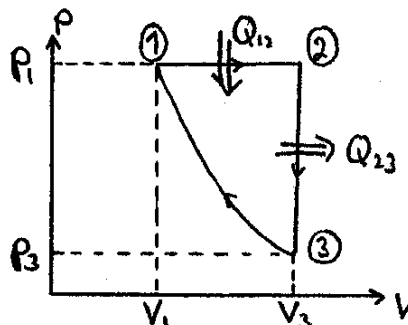


13. aug

Oppgave 1.

Virkningsgraden  $\eta$  er definert:  $\eta = \frac{W}{Q_{inn}}$ . Fra første hovedsetning er  $\Delta U = Q - W = 0$  for en syklisk prosess. Det opptas varme ved utvidelsen:  $Q_{12} = C_p(T_2 - T_1) > 0$ , avgis varme ved trykkreduksjonen:  $Q_{23} = C_v(T_3 - T_2) < 0$  og i den adiabatiske prosessen er  $Q_{31} = 0$ . Derfor er  $W = Q_{12} + Q_{23}$  og  $Q_{inn} = Q_{12}$ .



Herfra får vi

$$\eta = \frac{W}{Q_{inn}} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{12}} = 1 + \frac{Q_{23}}{Q_{12}} = 1 + \frac{C_v(T_3 - T_2)}{C_p(T_2 - T_1)} = 1 + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_3/T_2 - 1}{1 - T_1/T_2}$$

Temperaturene ønskes å elimineres til fordel for  $p_3/p_1$  og  $V_1/V_3$ . Dette gjøres fra ideell gasslov i de ulike tilstandene:

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{p_1 V_3} = \frac{p_3}{p_1} \quad \text{og} \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{p_1 V_3} = \frac{V_1}{V_3}$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{1 - p_3/p_1}{1 - V_1/V_3}$$

Oppgave 2.

a)

Reaksjonen finner sted ved konstant trykk, 1 atm. Fra (definisjonen)  $H = U + pV$  finner vi ved konstant trykk:  $\Delta U = \Delta H - p\Delta V$ . Reaksjonen er nettopp dannelsen av  $2H_2O(v)$  fra elementer i normaltstanden (gitt i tabell), slik at  $\Delta H = 2 \text{ mol} \cdot \Delta_f H(H_2O(v))$  (NB 2 mol vann dannes). Videre er  $\Delta V = V(2H_2O(v)) - [V(2H_2(g)) + V(O_2(g))]$ . 2 mol vann (36 gram) har ubetydelig volum i forhold til 3 mol ideell gass som har volum:

$$\Delta V = -V_{gass} = -\frac{nRT}{p} = -\frac{3 \text{ mol} \cdot 8,315 \cdot 298 \text{ J/mol}}{1,0133 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2} = -0,0734 \text{ m}^3 = -73,4 \text{ l.}$$

Dermed er for reaksjonen

$$\Delta U = 2 \text{ mol} \cdot (-286 \text{ kJ/mol}) - 1,0133 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot (-0,0734 \text{ m}^3) = \underline{-565 \text{ kJ.}}$$

b)

Fra  $G = H - TS$  får vi  $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$  ved konstant temperatur. Videre er  $\Delta G = 2 \text{ mol} \cdot \Delta_f G(H_2O(v))$ , og vi finner

$$\Delta S = \frac{\Delta H - \Delta G}{T} = \frac{2 \cdot (-286) \text{ kJ} - 2 \cdot (-237) \text{ kJ}}{298 \text{ K}} = \underline{-0,329 \text{ kJ/K.}}$$

[Dette kunne også beregnes fra oppgitte standard entropier for hvert stoff:

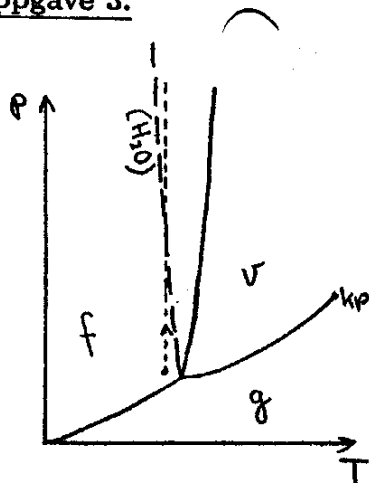
$$\Delta S = 2 \text{ mol} \cdot S(H_2O(v)) - [2 \text{ mol} \cdot S(H_2(g)) + S(O_2(g))] = (2 \cdot 70 - 2 \cdot 131 - 205) \text{ J/K} = -327 \text{ J/K.}]$$

