

**Eksamen FY1005/TFY4165 Termisk fysikk kl 09.00 - 13.00 onsdag 20. mai 2015**  
Bokmål

**Oppgave 1. Åtte flervalgsoppgaver. (Poeng:  $2.5 \times 8 = 20$ )**

a. Aluminium i fast stoff varmes opp fra 300K til 450K. Neglisjer volumutvidelsen av aluminiumet i dette temperatur-intervallet. Den tilførte varmen i aluminium-biten måles til 13.36kJ. Massen til aluminium-biten er da

- A 100 g
- B 45 g
- C 32,5 g
- D 70 g

Oppgitt: Molar varmekapasitet for aluminium:  $C = 24.03 \text{ J/K mol}$ . Molar vekt for aluminium: 26.98 g/mol.

b. For van der Waals tilstandsligning,  $(p + aN^2/V^2)(V - Nb) = NkT$ , hvilket utsagn er feil?

- A Denne tilstandsligningen kan ikke beskrive koeksistens mellom faststoff- og væskefasen av et stoff.
- B Leddet  $aN^2/V^2$  tar hensyn til at nøytrale molekyler tiltrekker hverandre når de er et stykke fra hverandre.
- C Leddet  $Nb$  tar hensyn til at molekylerne har et visst volum, og at de ikke er punktpartikler.
- D Denne tilstandsligningen kan brukes til å fastlegge trippelpunktet til et stoff.

c. For en klassisk gass av punktpartikler med masse  $m$  som kan bevege seg i en dimensjon, er  $\langle |v_x| \rangle$  gitt ved:

- A  $\sqrt{\frac{k_B T}{2\pi m}}$
- B  $\sqrt{\frac{k_B T}{m}}$
- C  $\sqrt{\frac{2k_B T}{\pi m}}$
- D  $\sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$

d. Hvilken påstand er feil?

- A Ved en faselikevekt kan det maksimalt være tre koeksisterende faser.
- B Ved tilsetning av et ikke-flyktig stoff til væske-fasen i en gass-væske faselikevekt, går kokepunktet opp.
- C Den latente varmen ved koking av vann, avhenger av trykk.
- D Gibbs energi er minimal ved en faselikevekt.

e. Hvilken påstand er feil?

- A Det er ikke mulig med prosesser der eneste resultat er at varme spontant overføres fra et kaldt legeme til et varmere legeme.
- B Det er ikke mulig med prosesser der eneste resultat er at varme avgis fra et varmereservoar og omsettes fullstendig i arbeid.
- C Entropien i et isolert system kan ikke reduseres.
- D For å kunne regne ut entropi-endringen i en prosess, må prosessen være reversibel.

f. Et system kan bringes reversibelt fra en starttilstand til en slutttilstand ved samme temperatur på to ulike måter: Enten ved hjelp av en kombinasjon av en isobar og en isokor prosess (1) eller ved hjelp av en isoterm prosess (2). Systemets entropiendring er  $\Delta S_1$  for prosess 1 og  $\Delta S_2$  for prosess 2. Da er

- A det ikke mulig å uttale seg om  $\Delta S_1$  i forhold til  $\Delta S_2$ .
- B  $\Delta S_1 > \Delta S_2$
- C  $\Delta S_1 < \Delta S_2$
- D  $\Delta S_1 = \Delta S_2$

g. Ett mol ideell gass er innestengt i en varmeisolert beholder med volum 5 L. En vegg fjernes hurtig, slik at gassen utvider seg isotermt (og irreversibelt), til et volum 35 L. Hva blir endringen  $\Delta S$  i gassens entropi? (Oppgitt: Isoterm entropiendring er  $dS = (\partial p / \partial T)_V dV$ )

- A  $\Delta S = 6.1 \text{ J/K}$
- B  $\Delta S = 13.4 \text{ J/K}$
- C  $\Delta S = 16.2 \text{ J/K}$
- D  $\Delta S = 21.8 \text{ J/K}$

h. En isolert husvegg har typisk et indre og et ytre lag med tre, adskilt av et lag med glava isolasjonsmateriale. God isolasjon oppnås ved at varmeledningsevnen i materialene i veggen er minst mulig. Glava har en varmeledningsevne  $\kappa = 0.047 \text{ W/Km}$ . Luft har en varmeledningsevne  $\kappa = 0.024 \text{ W/Km}$ . Hvilket utsagn er korrekt?

- A Bruk av Fourier's lov gir en høyere total varmeledningsevne for hele veggen dersom en bruker luft istedet for glava.
- B Selv om glava har høyere varmeledningsevne enn luft, vil det være mer kompliserte Brownske bevegelser av partikler som transporterer varme i glava enn i luft. Dette gir lavere total varme-gjennomstrømning med glava enn med luft.
- C Strålingstapet igjennom veggen er mye større med luft enn med glava.
- D Ingen av påstandene over er korrekte.

