

## TFY4165 Termisk fysikk Løsningsforslag 1. desember 2022

1E) Trykk er en intensiv størrelse.

$$2D) N = pV/k_B T = 1.013 \cdot 10^5 \cdot 0.004 / 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 293 = 10^{23}$$

$$3A) N = nN_A = (4000/18) \cdot 6.02 \cdot 10^{23} = 1.3 \cdot 10^{26}$$

4D)  $dp/p = -(mg/R)dz/(T_0 - \alpha z)$ . Etter integrasjon fra  $p(0)$  til  $p(z)$  på venstre side og fra  $z = 0$  til  $z$  på høyre side finner vi

$$p(z) = p(0) \left( \frac{T_0 - \alpha z}{T_0} \right)^{mg/R\alpha}.$$

Innsetting av tallverdiene  $T_0 = 290$  K,  $\alpha = 0.007$  K/m,  $z = 10^4$  m,  $m = 0.029$  kg/mol,  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup> og  $R = 8.314$  J/mol K gir  $p(10^4) = 0.26$  atm.

Kommentar: I forelesningene brukte vi en konstant middeltemperatur 260 K. Det gir praktisk talt samme verdi for trykket 10 km over bakken.

$$5D) \Delta L = \alpha_L L \Delta T = 1.50 \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 80 \text{ cm} = 0.24 \text{ cm. Det gir et areal } A = (20.24)^2 \text{ cm}^2 = 410 \text{ cm}^2$$

$$6F) \Delta V/V = -\kappa_T \Delta p = 5 \cdot 10^{-10} \cdot 60 \cdot 10^5 = 0.003$$

$$7E) W = \int p dV = \int (nRT/p) dp \text{ siden } dV = -(nRT/p^2) dp. \text{ Dermed, med } n = 1: W = RT \ln(p_D/p_B) = 8.314 \cdot 273 \cdot \ln(1061/936) = 285 \text{ J}$$

8B) Varme er en prosessvariabel, ikke en tilstandsfunksjon.

$$9F) 1 \text{ kcal/mol} = (4184/6.02 \cdot 10^{23}) \text{ J} = 43.4 \text{ meV}$$

10B) Arbeid utført av systemet i de 4 delprosessene, der vi starter med den isobare utvidelsen og følger kretsprosessen med klokka:  $W_1 = 3p_0V_0$ ,  $W_2 = 2p_0V_0$ ,  $W_3 = -p_0V_0$ ,  $W_4 = -2p_0V_0$ . Totalt  $W = 2p_0V_0$ . Høyest temperatur  $T_{\max} = 1200$  K der  $p = 3p_0$  og  $V = 2V_0$ , slik at  $6p_0V_0 = RT_{\max}$ . Dermed:  $W = RT_{\max}/3 = 3.3$  kJ

11C) Lavest temperatur der  $p = p_0$  og  $V = 2V_0$ , dermed 400 K.

12F) Isentropisk utvidelse:  $Q = 0$ . 1. hovedsetning gir da  $W = -\Delta U$ . Her er  $\gamma = C_p/C_V = 7/5$  som med  $C_p - C_V = R$  for 1 mol ideell gass gir  $C_V = 5R/2$ . Dermed:  $W = -C_V \Delta T = -2.5R \Delta T = 4.16$  kJ

13F) Med ett mol enatomig gass:  $H = U + pV = U + RT = (3/2)RT + RT = (5/2)RT$ . Dermed er  $\Delta H = 2.5R \Delta T = -2.08$  kJ

14D) Ettersom  $H = H(T)$  for ideell gass, er  $T$  konstant når  $H$  er konstant

15D) Tilført arbeid pr sekund er  $W = 275 - 250 = 25$  J, slik at effektfaktoren er  $\varepsilon_K = 250/25 = 10$

**16F)** Bruk av generelt uttrykk for  $dS$  i formelvedlegget gir for 1 mol ideell gass:

$$\Delta S = \frac{3R}{2} \ln(T_1/T_0) + R \ln(V_1/V_0).$$

Videre er  $V_1/V_0 = T_1 p_0 / T_0 p_1$  slik at

$$\Delta S = \frac{3R}{2} \ln(350/300) + R \ln(350 \cdot 3/300 \cdot 2.5),$$

dvs  $\Delta S = 4.72 \text{ J/K}$

**17E)** Med konstant volum er  $\Delta S = C \ln(T/T_0)$  for hver av de to blokkene. Her er  $T$  felles slutttemperatur, mens  $T_0$  er starttemperaturen til en gitt blokk. Total entropiendring er dermed

$$\Delta S_{\text{tot}} = C \ln(450/300) + C \ln(450/600) = C \ln(45^2/1800) = 0.1178C.$$

Med  $C = 910 \text{ J/K}$  blir dette  $107 \text{ J/K}$ .