Reaksjonen er i likevekt når  $\Delta G = \Delta H - T\Delta S = 0$ , dvs.

$$T = \frac{\Delta H}{\Delta S} = \frac{-572 \text{ kJ}}{-0,329 \text{ kJ/K}} = \underline{1739 \text{ K} \quad (= 1465 \text{ }^\circ\text{C}).}$$

(Ved temperaturer over  $1465 \text{ }^\circ\text{C}$  er  $\Delta G > 0$  for reaksjonen, slik at vi får spontan reaksjon mot venstre, dvs. oppspalting av vann til hydrogen- og oksyngass. Denne reaksjonen er entropidrevet.)

### Oppgave 3.



a)

Fasediagrammet er vist i figuren til venstre. f=fast stoff, v=væske, g=gass/damp. Sameksistenskurva f/v fortsetter mot uendelig  $p$  mens sameksistenskurva v/g ender i det kritiske punktet (kp). Her er det ingen tetthetsforskjell på v og g.

For stoffer som utvider seg ved frysing (eks. vann) har sameksistenskurva f/v negativ helling (mot venstre), mens den for alle andre stoff heller mot høyre. Dette kan enklest forklares at ved økning av trykket i fast fase ved konstant temperatur under trippelpunktet (dvs. prosess med vertikal linje i  $pT$ -projeksjonen) vil det bli overgang til væske hvis denne har mindre volum (eks. is til vann), men for alle andre stoff vil fast fase være stabil fordi denne har minst volum.

b)

$\Delta s$  = endring i entropi pr. mol (eller pr. molekyl) ved overgang fra væske til damp,

$\Delta v$  = endring i volum pr. mol (eller pr. molekyl) ved overgang fra væske til damp,

$\left(\frac{dp}{dT}\right)_{\text{ford}}$  = stigningstallet (deriverte) for sameksistenskurve væske/gass.

Utledning av formelen baserer seg på at det kjemiske potensialet ved likevekt er likt for gassen og væsken:  $\mu_v(p, T) = \mu_g(p, T)$ . Vi må finne hvor mye  $\mu$  endres med  $p$  og  $T$  for v og g. Det er gitt ved formelen:

$$dG = Vdp - SdT \quad \text{eller pr. mol:} \quad d\mu = vdp - sdT.$$

Ved endring fra  $(p, T)$  til  $(p + dp, T + dT)$  må endringene i det kjemiske potensialene være like:

$$d\mu_v = d\mu_g \Leftrightarrow v_v dp - s_v dT = v_g dp - s_g dT \Leftrightarrow \frac{dp}{dT} = \frac{s_g - s_v}{v_g - v_v} = \frac{\Delta s}{\Delta v}. \quad QED.$$

c) Siden fordampningen foregår ved konstant  $T$  har vi

$$\Delta S = Q/T = \Delta H/T, \quad \text{eller molare størrelser:} \quad \Delta s = \Delta h/T$$

der  $\Delta h$  er molare fordampningsentalpi. Dette gir

$$\left(\frac{dp}{dT}\right)_{\text{ford}} = \frac{\Delta h}{T(v_g - v_v)}$$

Hvis vi antar:

$$v_g \gg v_v \quad \text{og} \quad v_g \approx RT/p \quad (\text{dampen er ideell gass}),$$

vil vi få:

$$\left(\frac{dp}{dT}\right)_{\text{ford}} = \frac{\Delta h \cdot p}{T^2 \cdot R}. \quad QED.$$

(Likningen kan integreres hvis  $\Delta h$  er uavhengig  $T$  eller er en kjent funksjon av  $T$ .)

### Oppgave 4.

a) Elektroner som treffer gassmolekyler vil ikke nå fram til elektroden. Antall elektroner som ikke har kollidert etter å ha gått lengde  $x$  er lik  $N(x) = N_0 \cdot e^{-x/\lambda}$ , der  $\lambda$  er midlere fri veglengde (oppgitt formel). Strømstyrken ved enhver posisjon  $x$  er proporsjonal med antall elektroner i fart, dvs.  $I(x) = I_0 \cdot e^{-x/\lambda}$ , der  $I_0$  er strømstyrken ved munningen av elektronkanonen.

