Kontinuasjonseksamen i TFY4165 Termisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Vår 2020.

Oppgave 1 - Definisjoner og konsepter (24 poeng)
I de følgende oppgavene forventes det minimalt med regning. Bruk egne ord og forklar definisjonene/konseptene så godt du kan. Bruk gjerne eksempler.

a) Definer/forklar begrepene tilstandsligning og reversibel prosess.
(3 poeng)

b) *i*) Definer/forklar den mikrofysiske tolkningen av entropi.
ii) Forklar sammenhengen mellom termodynamikkens 2. lov og entropi.
(2 poeng)

c) *i*) Tegn Carnotmaskinen i et (p, V) diagram, og forklar tydelig hvilke prosesser som er involvert.
ii) Forklar Carnots teorem, gjerne med et eksempel om du føler det er nødvendig.
(3 poeng)

d) *i*) Tegn varmekapasiteten til Hydrogen som funksjon av temperatur. For hvilke temperaturer er det klassiske resultatet korrekt?
ii) Forklar hvordan kvantemekanikk sammen med ekvipartisjonsprinsippet gir den korrekte oppførselen av varmekapasiteten som funksjon av temperatur for Hydrogen.
(5 poeng)

e) *i*) Hva er en faseovergang? For å belyse svaret ditt tegn (og forklar) fasediagrammet for vann.
ii) Skisser Gibbs' fri energi som funksjon av trykk for $T < T_c$ og $T > T_c$ for en Van der Waals gass. Her er T_c systemets kritiske temperatur. I lys av diagrammet ditt forklar hvordan du ser at systemet har en faseovergang for $T < T_c$, og ingen faseovergang for $T > T_c$.
(6 poeng)

f) Gi en fysisk tolkning av den tidsavhengige varmeligningen. For å belyse svaret ditt tegn gjerne en temperaturprofil (initialbetingelse) og forklar hvordan profilen vil utvikle seg i tid.
(2 poeng)

g) *i*) Definer/forklar begrepet diffusjon.
ii) Skisser tidsforløpet av løsningen $n(t, x)$ til den endimensjonale diffusjonsligningen med initialbetingelse $n(t = 0, x) = N/V\delta(x)$. Tegn for eksempel løsningen på fire forskjellige tidspunkt. Kommenter den fysiske betydningen av hvorfor $\int_{-\infty}^{\infty} n(t, x)\, dx$ må være konstant for alle tidspunkt t.
(3 poeng)

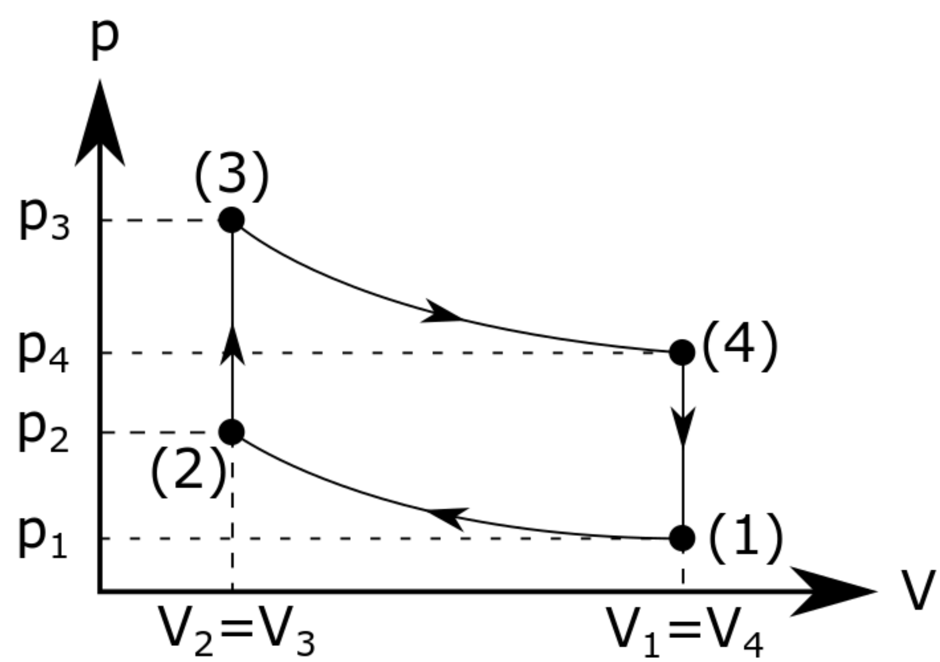
Oppgave 2 - Varmekraftmaskin (19 poeng)
Figur 1 viser en ideell kretsprosess som typisk blir benyttet i 2-takts og 4-takts motorer. Kretsprosessen består av 2 adiabater og 2 isokorer, som vist på figuren. Trykk, temperatur, og volum i punktene $(1), (2), (3)$ og (4) betegnes henholdsvis med (p_1, V_1, T_1), (p_2, V_2, T_2), (p_3, V_3, T_3), og (p_4, V_4, T_4). Anta n mol monoatomisk ideell gass, med $\gamma = C_p/C_V = 5/3$.

