.

NTNU **Institutt for fysikk**

Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye
Telefon: 91839082

Eksamen i TFY4165/FY1005 Termisk Fysikk

Torsdag 19. august 2010
09:00–13:00

Tillatte hjelpemidler: Alternativ **C**
Typegodkjent kalkulator.
Rottman: *Matematisk formelsamling*

Sensurfrist: 1. september
(Hver av oppgavene 1, 2 og 3 teller like mye.)

Dette oppgavesettet er på 4 sider.

Oppgave 1

a) Et mol av en ideell gass har varmekapasitet C_p ved konstant trykk p. Enthalpien er da gitt ved

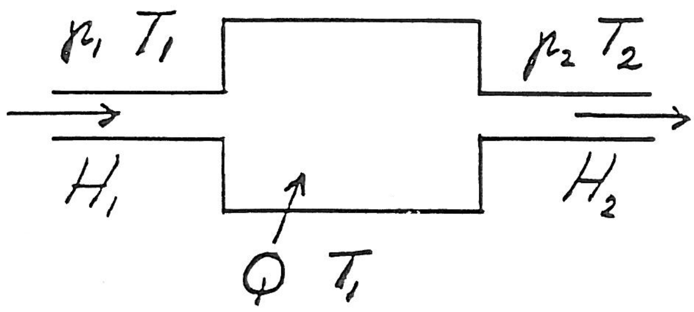
$$H = C_p T$$

der T er temperaturen. Uttrykket for entropien til denne gassen kan skrives på formen

$$S = A \ln T - B \ln p + \text{konst.}$$

Vis dette og bestem med det størrelsene A og B.

b)



En ideell gass som angitt i punkt a), med temperatur T_1 og trykk p_1 strømmer inn i et system som vist på figuren. Gassen strømmer ut igjen med temperatur T_2 og trykk p_2. Et mol av gassen har enthalpien H_1 ved innløpet av systemet mens den har enthalpien H_2 ved utløpet. Ved stasjonære forhold absorberer systemet samtidig en varmemengde Q fra omgivelsene, som også har temperaturen T_1. Bestem sammenhengen mellom temperaturendringen $T_2 - T_1$ og tilført varme Q. [Hint: Se på energibalansen og benytt at $H_1 = H_2$ for strøm gjennom "porøs plugg" når $Q = 0$.]

c) Ved å bygge inn et passende maskineri i systemet kan strømmen av gass gjennom det ideelt sett kunne gjøres reversibel. Men dette maskineriet skal ikke gi noe netto arbeid ut av eller inn i systemet. Siden total entropi ikke kan avta kreves det et visst minste trykk p_1 for å endre temperaturen fra T_1 til T_2. Hva er teoretisk sett dette minste trykket p_1 når T_1, T_2, p_2 og C_p er gitt for den ideelle gassen? [Hint: Betrakt entropien for reversibel prosess.]

Hva er den numeriske verdien til p_1 når $p_2 = 1{,}00\,\text{atm}$, $T_1 = 20^o\text{C}$, $T_2 = -15^o\text{C}$ og $C_p = 3{,}5\,R$?

Oppgitt: $pV = RT, \quad TdS = dH - V\,dp.$

Oppgave 2

a) Varmekapasiteten ved konstant trykk C_p til en elektrisk motstand kan måles ved å tilføre elektrisk strøm med konstant effekt P mens trykket holdes konstant. En får da en varierende temperatur $T = T(t)$ der t er tida. Hva blir $C_p = C_p(t)$ uttrykt ved funksjonen $T(t)$ (den deriverte) når motstanden er varmeisolert mot omgivelsene og temperaturgradienter innenfor motstanden negliseres.

For en viss motstand finner en tidsforløpet

$$T(t) = T_0(1 + \gamma t)^{1/2}$$

der T_0 og γ er konstanter. Hva blir C_p uttrykt ved γ, T_0, P og temperaturen T?

b) En van der Waals-gass har tilstandslikningen

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

med tilhørende indre energi

$$U = KT - \frac{a}{V}$$

der a, b og K er konstanter. Bestem ut fra dette varmekapasiteten ved konstant trykk C_p for denne gassen.

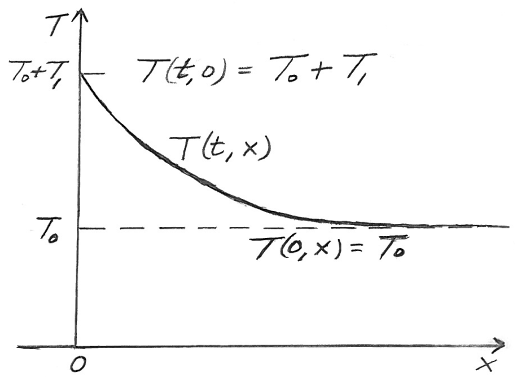
c) Van der Waals-gassen gitt under punkt b) har et kritisk punkt der forskjellen mellom gass og væske forsvinner. Finn likningene som bestemmer den kritiske temperaturen T_c og det kritiske volumet V_c for denne gassen.

Ved løsning av likningene vil en finne $V_c = 3b$. Hva blir den tilhørende T_c?

Oppgitt: $dQ = T\,dS = dU + p\,dV$.

Oppgave 3

a)



Ved tiden $t = 0$ har en uendlig tykk vegg, som vist på figuren, konstant temperatur $T = T(0, x) = T_0$ $(x > 0)$. Fra tiden $t = 0$ heves temperaturen på ytterflaten (for $x = 0$) slik at $T = T(t, 0) = T_1$ $(t > 0)$. En ønsker å finne temperaturforløpet inne i veggen ved å løse varmeledningslikningen

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

Dette kan gjøres ved å innføre nye variable

$$z = \frac{x}{\sqrt{2Dt}} \quad \text{og} \quad \tau = t.$$

Vis at med de nye variable blir varmeledningslikningen

$$a\tau\frac{\partial T}{\partial \tau} - z\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2},$$

og bestem med det konstanten a. [Hint: Benytt oppgitt uttrykk for dT til å bestemme $\partial T/\partial t$, $\partial T/\partial x$ og $\partial^2 T/\partial x^2$.]

b) For situasjonen med grensebetingelsene gitt under punkt a) kan løsningen med de nye variable z og τ skrives som en funksjon av z alene, dvs.

$$T(\tau, z) \to T(z).$$

Hva blir grensebetingelsene på $T(z)$ for henholdsvis $z = 0$ og $z = \infty$?

Vis ved innsetting at med de nye variable er

$$T = C_1 \int_0^z e^{-u^2/2}\, du + C_2$$

løsning av varmeledningslikningen der C_1 og C_2 er konstanter.

c) Hva blir konstantene C_1 og C_2 med de gitte grensebetingelsene?

Hva blir varmestrømmen pr. arealenhet $j(t)$ inn i veggen (ved $x = 0$) ved tiden $t = 3$ timer når varmeledningsevnen er 0,80 W/m·K, $C_1 = -12\,\mathrm{K}$, $C_2 = 285\,\mathrm{K}$ og $D = 0,0018\,\mathrm{m^2/h}$?

Oppgitt: $dT = \frac{\partial T}{\partial \tau}\, d\tau + \frac{\partial T}{\partial z}\, dz$, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2/2}\, dy = \sqrt{2\pi}$, $\mathbf{j} = -\kappa\nabla T$.