.

NTNU **Institutt for fysikk**

Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye
Telefon: 91839082

Eksamen i TFY4165/FY1005 Termisk Fysikk

Lørdag 20. august 2011
09:00 – 13:00

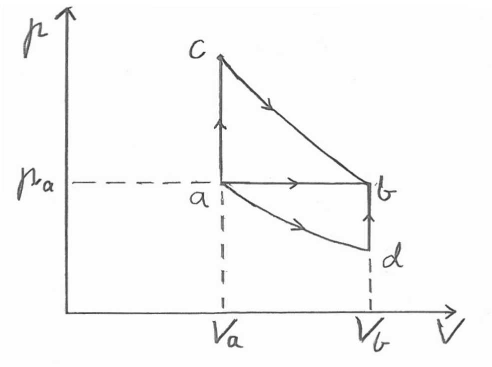
Tillatte hjelpemidler: Alternativ **C**
Typegodkjent kalkulator.
Rottman: *Matematisk formelsamling*

Sensurfrist: 1. september
(Hver av oppgavene 1, 2 og 3 teller like mye.)

Dette oppgavesettet er på 4 sider.

Oppgave 1

a)



I et termodynamisk system kan tilstanden mellom to steder eller punkter a og b endres langs 3 forskjellige veier, som vist på figuren. Den direkte veien mellom stedene a og b har konstant trykk $p_a = 2,0 \cdot 10^5$ Pa. Veien mellom stedene a og c har konstant volum $V_a = 20$ l, og veien mellom stedene d og b har konstant volum $V_b = 35$ l.

Langs veien acb tar systemet opp en varmemengde $Q_{acb} = 12,0$ kJ samtidig som systemet utfører et arbeid $W_{acb} = 4,5$ kJ. Alternativt kan veien adb benyttes der utført arbeid er $W_{adb} = 2,0$ kJ. Hvor stor varmemengde Q_{adb} vil i så fall systemet motta langs veien adb? [Hint: Finn først forskjellen i indre energi $\Delta U_{ab} = U_b - U_a$ mellom punktene b og a.]

Dersom systemet beveger seg hele runden langs veien acbd (dvs. med klokka), vil det fungere som en varmekraftmaskin. Hva blir virkningsgraden η, som er forholdet mellom utført arbeid og tilført varme, til denne maskinen?

b) Systemet under punkt a) kan også benytte den direkte veien mellom mellom stedene a og b. Hvor mye varme vil systemet motta langs denne veien?

Differensen i indre energi mellom stedene b og c er $\Delta U_{cb} = U_b - U_c = 3,0$ kJ. Hva er mottatt varmemengde Q_{ac} langs veien ac?

c) Et system med konstant volum V og konstant varmekapasitet C har i starttilstanden temperaturen T_1. Systemet skal bringes i likevekt med omgivelsene som har temperaturen T_0. Ved denne prosessen kan systemet utføre et arbeid. Hva er det maksimale arbeidet W som kan utføres?

Oppgitt: $T\,dS = dU + p\,dV, \quad dQ = T\,dS,$
$W_{max} = T_0 \Delta S - \Delta U - p_0 \Delta V.$

Oppgave 2

a) Claypeyrons likning for metningstrykket til damp er gitt ved

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}.$$

Hva er ΔS og ΔV i denne likningen?

Ved fordamping fra væske eller fast stoff er metningstrykket p i god tilnærmelse gitt ved uttrykket

$$p = K \exp\left(-\frac{L}{RT}\right).$$

Vis ved innsetting at dette uttrykket for p oppfyller Clapeyrons likning når tettheten av dampen er lav og fordampingsvarmen kan betraktes som konstant.

b) Når luft varmes opp synker relativ fuktighet. Betrakt luft som er mettet med vanndamp med trykk p_1 ved temperaturen $T_1 = -10°$ C. Denne lufta varmes opp til $T_2 = 20°$ C ved konstant lufttrykk. Hva blir relativ fuktighet p_1/p_2 der p_2 er metningstrykket ved 20° C, når fordampingsvarmen for vann nær 0° C er 45,0 kJ/mol, smeltevarmen for is er 6,0 kJ/mol og R=8,314 J/K·mol? [Hint: Sett opp separate likninger for metningstrykket under og over frysepunktet til vann.]

c) En gass følger van der Waals tilstandslikning

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}.$$

Bestem isoterm kompressibilitet og kubisk utvidelseskoeffisient, som er henholdsvis

$$\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \quad \text{og} \quad \alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p,$$

for denne gassen. [Hint: Differensier uttrykket for p.]

Oppgave 3

a) Vis ved innsetting at

$$T = T(x,t) = a\sin(kx)\,e^{-Dk^2t}$$

der a og k er konstanter er en løsning av varmeledningslikningen (i én dimensjon)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

En mer vilkårlig løsning er gitt ved

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} a_n sin(k_n x)\,e^{-Dk_n^2 t} + T_\infty.$$

Størrelsene a_n og k_n bestemmes av grensebetingelsene. Hvilke verdier kan k_n ha når likningen skal løses i intervallet $0 \leq x \leq L$ med grensebetingelsen $T(0,t) = T(L,t) = T_\infty$?

b) Varmeledningslikningen skal ved siden av grensebetingelsen $T(0,t) = T(L,t) = T_\infty$ ($t > 0$) løses med begynnelsesbetingelsen

$$T(x,0) - T_\infty = T_1\frac{x}{L}, \quad (\text{for } \ 0 \leq x < L).$$

Koeffisientene a_n kan da bestemmes ved å regne ut integralet

$$a_n = \frac{2}{L}\int_0^L (T(x,0) - T_\infty)\sin(k_n x)\,dx.$$

[Dette tilsvarer rekkeutvikling av funksjonen $T(x,0) - T_\infty$ i fourier-rekke (sinusrekke).] Regn ut koeffisientene a_n.

c) For store tider ($\exp(-Dk_1^2 t) \ll 1$) vil leddet med k_1 dominere slik at de øvrige leddene kan neglisjeres. Betrakt så avkjøling av en tømmervegg (eller massiv trevegg) av tykkelse L der grensebetingelsene er som under punkt b). (Dette tilsvarer et lineært temperaturprofil med innetemperatur $T_\infty + T_1$ for $x = L$ og utetemperatur T_∞ for $x = 0$ ved tiden $t = 0$. Deretter for $t > 0$ blir veggen utsatt for utetemperaturen på begge sider og vil da bli avkjølt (dersom $T_1 > 0$.) Ved hvilken tid $t = \tau$ er temperaturen i midten av veggen ($x = L/2$) sunket til $T = 0{,}05\,T_1 + T_\infty$ (slik at k_1-leddet dominerer) når $L = 20\,\mathrm{cm}$ og $D = D_T = 0{,}00037\,\mathrm{m}^2/\mathrm{h}$ for veggen av tre?

Oppgitt: $\int u\sin(\alpha u)\,du = -u\cos(\alpha u)/\alpha + \sin(\alpha u)/\alpha^2.$