a) *i*) Tegn diagrammet på papir og marker/angi tydelig navnet på de involverte prosessene. I tillegg angi i hvilke prosesser varme blir tatt opp og avgitt av systemet.
ii) Vis at arbeidet utført fra punkt (3) til punkt (4) er $W_{3\to4} = \frac{nR}{1-\gamma}(T_4 - T_3)$. Hva er gassens entropiendring per syklus?
(5 poeng)

b) Vis at maskinens virkningsgrad er $\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$. Her har vi definert kompresjonsratioen $r = V_1/V_2 > 1$.
(6 poeng)

c) Bruk Carnots teorem til å vise at maskinens virkningsgrad er begrenset av $\eta_c = 1 - \left(\frac{p_1}{p_3}\right) r$.
(4 poeng)

d) Skisser virkningsgradene i oppgave **b**) og **c**) som funksjon av $r > 1$ i samme diagram. Gitt en bestemt ratio $0 < p_1/p_3 < 1$ bestem det fysiske intervallet for størrelsen r analytisk.
Tips: hvis r er utenfor det fysiske intervallet brytes termodynamikkens 2. lov.
(4 poeng)



Figur 1: Varmekraftmaskin med to iskorer og to adiabater.

Oppgave 3 - Termodynamiske potensialer, entropi, og ekspansjon (25 poeng)
En gass med indre energi U og volum V, består av N partikler med masse m. Det er oppgitt at denne gassen har følgende utrykk for entropi

$$S = Nk_{\mathrm{B}} \left\{ \ln \left[\frac{V}{N} \left(\frac{4\pi m U}{3Nh^2} \right)^{3/2} \right] + 5/2 \right\}, \tag{1}$$

hvor h er Plancks konstant.

a) *i*) Vis at

$$T = \frac{2U}{3Nk_{\mathrm{B}}}. \tag{2}$$

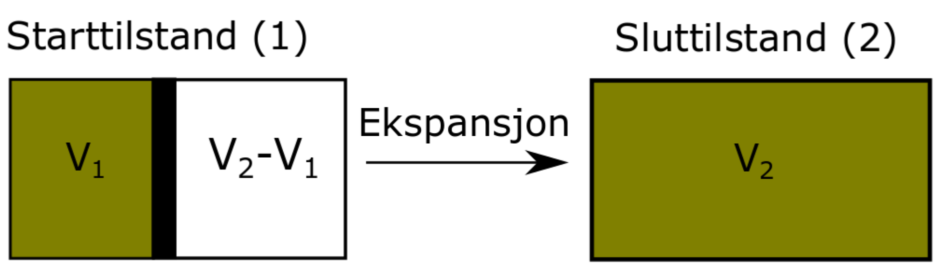
Tips: Løs først ligning (1) med hensyn på U.
ii) Bestem tilstandsligningen $p(N, T, V)$, og kjemisk potensial $\mu(N, U, S)$.
(6 poeng)

b) Regn ut $F(N, T, V)$ og deretter $S(N, T, V)$.
Tips: $dF = -pdV - SdT + \mu dN$.
(4 poeng)

Figur 2 viser en boks, med en vegg som skiller venstre og høyre hulrom. I venstre hulrom antar vi det er en ideell gass, mens i høyre hulrom er det vakuum. Anta at boksen er termisk isolert fra sine omgivelser, og at veggen er ugjennomtrengelig. I de to neste oppgavene skal vi regne ut hva som skjer når gassen ekspanderer fra en starttilstand (1) til en sluttilstand (2). I starttilstilstanden (1) har gassen volum V_1, indre energi U_1, entropi S_1, temperatur T_1, og trykk p_1. I sluttilstanden (2) har gassen volum V_2, indre energi U_2, entropi S_2, temperatur T_2, og trykk p_2. I de to følgende oppgavene kan du anta at V_1, V_2, T_1, og p_1 er kjente størrelser.