**Oppgave 2. Partikler med tre diskrete energi-nivå. (Poeng: 6+6+8=20)**

Et system består av  $N$  uavhengige partikler. Hver partikkel kan være i tre ulike tilstander. Disse tilstandene har energi  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ .

**a.** Skriv ned tilstandsfunksjonen (partisjonsfunksjonen)  $Z = Z_1^N$  for dette systemet. Her er  $Z_1$  tilstandssummen for en enkelt partikkel. Regn ut  $Z$  spesielt for det tilfellet at  $\varepsilon_1 = 0$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon$ ,  $\varepsilon_3 = -\varepsilon$ .

**b.** Regn ut middelverdien av energien  $\langle \varepsilon \rangle$  til hver partikkel

$$\langle \varepsilon \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln(Z_1).$$

med  $\varepsilon_1 = 0$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon$ ,  $\varepsilon_3 = -\varepsilon$ . Hva blir resultatet i høytemperaturgrensen  $\beta \rightarrow 0$  og lavtemperatur-grensen  $\beta \rightarrow \infty$ ?

**c.** Vis at varmekapasiteten  $C_V$  per partikkel er gitt ved

$$C_V = 2 \left( \frac{\varepsilon}{k_B T} \right)^2 \frac{2 + \cosh(\beta \varepsilon)}{(1 + 2 \cosh(\beta \varepsilon))^2}.$$

Gi en kort fysisk forklaring på lavtemperatur-forløpet til varmekapasiteten. Er resultatet i høytemperatur-grensen i samsvar med ekvipartisjonsprinsippet? Gi kort grunn for svaret.

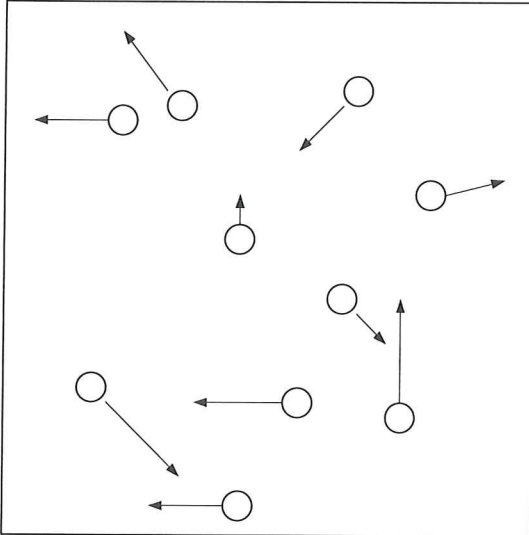
**Oppgave 3. Carnot-prosess. (Poeng: 5+5+10=20)**

En Carnot-prosess er en reversibel kretsprosess som består av to isoterme prosesser (ekspansjon og kompresjon) og to adiabatisk prosesser (ekspansjon og kompresjon). Carnot-prosessen starter i punktet 1 ( $V_1, T_1$ ) og ekspanderer så isotermt til punktet 2 ( $V_2, T_1$ ), ekspanderer deretter adiabatisk til punktet 3 ( $V_3, T_2$ ), komprimeres deretter isotermt til punktet 4 ( $V_4, T_2$ ), og komprimeres til slutt adiabatisk tilbake til punktet 1.

**a.** Tegn opp denne prosessen i et  $(p, V)$ -diagram, når det antas at arbeidssubstansen er en gass langt unna kondensasjonspunktet for gassen. Tegn også opp Carnot-prosessen i et  $(T, S)$ -diagram.

**b.** Vis at virkningsgraden til en Carnot-maskin er helt uavhengig av arbeidssubstansen som brukes. (Hint: Bruk Carnot-prosessen formulert i et  $(T, S)$ -diagram.)

**c.** Anta nå at arbeidssubstansen er en ideell gass. Regn ut endringen i indre energi  $U$ , entropi  $S$ , og Helmholtz fri energi  $F$  i ekspansjonen  $1 \rightarrow 2$ . Hvilken av tilstandene 1 og 2 har lavest fri energi  $F$ ? (Hint: Bruk termodynamisk identitet, samt egenskapene til ideell gass).

**Oppgave 4. Maxwells hastighetsfordeling. (Poeng: 6+8+6=20)**

I denne oppgaven skal vi se på en to-dimensjonal Maxwell-fordeling, dvs hastighetsfordelingen til partikler som kan bevege seg langs en  $x$ - og en  $y$ -akse. Partiklene regnes som punktpartikler med masse  $m$ . Vi antar til å begynne med at hastighetsfordelingen er isotrop. Boksen er firkantet med sidekanter  $L_x$  og  $L_y$ . Vi antar til å begynne med at  $L_x = L_y$ . Videre antar vi til å begynne med at boksen er så stor at vi kan se bort fra effekter fra kantene.

