<u>Oppgave 1.</u> 25 flervalgsoppgaver. (Poeng: 2 pr oppgave)

---

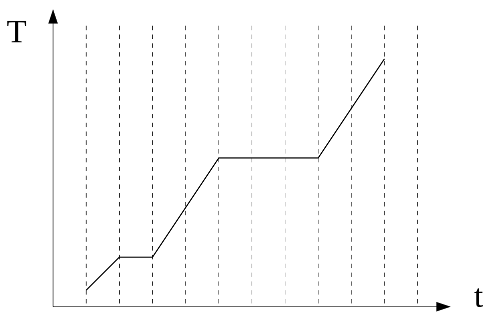
a) Hvor mange mol ideell gass er det i en kubikkmeter ved atmosfæretrykk (101 kPa) og god og lun romtemperatur (300 K)?

A) $7 \cdot 10^5$ B) 40 C) 0.2 D) $3 \cdot 10^{-8}$

---

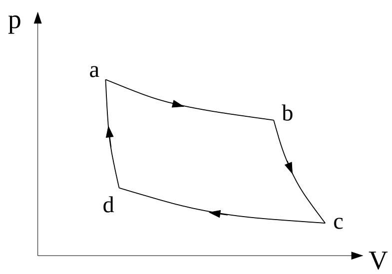
b) Hvis du lager et sirkulært hull med diameter 10.000 cm i en stålplate utendørs i 30 kuldegrader, hva er hullets diameter når platen har akklimatisert seg inne i badstua, der temperaturen er 70 varmegrader? Stål har lineær utvidelseskoeffisient $\alpha = 1.3 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.

A) 8.700 cm B) 9.789 cm C) 10.013 cm D) 11.300 cm



c) Varme tilføres et rent stoff i en lukket beholder. Tilført varme pr tidsenhet er konstant. Figuren viser hvordan stoffets temperatur T endrer seg med tiden. Hva er forholdet mellom stoffets fordampningsvarme L_f og stoffets smeltevarme L_s?

A) $L_f/L_s = 0.3$ B) $L_f/L_s = 0.7$
C) $L_f/L_s = 1.7$ D) $L_f/L_s = 3.0$



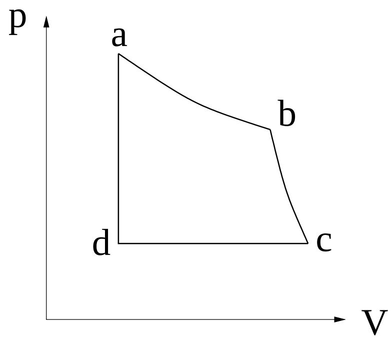
d) Figuren viser en reversibel kretsprosess der arbeidssubstansen er en gass. Hva er netto arbeid som utføres i kretsprosessen?

A) Null.
B) Arealet omsluttet av kurven abcda.
C) Arealet under kurven abc.
D) Arealet under kurven ab minus arealet under kurven dc.

---

e) Vedrørende ligningen $Q = \Delta U + W$, hvilken påstand er feil?

A) Ligningen uttrykker energibevarelse.
B) W er arbeidet gjort *av* systemet.
C) Størrelsen Q kan være både positiv og negativ.
D) Mens W er en prosessvariabel, er både U og Q tilstandsvariable.



f) Figuren viser en reversibel kretsprosess for en ideell gass, bestående av en isoterm (a til b), en adiabat (b til c), en isobar (c til d) og en isokor prosess. Ranger temperaturene T_a, T_b, T_c og T_d i de fire tilstandene (hjørnene) merket hhv a, b, c og d.

A) $T_d < T_c < T_b = T_a$ B) $T_d < T_a = T_b < T_c$
C) $T_a = T_b = T_c = T_d$ D) $T_c < T_a = T_b < T_d$

---

g) Hvis $S(T,V) = C_V \ln(T/T_0) + Nk_B \ln(V/V_0) + S_0$ for en ideell gass med N molekyler, hva blir $S(T,p)$ for den samme gassen? (Her er $S_0 = S(T_0, V_0)$, og $p_0V_0 = Nk_BT_0$.)

