Norges teknisk-naturvitskapelege universitet
Institutt for fysikk

Fagleg kontakt under eksamen:
Navn: Emil J. Samuelsen
Tlf.: 93412

**EKSAMEN I FAG SIF4022 FYSIKK 2**

Tirsdag 5. desember 2000
Tid: 0900 – 1400

Tillatte hjelpemiddel: Rottmann: Mathematisk formelsamling.
Lommekalkulator

For oppgave 3 skal kandidaten velje å svare på fire av dei fem deloppgavene.

Oppgitte formlar og data:

Mekaniske bølgjer

Effekt: $P = \frac{1}{2}\mu A^2\omega^2 v$

Lydbølgjer

Fart : Fluidum : $v = (K/\rho_0)^{\frac{1}{2}}$, Ideell gass : $K = \gamma P_0$, Faststoff : $v = (G/\rho)^{\frac{1}{2}}$ og $(E/\rho)^{\frac{1}{2}}$

Intensitet: $I = \frac{1}{2}\rho_0 s_m^2 \omega^2 v = \frac{1}{2}\cdot\frac{p_m^2}{\rho_0 v}$

Doppler-effekt:

klassisk: $v_D$ og $v_s$ er valde positive i same retning: $f' = f\frac{1 - v_D/v}{1 - v_s/v}$

relativistisk: $f' = f\cdot\left(\frac{1 - v/c}{1 + v/c}\right)^{\frac{1}{2}}$

Maxwells likningar:

$$\int \varepsilon_r \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad ; \quad \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0 \quad ; \quad \int \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad ; \quad \int \frac{1}{\mu_r}\vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\left(I + \varepsilon_0\cdot\frac{d\Phi_c}{dt}\right)$$

Interferens: N- bõlgjer $I = I_0 \left( \dfrac{\sin \frac{\phi}{2} N}{\sin \frac{\phi}{2}} \right)^2$ der $\phi$ er fasevinkelforskjell mellom nabobølgjer.

Diffraksjon: Enkeltspalte $I = I_0 \left( \dfrac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ der $\alpha = \dfrac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$ ved loddrett innfall.

## FYSISKE KONSTANTAR

| | | | |
|---|---|---|---|
| gravitasjonskonstanten | G, f | = | 66,72 pN · $m^2/kg^2$ |
| standard tyngdeakselerasjon | $g_n$ | $\overset{\text{def}}{=}$ | 9,806 65 $m/s^2$ |
| lysfarten i tomt rom | c | = | 299,792 458 Mm/s |
| tomromspermeabiliteten | $\mu_0$ | | $\overset{\text{def}}{=}$ $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m = 1,256 637 061 44 $\mu$H/m |
| tomromspermittiviteten | $\varepsilon_0$ | | = $(c^2 \mu_0)^{-1}$ = 8,854 187 82 pF/m |
| elementærladningen | e | = | 1,60 2189 $10^{-19}$ C |
| | e' | = | 4,803 242 · $10^{-10}$ ese |
| Planck-konstanten | h | = | 6,626 18 · $10^{-34}$ Js = 4,135 70 feV · s |
| | $\hbar$ | = | $h/2\pi$ = 1,054 589 · $10^{-34}$ Js |
| | | | = 0,658 218 feV · s |
| molar gasskonstant | R | = | 8,314 41 J/(mol · K) |
| molart volum for idealgass ved $p_0$ = 1 atm = 101,325 kPa og $T_0$ = 273,15 K | $V_0$ | = | $RT_0/p_0$ = 22,4138 $dm^3/mol$ |
| Avogadro-konstanten | $N_A$ | = | 6,022 045 · $10^{23}$ $mol^{-1}$ |
| Boltzmann-konstanten | $k_B$ | = | $R/N_A$ = 1,380 66 · $10^{-23}$ J/K |
| Faraday-konstanten | F | = | $N_A e$ = 96,484 56 kC/mol |
| Stefan-Boltzmann-konstanten | $\sigma$ | = | $\pi^2 k^4/(60 \hbar^3 c^2)$ = 56,703 nW/($m^2K^4$) |
| finstrukturkonstanten | $\alpha$ | = | $\mu_0 ce^2/2h = e'^2/(\hbar c)$ |
| | | = | 1/137,036 04 = 7,297 351 · $10^{-3}$ |
| Rydberg-konstanten | $R_\infty$ | = | $e^4 m_e/(8 \varepsilon_0^2 h^3 c)$ = 1,097 373 18 · $10^7$ $m^{-1}$ |
| Bohr-radien | $a_0$ | = | $4\pi \varepsilon_0 \hbar^2/(m_e e^2) = \alpha/(4\pi R_\infty) = \hbar^2/(m_e e'^2)$ |
| | | = | 52,917 71 pm |
| elektronradien | $r_e$ | = | $\mu_0 e^2/(4\pi m_e) = e'^2/(m_e c^2)$ = 2,817 938 fm |
| atommasseenheten | u | $\overset{\text{def}}{=}$ | $\dfrac{10^{-3}}{N_A}$ kg/mol = 1,660 566 · $10^{-27}$ kg |
| elektronet | $m_e$ | = | 9,10 9530 · $10^{-31}$ kg |
| protonet | $m_p$ | = | 1,672 649 · $10^{-27}$ kg |
| nøytronet | $m_n$ | = | 1,674 954 · $10^{-27}$ kg |
| hydrogenatomet | $m(^1H)$ | = | 1,673 559 · $10^{-27}$ kg |
| deuteriumatomet | $m(^2H)$ | = | 3,344 548 · $10^{-27}$ kg |
| heliumatomet | $m(^4He)$ | = | 6,646 585 · $10^{-27}$ kg |