- a.** Regn ut midlere hastighet  $\langle v \rangle$ , og midlere kvadratisk hastighet  $\langle v^2 \rangle$ . Forklar hvordan fortegnet til størrelsen  $\langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2$  kan bestemmes uten eksplisitt beregning av middelverdiene.
- b.** Finn et uttrykk for den mest sannsynlige farten til partiklene. Regn ut denne farten eksplisitt for en nitrogen-gass ved  $T = 300K$ .
- c.** Vi lar nå sidekantene i boksen være ulike,  $L_x \gg L_y$ . Boksen kan nå betraktes som en-dimensjonal. Regn ut midlere impuls og kinetisk energi til partiklene ved direkte bruk at Maxwells hastighetsfordeling.

Oppgitt: Massen til  $N_2$ -molekylet:  $m_{N_2} = 2.325 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ .

**FORMLER OG UTTRYKK.**

Formlenes gyldighetsområde og symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene. Vektorer med fete typer.

Utvidelseskoeffisienter, trykk-koeffisient, isoterm kompressibilitet:

$$\alpha_L = \frac{1}{L} \left( \frac{\partial L}{\partial T} \right)_p \quad \alpha_V = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad \alpha_p = \frac{1}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

Syklisk regel:

$$\left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left( \frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$$

Første hovedsetning:

$$dQ = dU + dW$$

Varmekapasitet:

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

$$C_p - C_V = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

Termodynamiske potensialer:

$$H = U + pV \quad F = U - TS \quad G = H - TS \quad G = \sum_j \mu_j N_j$$

Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV - \sum_j \mu_j dN_j$$

Ideell gass tilstandsligning:

$$pV = NkT = nRT$$

van der Waals tilstandsligning:

$$p = \frac{NkT}{V - Nb} - \frac{aN^2}{V^2}$$

Adiabatisk prosess:

$$dQ = 0$$

Joule-Thomson-koeffisienten:

$$\mu_{JT} = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_H$$

PCH 4.18:

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p$$

Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{inn}}}$$

Virkningsgrad for Carnot-maskin:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Maxwells hastighetsfordeling:

$$g(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2kT} \quad F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} \quad f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}$$

Gauss-integraler:

$$I_0(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$I_2(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = -\frac{d}{d\alpha} I_0(\alpha) \quad \text{etc}$$

$$I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} dx x e^{-\alpha x^2} = \frac{1}{2\alpha}$$

Det klassiske ekvipartisjonsprinsippet:

Hver frihetsgrad som inngår kvadratisk i energifunksjonen  $E$  bidrar med  $kT/2$  til midlere energi.

Partisjonsfunksjon:

$$Z = \sum_j e^{-E_j/kT} = e^{-\beta F} \quad (\beta = 1/kT)$$

Kjøleskap, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_K = \left| \frac{Q_{\text{ut}}}{W} \right|$$

Varmepumpe, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_V = \left| \frac{Q_{\text{inn}}}{W} \right|$$

Entropi og Clausius' ulikhet:

$$dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} \quad \oint dS = 0 \quad \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Boltzmanns prinsipp:

$$S = k \ln W$$

Stirlings formel:

$$N! = \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N} \quad (N \rightarrow \infty)$$

Eksergi:

$$W_{\text{max}} = -\Delta G \quad \text{med} \quad G = U - T_0 S + p_0 V$$

Kjemisk potensial:

$$\mu_j = \left( \frac{\partial G}{\partial N_j} \right)_{p, T, N_{i \neq j}}$$

Ideell blanding:

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k \sum_j N_j \ln x_j \quad \mu_j = \mu_j^0 + kT \ln x_j$$

(Clausius-)Clapeyrons ligning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}$$

Strålingshulrom, frekvensfordeling:

$$\frac{du}{df} = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{\exp(hf/kT) - 1} \quad ; \quad u(T) = \int_0^{\infty} \frac{du}{df} df$$

Stefan-Boltzmanns lov:

$$j_s(T) = \frac{c}{4} u(T) = \sigma T^4 \quad (\sigma = 2\pi^5 k^4 / 15 h^3 c^2)$$

Fouriers lov:

$$\mathbf{j} = -\kappa \nabla T \quad ; \quad j = \dot{Q}/A$$

Varmeledningstiligningen:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_T \nabla^2 T$$

Ficks lov:

$$\mathbf{j} = -D \nabla n$$

Diffusjonstiligningen:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$

U-verdi:

$$j = U \Delta T$$

Midlere fri veilengde, fortynnet gass ( $n = N/V$ ;  $\sigma =$  spredningstverrsnitt):

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$$

Varmeledningsevne, fortynnet gass ( $c_V =$  varmekapasitet pr molekyl;  $m =$  molekylmasse):

$$\kappa = \frac{2c_V}{3\sigma} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}$$

Diffusjonskonstant, fortynnet gass:

$$D = \frac{2}{3n\sigma} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}} = \frac{\kappa}{nc_V}$$

Fysiske konstanter:

$$\begin{aligned} k &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ R &= 8.314 \text{ J/molK} \\ N_A &= 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ \hbar &= h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ u &= 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ c &= 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \end{aligned}$$

Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 1 \text{ \AA} &= 10^{-10} \text{ m} \\ 1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\ 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$