Eksamen TFY4165 Termisk fysikk kl 09.00 - 13.00 9. august 2018

Nynorsk

Oppgåve 1. Partiklar med tre diskrete energi-nivå. (Poeng: 6+6+8=20)

Eit system består av N uavhengige partiklar. Kvar partikkel kan være i tre ulike tilstandar. Desse tilstandane har energi $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$.

a. Skriv ned tilstandsfunksjonen (partisjonsfunksjonen) $Z = (Z_1)^N$ for dette systemet. Her er Z_1 tilstandsfunksjonen til ein einskild partikkel. Rekn ut Z spesielt for det tilfellet at $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$, $\varepsilon_3 = -\varepsilon$.

b. Rekn ut middelverdien av energien $\langle \varepsilon \rangle$ til kvar partikkel

$$\langle \varepsilon \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln(Z_1).$$

med $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$, $\varepsilon_3 = -\varepsilon$. Kva blir resultatet i høgtemperatur-grensa $\beta \to 0$ og lågtemperatur-grensa $\beta \to \infty$?

c. Rekn ut varmekapasiteten C_V per partikkel. Gi ei kort fysisk forklaring på lågtemperatur-forløpet til varmekapasiteten. Er resultatet i lågtemperatur-grensa i samsvar med det klassiske ekvipartisjonsprinsippet? Gi kort grunn for svaret.

Oppgåve 2. Åtte fleirvalgsoppgåver. (Poeng: 2.5×8=20)

a. Aluminium i fast stoff varmast opp frå 300K til 450K. Sjå bort frå volumutvidinga av aluminiumet i dette temperatur-intervallet. Den tilførte varmen i aluminium-biten vert målt til 13.36kJ. Massa til aluminium-biten er då

A 100 g
B 45 g
C 32,5 g
D 70 g

Oppgitt: Molar varmekapasitet for aluminium: $C = 24.03$ J/K mol. Molar vekt for aluminium: 26.98 g/mol.

b. For van der Waals tilstandslikning, $(p + aN^2/V^2)(V - Nb) = NkT$, kva for eit utsagn er feil?

A Denne tilstandslikninga kan ikkje beskrive koeksistens mellom faststoff- og væskefasen av eit stoff.
B Leddet aN^2/V^2 tek omsyn til at nøytrale molekyl tiltrekkjer kvarandre når dei er eit stykke frå kvarandre.
C Leddet Nb tek omsyn til at molekyla har eit visst volum, og at dei ikkje er punktpartiklar.
D Denne tilstandslikninga kan brukas til å fastlegge trippelpunktet til eit stoff.

c. For ein klassisk gass av punktpartiklar med masse m som kan røre seg i ein dimensjon, er $\langle |v_x| \rangle$ gitt ved:
A $\sqrt{\frac{k_BT}{2\pi m}}$
B $\sqrt{\frac{k_BT}{m}}$
C $\sqrt{\frac{2k_BT}{\pi m}}$
D $\sqrt{\frac{3k_BT}{m}}$

d. Kva for ein påstand er feil?

A Ved ei faselikevekt kan det maksimalt vere tre koeksisterande fasar.
B Ved tilsetting av eit ikkje-flyktig stoff til væske-fasen i ein gass-væske faselikevekt, går kokepunktet opp.
C Den latente varmen ved koking av vatn, avheng av trykk.
D Gibbs energi er minimal ved ei faselikevekt.

e. Kva for ein påstand er feil?

A Det er ikkje mogleg med prosessar der einaste resultat er at varme spontant overføras frå eit kaldt legeme til eit varmare legeme.
B Det er ikkje mogleg med prosessar der einaste resultat er at varme vert avgitt frå eit varmereservoar og vert omsett fullstendig i arbeid.
C Entropien i eit isolert system kan ikkje reduseras.
D For å kunne rekne ut entropi-endringa i ein prosess, må prosessen vere reversibel.

f. Eit system kan bringas reversibelt frå ein starttilstand til ein sluttilstand ved same temperatur på to ulike måtar: Anten ved hjelp av ein kombinasjon av ein isobar og ein isokor prosess (1) eller ved hjelp av ein isoterm prosess (2). Systemets entropiendring er ΔS_1 for prosess 1 og ΔS_2 for prosess 2. Då er

A det ikkje mogleg å uttala seg om ΔS_1 i forhold til ΔS_2.
B $\Delta S_1 > \Delta S_2$
C $\Delta S_1 < \Delta S_2$
D $\Delta S_1 = \Delta S_2$