Herfra får vi

$$\lambda = \frac{x}{\ln I_0/I} = \frac{0,20 \text{ m}}{\ln 100/37} = 0,20 \text{ m}.$$

b) Ifølge oppgitte formel er  $\lambda \propto \frac{1}{n} = \frac{V}{N} = \frac{kT}{p}$  i en ideell gass ved konstant  $T$ . Dette betyr at halvert  $p$  gir doblet  $\lambda$ , altså:

$$I = I_0 \cdot e^{-x/\lambda} = 100 \mu\text{A} \cdot e^{-0,20 \text{ m}/0,40 \text{ m}} = 61 \mu\text{A}.$$

### Oppgave 5.

Vi beregner effekttransport fra varm til kald vegg:

$$\text{Varmeledning: } \dot{Q}_L = A\kappa \frac{T_1 - T_2}{d}.$$

$$\text{Varmestråling: } \dot{Q}_S = A\sigma(T_1^4 - T_2^4).$$

Andel  $X$  av totalstrøm som skyldes stråling:

$$X = \frac{\dot{Q}_S}{\dot{Q}_S + \dot{Q}_L} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\sigma(T_1^4 - T_2^4) + \kappa \frac{T_1 - T_2}{d}}$$

Uttrykket kan stå som det er, eller, siden  $(T_1^4 - T_2^4) = (T_1^2 - T_2^2)(T_1^2 + T_2^2) = (T_1 - T_2)(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)$ , kan vi forkorte med  $T_1 - T_2$ :

$$X = \frac{\sigma d(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)}{\sigma d(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2) + \kappa}$$

Tallverdier innsatt gir  $\sigma d(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2) = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} \cdot 0,01 \text{ m} \cdot (576 \text{ K}) (166261 \text{ K}^2) = 0,0543 \text{ W}/(\text{Km})$ , slik at

$$X = \frac{0,0543}{0,0543 + 0,024} = 0,69 = 69 \%$$

(Strålingen utgjør altså et vesentlig bidrag til varmetransporten, f.eks. gjennom et dobbeltglassvindu.)

### Oppgave 6.

Den stasjonære varmeledningslikning:

$$0 = \frac{\partial T}{\partial t} = D_T \cdot \nabla^2 T = D_T \cdot \frac{d^2 T}{dz^2}$$

gir at  $\frac{dT}{dz} = \text{konstant}.$

M.a.o. er temperaturprofilen lineær:  $T(z) = A + B \cdot z$ , som innsatt grenseverdier  $T(0) = T_0$  og  $T(-\ell) = T_V$  gir:

$$T(z) = T_0 - (T_V - T_0) \frac{z}{\ell}.$$

[Alternativt finner man at temperaturprofilen er lineær fra Fouriers likning for stasjonær varmeledning:  $\frac{dQ}{dt} = -\kappa \frac{dT}{dz} A$ . Varmetransporten  $\frac{dQ}{dt}$  må være lik for alle lag, dermed er også  $\frac{dT}{dz} = \text{konstant}.$ ]

$\frac{dT}{dz}$  beregnet fra  $T(z)$  gir innsatt i Fouriers lov

$$\frac{dQ}{dt} = -\kappa \frac{dT}{dz} A = \kappa \frac{T_V - T_0}{\ell} A$$

Ved bruk av oppgitt  $dQ = l_{sm} A d\ell$  får vi

$$l_{sm} A \frac{d\ell}{dt} = \kappa \frac{T_V - T_0}{\ell} A \Rightarrow d\ell \cdot \ell = dt \cdot \kappa \frac{T_V - T_0}{l_{sm}}$$

som integrert fra  $(t = 0, \ell = 0)$  til  $(t, \ell)$  gir

$$\ell(t)^2/2 = t \cdot \kappa \frac{T_V - T_0}{l_{sm}}, \text{ dvs. } \ell(t) = C \cdot \sqrt{t} \text{ med } C = \sqrt{\frac{2 \kappa (T_V - T_0)}{l_{sm}}}.$$

A.M. 5.aug. 1999