c) Anta at vi fjerner veggen i midten av boksen, slik at gassen kan ekspandere fritt fra starttilstanden (1) til sluttilstanden (2). Beregn entropiendringen $\Delta S = S_2 - S_1$, temperaturen T_2, og trykket p_2.
(7 poeng)

d) La oss anta at gassen kan skyve veggen (friksjonsfritt) mot høyre uendelig langsomt slik at prosessen kan betraktes som reversibel. Beregn entropiendringen $\Delta S = S_2 - S_1$, temperaturen T_2, trykket p_2, og arbeidet W som utføres av gassen fra starttilstanden (1) til sluttilstanden (2).
(8 poeng)



Figur 2: Ekspansjon av ideell gass (farget) fra en startilstand (1) til en sluttilstand (2). Figuren brukes i deloppgavene **c**) og **d**)

Oppgave 4 - Varmestrøm gjennom kjegle (22 poeng)
I figur 3 er det tegnet en avkappet kjegle, som har høyde h. Inne i kjeglen er det et materiale med varmeledningsevne $\kappa =$ konstant. Bunnen av kjeglen har radius r_1 og holdes ved konstant temperatur $T_1 > 0$. Toppen av kjeglen har radius $r_2 > r_1$ og holdes ved konstant temperatur $T_2 > 0$. Kjeglens side-overflate er termisk isolert fra omgivelsene. I alle oppgavene under kan du anta at $r_1, r_2 > 0$ og $T_1, T_2 > 0$.

a) Dersom $T_1 > T_2$ vil det oppstå en stasjonær varmestrøm $\dot{Q}$ som flyter fra bunn til topp. Vis at

$$\dot{Q} = \frac{r_1 r_2}{h} \kappa \pi \left(T_1 - T_2\right). \tag{3}$$

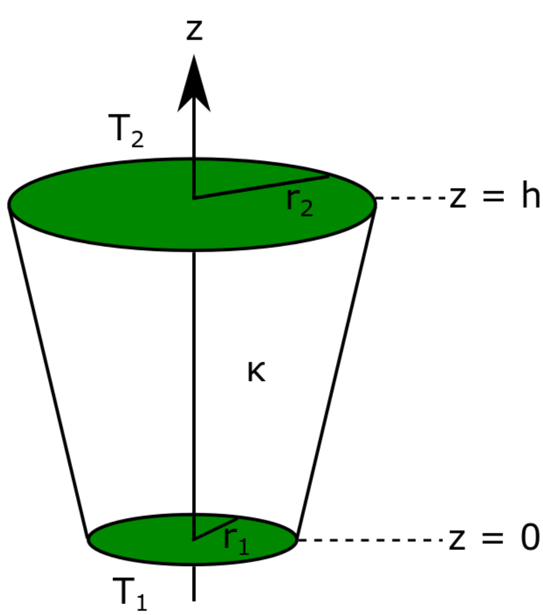
(7 poeng)

b) Anta nå at $r_1 = r_2 = \rho$. La z være avstanden fra kjeglens bunn til et vilkårlig punkt inne i kjeglen. Bestem temperaturprofilen $T(z)$ inne i kjeglen. I hvilken geometri har du sett dette utrykket før? Begrunn svaret kort.
(5 poeng)

c) Anta nå at $r_1 \neq r_2$, og at $T_1 = T_1(t)$ er en tidsavhengig funksjon som minker med tida t, mens T_2 fortsatt er konstant. Anta at $T_1(0)$ er en kjent størrelse.
i) Utled Differensialligningen

$$\frac{r_1 r_2}{h} \kappa \pi \left(T_1(t) - T_2\right) = -C \frac{dT_1}{dt} \tag{4}$$

som beskriver tidsforløpet til $T_1(t)$. Her er C kjeglebunnens varmekapasitet.
ii) Vis at løsningen av ligning (4) er på formen $T_1(t) = A + Be^{-t/t_0}$, og bestem dermed A, B, og t_0.
iii) Hva er den fysiske tolkningen av t_0? Gi en fysisk grunn til at svaret ditt er logisk i grensene $\kappa \to 0$ og $\kappa \to \infty$.
(10 poeng)



Figur 3: Varmestrøm gjennom kjegle