A) $S(T,p) = C_p \ln(p/p_0) + Nk_B \ln(T/T_0) + S_0$
B) $S(T,p) = C_p \ln(p/p_0) - Nk_B \ln(T/T_0) + S_0$
C) $S(T,p) = C_p \ln(T/T_0) + Nk_B \ln(p/p_0) + S_0$
D) $S(T,p) = C_p \ln(T/T_0) - Nk_B \ln(p/p_0) + S_0$

---

h) Hvis 1 liter vann med temperatur T_0 og varmekapasitet C (som er uavhengig av T, og slik at $C_p = C_V = C$) bringes i termisk kontakt med et varmereservoar med temperatur T_1, hva er endringen i vannets entropi når vannet har nådd samme temperatur som varmereservoaret? (Se bort fra volumendringer.)

A) CT_0/T_1 B) CT_1/T_0
C) $C\ln(T_0/T_1)$ D) $C\ln(T_1/T_0)$

---

i) Hva blir entropiendringen til varmereservoaret i forrige oppgave?

A) $C(T_0 - T_1)/T_1$ B) $C(T_1 - T_0)/T_0$
C) $C(T_1 - T_0)/T_1$ D) $C(T_0 - T_1)/T_0$

---

j) Hva kan du, uten videre, si om den *totale* entropiendringen i prosessen beskrevet i oppgave *h*? (Dvs, for vann og reservoar til sammen.)

A) Positiv. B) Negativ.
C) Null. D) Intet kan sies.

---

k) I et system med N uavhengige partikler er det for hver partikkel to mulige (kvantemekaniske) tilstander, enten energi $-E_0$ eller energi E_0. Hvor stor er da sannsynligheten for at en gitt partikkel har energi $-E_0$, når systemets temperatur er T?

A) $\exp(-E_0/k_BT)/[2\cosh(E_0/k_BT)]$
B) $\exp(E_0/k_BT)/[2\cosh(E_0/k_BT)]$
C) $\exp(-E_0/k_BT)/[2\sinh(E_0/k_BT)]$
D) $\exp(E_0/k_BT)/[2\sinh(E_0/k_BT)]$

---

l) Hva blir indre energi for systemet i oppgave k? ($U = N\langle E\rangle$.)

A) $NE_0 \cosh(E_0/k_BT)$
B) $-NE_0 \cosh(E_0/k_BT)$
C) $NE_0 \tanh(E_0/k_BT)$
D) $-NE_0 \tanh(E_0/k_BT)$

---

m) Hvis temperaturen i en ideell gass halveres, hvordan endres molekylenes rms-hastighet? ($v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\langle v^2\rangle}$)

A) v_{rms} halveres.
B) v_{rms} reduseres med ca 30 prosent.
C) v_{rms} blir uendret.
D) v_{rms} blir ca dobbelt så stor.

---

n) Hvis trykket i en ideell gass fordobles samtidig som gassen presses sammen til halvparten så stort volum, hvordan endres v_{rms}?

A) v_{rms} halveres.
B) v_{rms} reduseres med ca 30 prosent.
C) v_{rms} blir uendret.
D) v_{rms} blir ca dobbelt så stor.

---

o) En ideell gass utvider seg reversibelt og isotermt fra en tilstand (T_1, p_1) slik at volumet blir dobbelt så stort, $V_1 \to 2V_1$. Arbeidet på omgivelsene er da W_0. Dersom den samme gassen i stedet hadde utvidet seg reversibelt ved konstant trykk, fremdeles fra V_1 til $2V_1$, hva kan du da si om arbeidet gjort på omgivelsene, W_1, i forhold til det isoterme arbeidet W_0?

A) Umulig å si noe sikkert om W_1 relativt W_0.
B) $W_1 < W_0$
C) $W_1 > W_0$
D) $W_1 = W_0$

---

p) Varmemengden $Q_p > 0$ tilføres en ideell gass ved konstant trykk. Gassens indre energi øker da med

A) en energimengde mindre enn Q_p.
B) en energimengde større enn Q_p.
C) energimengden Q_p.
D) en energimengde som avhenger av om gassen er en- eller toatomig.

---

q) Luft er med god tilnærmelse en ideell blanding av O_2- og N_2-molekyler. Hva kan du si om v_{rms} og midlere kinetiske energi $\langle K\rangle$ for de ulike molekylene? Det oppgis at oksygen er tyngre enn nitrogen.