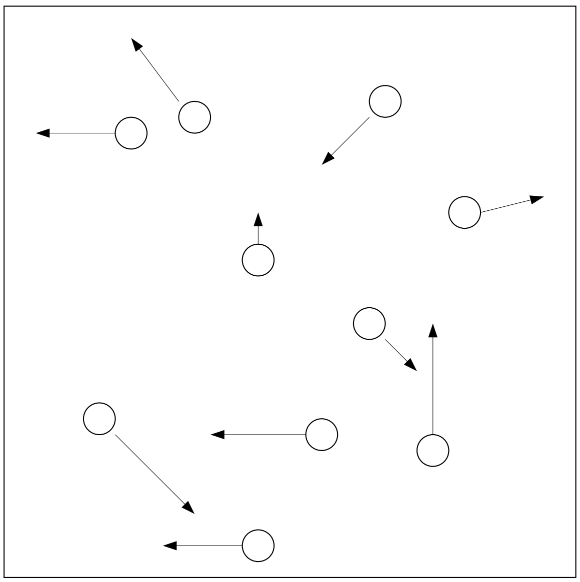
g. Eit mol ideell gass er innestengd i ein varmeisolert beholdar med volum 5 L. Ein vegg vert fjerna raskt, slik at gassen utvidar seg isotermt (og irreversibelt), til eit volum 35 L. Kva vert endringa ΔS i gassens entropi?
(Oppgitt: Isoterm entropiendring er $dS = (\partial p/\partial T)_V \, dV$)

A $\Delta S = 6.1$ J/K
B $\Delta S = 13.4$ J/K
C $\Delta S = 16.2$ J/K
D $\Delta S = 21.8$ J/K

h. Ein isolera husvegg har typisk eit indre og eit ytre lag med tre, adskilt av eit lag med glava isolasjonsmateriale. God isolasjon oppnår ein ved at varmeledningsevna i materiala i veggen er minst mogleg. Glava har ein varmeledningsevne $\kappa = 0.047 W/Km$. Luft har ein varmeledningsevne $\kappa = 0.024 W/Km$. Kva for eit utsagn er rett?

A Bruk av Fourier's lov gir ein høgare total varmeledningsevne for heile veggen dersom ein brukar luft i staden for glava.
B Sjølv om glava har høgare varmeledningsevne enn luft, vil det vere meir kompliserte Brownske rørsler av partiklar som transporterer varme i glava enn i luft. Dette gir lågare total varme-gjennomstrømning med glava enn med luft.
C Strålingstapet igjennom veggen er mykje større med luft enn med glava.
D Ingen av påstandane over er rektige.

Oppgåve 3. Maxwells hastighetsfordeling. (Poeng: 6+8+6=20)



I denne oppgåva skal vi sjå på ein to-dimensjonal Maxwell-fordeling, dvs hastighetsfordelinga til partiklar som kan røre seg langs ei x- og ei y-akse. Partiklane reknast som punktpartiklar med masse m. Vi antek til å begynne med at hastighetsfordelinga er isotrop. Boksen er firkanta med sidekantar L_x og L_y. Vi antek til å begynne med at $L_x = L_y$. Vidare antek vi til å begynne med at boksen er så stor at vi kan sjå bort fra effektar frå kantane.

a. Rekn ut midlere hastighet $\langle v \rangle$, og midlere kvadratisk hastighet $\langle v^2 \rangle$. Forklar korleis forteknet til størrelsen $\langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2$ kan finnast uten eksplisitt utrekning av middelverdiane.

b. Finn eit uttrykk for den mest sannsynlige farten til partiklane. Rekn ut denne farten eksplisitt for ein oksygen-gass ved $T = 300K$.

c. Vi let nå sidekantane i boksen vere ulike, $L_x \gg L_y$. Boksen kan nå betraktast som ein-dimensjonal. Rekn ut midlere impuls og kinetisk energi til partiklane ved direkte bruk av Maxwells hastighetsfordeling.

Oppgitt: Massen til O_2-molekylet: $m_{O_2} = 5.314 \cdot 10^{-26} kg$.

FORMLER OG UTTRYKK.

Det vert antatt at formlanes gyldighetsområde og tydinga til symbola er kjende. Symbolbruk og betegnelsar som i forelesningane. Vektorar med feite typer.