**18A)** Ifølge Boltzmann:  $\Omega_4 = 1$ ,  $\Omega_2 = 6$ ,  $(S_2 - S_4)/k_B = \ln 6 - \ln 1 = \ln 6 = 1.79$

**19F)**  $P_{500}/P_{250} = \Omega_{500}/\Omega_{250} = 250!750!/500!500!$ . Vi tar logaritmen til dette uttrykket, bruker Stirlings formel og får  $250 \ln 250 + 750 \ln 750 - 1000 \ln 500 \simeq 130.8$ . Dermed er  $P_{500}/P_{250} = \exp(130.8) \simeq 6 \cdot 10^{56}$

**20E)**  $V/N = k_B T/p = 10626 \text{ nm}^3$ , slik at  $L = (V/N)^{1/3} = 22 \text{ nm}$

**21B)**  $\langle K_{\text{trans}} \rangle = (3/2)k_B T$  uavhengig av massen

**22B)**  $v_{\text{rms}} = \sqrt{3k_B T/m}$ , dermed  $\sqrt{18/44} = 0.64$

**23F)**  $pV \rightarrow 2p \cdot V/2 = pV$  gir uendret  $T$

**24B)**  $RT_0 = (a/50b^2 + a/100b^2) \cdot (9b) = 27a/100b$ ,  
 $RT_1 = (a/25b^2 + a/25b^2) \cdot (4b) = 8a/25b = 32a/100b$ , dvs  $\Delta T = T_1 - T_0 = 5a/100Rb = a/20Rb$   
(Slutt-tilstanden her er strengt tatt et superkritisk fluid, ettersom  $p_c = a/27b^2$  og  $T_c = 8a/27Rb$ .)

**25C)**  $p = RT/V = (8.314 \cdot 301/0.88 \cdot 10^{-3}) \text{ Pa} = 28.4 \text{ bar}$

**26B)**  $p = RT/(V - b) - a/V^2 = 20.0 \text{ bar}$

**27E)** Væskevolumet  $V_v$  må være større enn  $b$ . Videre er kritisk volum  $V_c = 3b$  større enn  $V_v$  ved en lavere temperatur enn  $T_c$ . Dvs  $b < V_v < V_c$ , og dermed  $0.149 \text{ L}$ .

**28A)**  $T_c = 8a/27Rb = 356 \text{ K}$

**29E)**  $v_{\text{rms}} = \sqrt{3 \cdot 8.314 \cdot 301/0.044} = 413 \text{ m/s}$

**30B)**  $C_V = N \cdot R/2$ , dvs  $N = 2C_V/R = 15.7 \simeq 16$

**31A)**

$$p(85.5) = p(231) \cdot \exp((19000/8.314) \cdot (1/231 - 1/85.5)) = 5 \text{ mPa.}$$

Ikke helt uventet er dette et stykke unna eksperimentell verdi 0.1 mPa. Parametrene  $a$  og  $b$  er typisk tilpasset trykk og temperatur i kritisk punkt.

**32B)** Fra formelvedlegget er van der Waals inversjonskurven bestemt av  $\tilde{p} = -3t^2 + 4t - 1$ . Her er  $\tilde{p} = pb^2/a$  og  $t = \sqrt{RbT/2a}$ . Innsetning av  $T = 301 \text{ K}$  og oppgitte verdier for  $a$  og  $b$  gir  $p = 44 \text{ bar}$ . Med andre ord, propan vil gi avkjøling ved 20 bar.

**33C)** Fra  $dH = TdS + Vdp$  følger at

$$T = \left( \frac{\partial H}{\partial S} \right)_p ; \quad V = \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right)_S .$$

Derav følger at

$$\left( \frac{\partial V}{\partial S} \right)_p = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_S$$

**34C)**  $P_n = e^{-n}/Z$  og  $Z = 1/e + 1/e^2 + 1/e^3 = 0.553$ . Dermed er  $P_1 = 0.665$ ,  $P_2 = 0.245$  og  $P_3 = 0.090$

**35D)** Med  $k_B T \gg E_0$  er de tre tilstandene like sannsynlige. Midlere energi pr partikkel er da  $2E_0$ .

**36F)** Det er  $720/18 = 40 \text{ mol H}_2$  pr kg Dødehavsvann, og det er  $280/58.45 = 4.79 \text{ mol NaCl}$ . Og dermed 9.58 mol med ioner i alt. Molbrøken av tilsatt stoff er da  $x_s = 9.58/49.58 = 0.193$ . Frysepunktet er dermed nedsatt med  $\Delta T = RT_0^2 x_s / l = (8.314 \cdot 273^2 \cdot 0.193 / 6.0 \cdot 10^3) \text{ K} = 20 \text{ K}$ , så det blir is på overflaten ved 20 kuldegrader. Så kaldt er det vel aldri på den kanten.

**37F)**

$$\phi = 70\% \cdot \exp((51000/8.314)(1/273 - 1/268)) - (45000/8.314)(1/273 - 1/298)) = 9\%$$

**38D)** Stasjonær varmestrøm når  $\sigma(T_3^4 - T_2^4) = \sigma(T_2^4 - T_1^4)$ , dvs  $T_2 = [0.5(T_1^4 + T_3^4)]^{1/4} = 360 \text{ K}$

**39A)** Seriekobling av tre varmemotstander. Fouriers lov på samme form som Ohms lov:  $\Delta T = R \cdot P$ . Dermed:

$$P = 50 / (0.200/0.037 + 0.012/0.048 + 0.012/0.13) = 8.7 \text{ W}$$

**40B)** Det er  $4^2 = 16$  mulige veier, hvorav 4 gir  $r = 0$ , 8 gir  $r = \sqrt{2} \cdot 50 \text{ cm}$  og 4 gir  $r = 100 \text{ cm}$ . Rms-avstanden er dermed  $\sqrt{0.25 \cdot 0 + 0.50 \cdot 2 \cdot 50^2 + 0.25 \cdot 100^2} \text{ cm} = \sqrt{2500 + 2500} \text{ cm} = 71 \text{ cm}$ .