A) $v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{O_2}) = v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{N_2})$, $\langle K\rangle_{\mathrm{O_2}} = \langle K\rangle_{\mathrm{N_2}}$
B) $v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{O_2}) < v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{N_2})$, $\langle K\rangle_{\mathrm{O_2}} = \langle K\rangle_{\mathrm{N_2}}$
C) $v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{O_2}) < v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{N_2})$, $\langle K\rangle_{\mathrm{O_2}} < \langle K\rangle_{\mathrm{N_2}}$
D) $v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{O_2}) = v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{N_2})$, $\langle K\rangle_{\mathrm{O_2}} > \langle K\rangle_{\mathrm{N_2}}$

---

r) En ideell (reversibel) Carnot-varmepumpe leverer en varmeeffekt på 2.0 kW ved å overføre varme fra utvendig luft ved $-10°$C til husets varmluftforsyning ved $+30°$C. Hvor mye elektrisk effekt (arbeid pr tidsenhet) bruker varmepumpa?

A) 0.26 kW
B) 0.56 kW
C) 0.86 kW
D) 1.16 kW

---

s) Hvordan ser en Carnot-prosess ut i et (S, T)-diagram?

A) Et parallellogram (med horisontale og skråstilte linjer).
B) Et rektangel (med horisontale og vertikale linjer).
C) En ellipse.
D) En "firkant" der alle linjer buer inn mot midten (konkave).

---

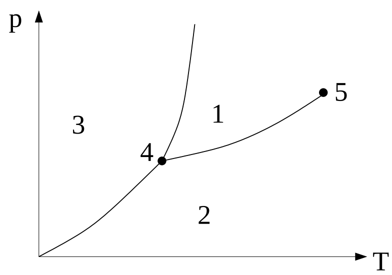
t) For toatomige molekyler endres C_V fra $3k_B/2$ til $5k_B/2$ pr partikkel ved en "karakteristisk" (lav!) temperatur T_{rot}. Ranger molekylene H_2, HCl og Cl_2 med hensyn på verdien av denne karakteristiske temperaturen. (Cl har større masse enn H.)

A) $H_2 < HCl < Cl_2$
B) $H_2 > HCl > Cl_2$
C) $HCl < H_2 < Cl_2$
D) $HCl > H_2 > Cl_2$

---

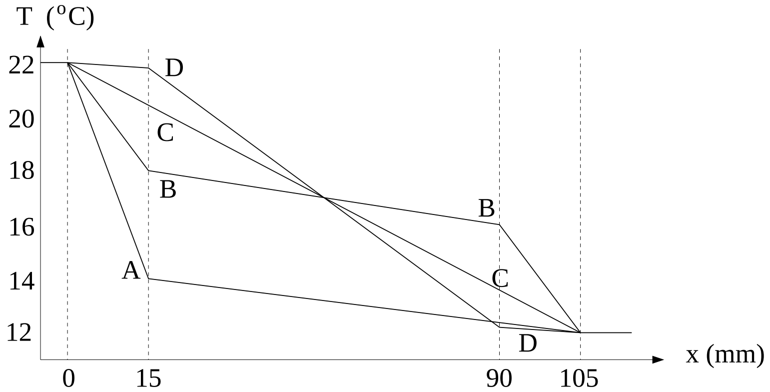
u) Et ideelt "Carnot-kjøleskap" holder konstant temperatur 4°C ("lavtemperaturreservoaret") i et rom der temperaturen er 19°C ("høytemperaturreservoaret"). Hva er kjøleskapets effektfaktor, dvs forholdet mellom varmen som trekkes ut av kjøleskapet og arbeidet som kjøleskapets motor må utføre? (Tips: For syklisk reversibel prosess er $\Delta S = 0$ og $\Delta U = 0$.)

A) Ca 0.55 B) Ca 3.4 C) Ca 18 D) Ca 31



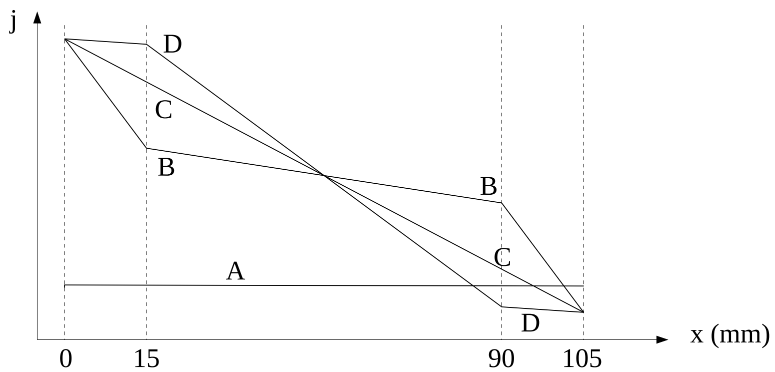
v) Figuren viser et fasediagram i (p, T)–planet for et rent stoff. De ulike fasene er angitt (1, 2, 3), sammen med spesielle punkter (4, 5) på koeksistenslinjene. Hvilket svaralternativ angir riktige faser, og punkter ved koeksistens?

