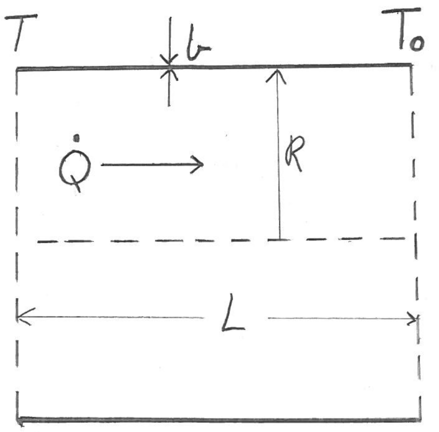
Oppgitt: $N! \to \sqrt{2\pi N}\, N^N e^{-N}$ ($N \to \infty$, Stirlings formel),
$S = k \ln W$ (Boltzmanns prinsipp), $T\,dS = dH - V\,dp$,
$C = \dfrac{dQ}{dT}$, $dH = \left(\dfrac{\partial H}{\partial T}\right)_p dT + \left(\dfrac{\partial H}{\partial p}\right)_T dp$,
$\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\dfrac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\dfrac{\partial x}{\partial y}\right)_z = -1$, $\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)_y = \left(\dfrac{\partial x}{\partial z}\right)_y^{-1}$.

Oppgave 3

a) Et antall av N partikler (molekyl) befinner seg i et volum V. Partiklene danner en ideell gass (dvs. en gass ved lav tetthet), og de kan betraktes som harde kuler med radius r. Hvor langt i middel λ kan den enkelte partikkel bevege seg før den kolliderer med en annen partikkel når en antar til forenkling at de andre partiklene er i ro? [Hint: Betrakt en sylinder med en passende radius R og lengde L, og bestem først det midlere antall partikler med sine sentra innenfor denne.]

Hva blir λ dersom $n = 2,0\,\text{mol}$ av en gass av partikler med radius $r = 0,15\,\text{nm}$ befinner seg i et volum $V = 3,0\,\text{m}^3$?

b)



En ståltermos består av to lag metall med vakuum mellom for å isolere. Ved åpningen er det imidlertid mer direkte kontakt med omverdenen. Denne kontakten utgjør en metallsylinder, som vist på figuren. Den ligger rundt og langs skrukorken som settes i åpningen. Anta at denne metallsylinderen har lengde $L = 4,0\,\text{cm}$, radius $R = 1,8\,\text{cm}$ og tykkelse $b = 0,50\,\text{mm}$ ($b \ll R$). Videre er sylinderen av stål med varmeledningsevne $\kappa = 46\,\text{W/m·K}$. Hvor stor er varme- eller energistrømmen $\dot{Q}$ langs metallsylinderen når temperaturforskjellen mellom endene på sylinderen er $\Delta T = T - T_0 = 50^o\text{C}$.

c) Anta at det i det indre av termosen befinner seg en viss mengde vann (ca 0,7 l) slik at varmekapasiteten i det indre av den er $C = 2,9\,\text{kJ/K}$. Finn differensiallikningen som bestemmer hvordan temperaturforskjellen $\Delta T = T - T_0$ mellom det indre av termosen og omgivelsene vil endre seg med tiden t på grunn av varmeledning langs stålsylinderen alene. (All annen varmetransport blir da neglisert.)

Differensiallikningen har løsning av formen $\Delta T = A \exp(-\alpha t)$ der A er en konstant. Bestem α uttrykt ved de andre gitte størrelsene. Sett så inn de gitte tallverdiene og bestem hvor lang tid $t = \tau$ det vil ta før temperaturforkjellen ΔT reduseres til halvparten av sin startverdi.

Oppgitt: $j_x = -\kappa \dfrac{dT}{dx}$, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$ (Avogadros tall).