Utvidelseskoeffisientar, trykk-koeffisient, isoterm kompressibilitet:

$$\alpha_L = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_p \qquad \alpha_V = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \qquad \alpha_p = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad \kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

Syklisk regel:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

Første hovedsetning:

$$đQ = dU + đW$$

Varmekapasitet:

$$C = \frac{đQ}{dT}$$

$$C_p - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p.$$

Termodynamiske potensial:

$$H = U + pV \qquad F = U - TS \qquad G = H - TS \qquad G = \sum_j \mu_j N_j$$

Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV - \sum_j \mu_j dN_j$$

Ideell gass tilstandslikning:

$$pV = NkT = nRT$$

van der Waals tilstandslikning:

$$p = \frac{NkT}{V - Nb} - \frac{aN^2}{V^2}$$

Adiabatisk prosess:

$$đQ = 0$$

Joule-Thomson-koeffisienten:

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$$

PCH 4.18:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$$

Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{inn}}}$$

Virkningsgrad for Carnot-maskin:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Maxwells hastighetsfordeling:

$$g(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2kT} \qquad F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} \qquad f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}$$

Gauss-integral:

$$I_0(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$I_2(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \ e^{-\alpha x^2} dx = -\frac{d}{d\alpha} I_0(\alpha) \quad \text{etc}$$

$$I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} dx \ x \ e^{-\alpha x^2} = \frac{1}{2\alpha}$$

Det klassiske ekvipartisjonsprinsippet:
Kvar friheitsgrad som inngår kvadratisk i energifunksjonen E bidreg med $kT/2$ til midlere energi.

Partisjonsfunksjon:

$$Z = \sum_j e^{-E_j/kT} = e^{-\beta F} \qquad (\beta = 1/kT)$$

Kjøleskap, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_K = \left| \frac{Q_{\text{ut}}}{W} \right|$$

Varmepumpe, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_V = \left| \frac{Q_{\text{inn}}}{W} \right|$$

Entropi og Clausius' ulikhet:

$$dS = \frac{đQ_{\text{rev}}}{T} \qquad \oint dS = 0 \qquad \oint \frac{đQ}{T} \leq 0$$

Boltzmanns prinsipp:

$$S = k \ln W$$

Stirlings formel:

$$N! = \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N} \qquad (N \to \infty)$$

Eksergi:

$$W_{\max} = -\Delta G \quad \text{med} \quad G = U - T_0 S + p_0 V$$

Kjemisk potensial:

$$\mu_j = \left(\frac{\partial G}{\partial N_j}\right)_{p,T,N_{i\neq j}}$$

Ideell blanding:

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k \sum_j N_j \ln x_j \qquad \mu_j = \mu_j^0 + kT \ln x_j$$

(Clausius-)Clapeyrons likning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}$$

Strålingshulrom, frekvensfordeling:

$$\frac{du}{df} = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{\exp(hf/kT) - 1} \quad ; \quad u(T) = \int_0^{\infty} \frac{du}{df} \, df$$

Stefan-Boltzmanns lov:

$$j_s(T) = \frac{c}{4} u(T) = \sigma T^4 \qquad (\sigma = 2\pi^5 k^4 / 15 h^3 c^2)$$

Fouriers lov:

$$\boldsymbol{j} = -\kappa \nabla T \quad ; \quad j = \dot{Q}/A$$

Varmeledningslikninga:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_T \nabla^2 T$$

Ficks lov:

$$\boldsymbol{j} = -D \nabla n$$

Diffusjonslikninga:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$

U-verdi:

$$j = U \Delta T$$

Midlere fri veglengde, fortynna gass ($n = N/V$; σ = spreidningstverrsnitt):

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \sigma}$$

Varmeledningsevne, fortynna gass (c_V = varmekapasitet pr molekyl; m = molekylmasse):

$$\kappa = \frac{2 c_V}{3\sigma} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}$$

Diffusjonskonstant, fortynna gass:

$$D = \frac{2}{3n\sigma} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}} = \frac{\kappa}{n c_V}$$

Fysiske konstantar:

$$\begin{aligned}
k &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\
R &= 8.314 \text{ J/molK} \\
N_A &= 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\
\hbar &= h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\
e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\
m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\
u &= 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\
c &= 3.00 \cdot 10^{8} \text{ m/s} \\
\sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4
\end{aligned}$$

Omrekningsfaktorar:

$$\begin{aligned}
1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\
1 \text{ Å} &= 10^{-10} \text{ m} \\
1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\
1 \text{ bar} &= 10^{5} \text{ Pa} \\
1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^{5} \text{ Pa}
\end{aligned}$$