A) 1 = fast stoff, 2 = væske, 3 = gass, 4 = trippelpunkt, 5 = kritisk punkt
B) 3 = fast stoff, 1 = væske, 2 = gass, 4 = trippelpunkt, 5 = kritisk punkt
C) 2 = fast stoff, 3 = væske, 1 = gass, 5 = trippelpunkt, 4 = kritisk punkt
D) 1 = fast stoff, 3 = væske, 2 = gass, 5 = trippelpunkt, 4 = kritisk punkt

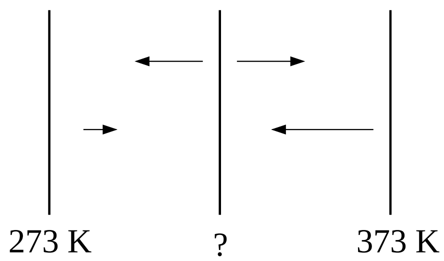


w) En vegg mellom ei stue og et soverom har 15 mm tykke gipsplater på begge sider av et 75 mm tykt lag med glassvatt ("glava"). Gipsplater isolerer godt mot *lyd* og hemmer spredning av brann, men isolerer *dårlig* mot varmeledning: $\kappa_{\rm gips} = 0.25$ W/m K, mens $\kappa_{\rm glava} = 0.035$ W/m K.

Hvilken kurve viser da korrekt temperaturprofil gjennom veggen ved stasjonære (dvs tidsuavhengige) forhold og stuetemperatur (for $x < 0$) og soveromstemperatur (for $x > 105$ mm) hhv 22°C og 12°C?



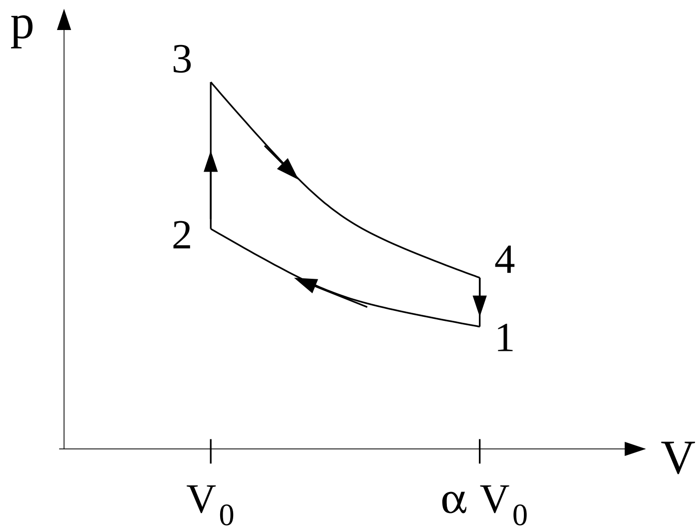
x) Og for samme system som i oppgave *w*, hvilken kurve viser korrekt varmestrøm pr tids- og pr flateenhet, j, som funksjon av posisjon x gjennom veggen? (Vilkårlige enheter langs vertikal akse.)



y) To (tilnærmet uendelig) store parallelle metallplater holdes på fast temperatur hhv 273 K og 373 K. (Disse platene kan med andre ord betraktes som to varmereservoarer.) En tredje metallplate settes inn mellom disse, som vist i figuren. Alle platene kan betraktes som perfekt svarte legemer som emitterer elektromagnetisk stråling ("varmestråling") i begge retninger. Det er vakuum i rommet mellom platene. Når stasjonære (dvs tidsuavhengige) forhold er etablert, hva er temperaturen på den midterste platen?

A) 283 K B) 334 K C) 363 K D) 519 K

Oppgave 2. Kretsprosess. (Poeng: 5+5+5+5)



Figuren viser en kvalitativ skisse av den såkalte Otto-prosessen, en reversibel idealisering av prosessen i en bensinmotor, bestående av to adiabater og to isokorer. Arbeidssubstansen er en fleratomig ideell gass. Faktoren $\alpha > 1$ angir det såkalte kompresjonsforholdet.

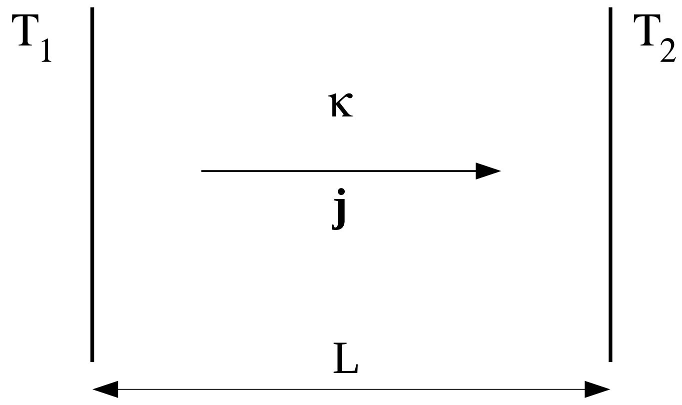
a. Begrunn hvorfor adiabatkonstanten $\gamma = C_p/C_V$ har verdien 4/3 for en fleratomig gass. (Anta at molekylene ikke er lineære, og at molekylenes indre vibrasjonsfrihetsgrader ikke er eksitert ved de aktuelle temperaturer.)

b. Utled adiabatligningen for en ideell gass i TV-planet, $TV^{\gamma-1}$ = konstant. Tips: Anta konstante (dvs temperaturuavhengige) varmekapasiteter, samt "$p\,dV$-arbeid". Ta utgangspunkt i 1. hovedsetning. Du kan få bruk for å erstatte Nk med $C_p - C_V$.

c. Vis at Otto-prosessens virkningsgrad er $\eta = 1 - \alpha^{1-\gamma}$.

d. Man vil unngå antenning av gassblandingen i løpet av den adiabatiske kompresjonen ($1 \to 2$ i figuren), som starter ved "normale betingelser", dvs atmosfæretrykk og romtemperatur ($p_1 = 1$ atm, $T_1 = 293$ K). Hvor stort kompresjonsforhold $\alpha_{\max}$ kan vi da tillate, dersom gassblandingen antennes ved 400 grader celsius?

Oppgave 3. Varmetransport. (Poeng: 5+5+5)



En fortynnet gass med enatomige molekyler fyller rommet mellom to store parallelle plater (som f.eks et dobbeltvindu). Atomene har masse m og kan betraktes som harde kuler med radius a. Anta at atomenes midlere fri veilengde λ er liten sammenlignet med avstanden L mellom platene. Da er gassens varmeledningsevne uavhengig av partikkeltettheten $n = N/V$, og gitt ved $\kappa = \beta\sqrt{T}$, med $\beta = k\sqrt{k}/(4\pi a^2\sqrt{\pi m})$.

a. Anta stasjonære forhold, med konstant temperatur T_1 på venstre plate og konstant temperatur $T_2 < T_1$ på høyre plate, og bestem varmestrømmen pr flateenhet $j_\kappa = \dot{Q}_\kappa/A$ i den fortynnede gassen. (Tips: Bruk Fouriers lov og uttrykk svaret ved koeffisienten β samt de gitte temperaturene T_1 og T_2 og plateavstanden L.

b. Varmeoverføring pga stråling vil komme i tillegg til varmeledningsbidraget beregnet i punkt **a**. Bestem netto varmestrøm pr flateenhet, $j_{\text{rad}} = \dot{Q}_{\text{rad}}/A$, pga stråling mellom platene. Du kan anta at begge plater er perfekt svarte legemer, med konstante temperaturer T_1 og T_2 som i punkt **a**.

c. Anta at gassen er argon, med $m = 40u$ og $a = 0.71$ Å, at plateavstanden er $L = 1.5$ cm, og at $T_1 = 20°\text{C}$ (innetemperatur) og $T_2 = -20°\text{C}$ (utetemperatur, vinter). Bestem de to bidragene til varmestrømmen pr flateenhet, hhv j_κ og j_{rad}. Bruk enheten W/m^2.

Oppgave 4. Gibbs fri energi. (Poeng: 5)

Naturlige variable for Gibbs fri energi G er T og p. Vis dette ved å uttrykke dG ved dT og dp, og bestem dermed $(\partial G/\partial T)_p$ og $(\partial G/\partial p)_T$. Utled også Maxwell-relasjonen $(\partial V/\partial T)_p = -(\partial S/\partial p)_T$.
(Tips: Benytt den termodynamiske identitet, med konstant partikkeltall N.)

FORMLER OG UTTRYKK.

Formlenes gyldighetsområde og symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene. Vektorer med fete typer.

Utvidelseskoeffisienter, trykk-koeffisient, isoterm kompressibilitet:

$$\alpha_L = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_p \qquad \alpha_V = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \qquad \alpha_p = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad \kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

Syklisk regel:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

Første hovedsetning:

$$đQ = dU + đW$$

Varmekapasitet:

$$C = \frac{đQ}{dT}$$

$$C_p - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p .$$

Termodynamiske potensialer:

$$H = U + pV \qquad F = U - TS \qquad G = H - TS \qquad G = \sum_j \mu_j N_j$$

Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV - \sum_j \mu_j dN_j$$

Ideell gass tilstandsligning:

$$pV = NkT = nRT$$

van der Waals tilstandsligning:

$$p = \frac{NkT}{V - Nb} - \frac{aN^2}{V^2}$$

Adiabatisk prosess:

$$đQ = 0$$

Joule-Thomson-koeffisienten:

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$$

PCH 4.18:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$$

Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{inn}}}$$

Virkningsgrad for Carnot-maskin:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Maxwells hastighetsfordeling:

$$g(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2kT} \qquad F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} \qquad f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}$$

Gauss-integraler:

$$I_0(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$I_2(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = -\frac{d}{d\alpha} I_0(\alpha) \quad \text{etc}$$

Det klassiske ekvipartisjonsprinsippet:
Hver frihetsgrad som inngår kvadratisk i energifunksjonen E bidrar med $kT/2$ til midlere energi.

Partisjonsfunksjon:

$$Z = \sum_j e^{-E_j/kT} = e^{-\beta F} \qquad (\beta = 1/kT)$$

Kjøleskap, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_K = \left|\frac{Q_{\text{ut}}}{W}\right|$$

Varmepumpe, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_V = \left|\frac{Q_{\text{inn}}}{W}\right|$$

Entropi og Clausius' ulikhet:

$$dS = \frac{đQ_{\text{rev}}}{T} \qquad \oint dS = 0 \qquad \oint \frac{đQ}{T} \leq 0$$

Boltzmanns prinsipp:

$$S = k \ln W$$

Stirlings formel:

$$N! = \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N} \qquad (N \to \infty)$$

Eksergi:

$$W_{\max} = -\Delta G \quad \text{med} \quad G = U - T_0 S + p_0 V$$

Kjemisk potensial:

$$\mu_j = \left(\frac{\partial G}{\partial N_j}\right)_{p,T,N_{i\neq j}}$$

Ideell blanding:

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k \sum_j N_j \ln x_j \qquad \mu_j = \mu_j^0 + kT \ln x_j$$

(Clausius-)Clapeyrons ligning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}$$

Strålingshulrom, frekvensfordeling:

$$\frac{du}{df} = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{\exp(hf/kT) - 1} \quad ; \quad u(T) = \int_0^{\infty} \frac{du}{df}\, df$$

Stefan-Boltzmanns lov:

$$j_s(T) = \frac{c}{4} u(T) = \sigma T^4 \qquad (\sigma = 2\pi^5 k^4/15h^3c^2)$$

Fouriers lov:

$$\boldsymbol{j} = -\kappa \nabla T \quad ; \quad j = \dot{Q}/A$$

Varmeledningsligningen:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_T \nabla^2 T$$

Ficks lov:

$$\boldsymbol{j} = -D \nabla n$$

Diffusjonsligningen:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$

U-verdi:

$$j = U \Delta T$$

Midlere fri veilengde, fortynnet gass ($n = N/V$; σ = spredningstverrsnitt):

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \sigma}$$

Varmeledningsevne, fortynnet gass (c_V = varmekapasitet pr molekyl; m = molekylmasse):

$$\kappa = \frac{2c_V}{3\sigma} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}$$

Diffusjonskonstant, fortynnet gass:

$$D = \frac{2}{3n\sigma} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}} = \frac{\kappa}{n c_V}$$

Fysiske konstanter:

$$\begin{aligned}
k &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\
R &= 8.314 \text{ J/molK} \\
N_A &= 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\
\hbar &= h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\
e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\
m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\
u &= 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\
c &= 3.00 \cdot 10^{8} \text{ m/s} \\
\sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4
\end{aligned}$$

Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned}
1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\
1 \text{ Å} &= 10^{-10} \text{ m} \\
1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\
1 \text{ bar} &= 10^{5} \text{ Pa} \\
1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^{5} \text{ Pa}
\end{aligned}$$