**Oppgave 1**

Eit skip med radaranlegg går med jamn fart $v_s$ i ei bestemt retning (x-retninga). Anlegget består av to like radarantenner som står ved sida av kvarandre i avstand d i y-retninga. Antennene sender med jamn styrke, på same frekvens f, men der kan vere ein regulerbar faseforskjell $\delta$ mellom dei.

a) Vis at intensiteten observert i retning $\theta$ i forhold til framoverretninga er gitt ved

$$I = 4\, I_0 \cos^2(\varphi + \delta/2)$$

der $I_0$ er intensiteten ein ville ha observert ved same punktet dersom det var berre ei antenne, $\varphi = \pi(d/\lambda)\sin\theta$ og $\lambda$ er bølgjelengda.

b) Rekn ut retningane $\theta$ for alle maksima av utstrålt intensitet, når $f = 1{,}224 \cdot 10^9$ Hz, $\delta = 0$ og $d = 0{,}50$ m.

c) Ein fartskontroll-stasjon er plassert midt i skipsleia langt framfor skipet. Der har dei ein radarsendar med ei antenne med presis same frekvens som den skipet nyttar. Dei har óg ein mottakar som kan plasserast bak sendaren (dvs. litt lenger borte frå skipet).

Forklar korleis dei kan nytte sveving til å registrere farten til skipet, og bestem svevefrekvensen når skipet har ein fart på 14,4 km/h.

**Oppgave 2**

a) Still opp energi-uttrykk og derav Schrödingerlikninga for hydrogenatomet. (Ein kan anta at massen av protonet (hydrogen-kjernen) er mykje større enn elektron-massen m).

Løysingane for bølgjefunksjonen $\psi(r, \theta, \varphi)$ kan separerast i tre faktorar $R(r)\ \Theta(\theta)\ \Phi(\varphi)$, der dei tre variable førekjem i kvar sin faktor.

Nokre løysingar er gitt i tabell 1.

b) Forklar og kommenter dei tre kvantetalla n, l og $m_l$ som opptrer, og beskriv (kort og kvalitativt) den romlege forma av bølgjefunksjonane for s-, p- og d-orbitalar.

c) Bruk tabell 1 til å finne eit uttrykk for forventingsverdien $\langle r \rangle$ av avstanden frå kjernen for elektronet i 2s-tilstanden.

**Oppgave 3** Svar på fire av fem deloppgaver.

a) Lydnivåforskjellen observert i avstandar $r_1$ og $r_2$ frå ei punktkjelde er oppgitt å vere 13 dB. Kva er forholdet mellom $r_1$ og $r_2$ dersom ein antar at der ikkje er absorpsjon (tap) av lyd-energi på vegen?

b) Brytingsindeksen for eit materiale er oppgitt å vere bølgjelengd-avhengig etter formelen

$$n = a + b/\lambda^2$$

der $a = 1.577$ og $b = 1.78 \cdot 10^{-14}\ m^2$ og $\lambda$ er vakuum-bølgjelengda. Lysfarten c i materialet er gitt ved $c = c_0/n$ der $c_0$ er vakuumlysfarten. Finn fasefarten $v_F$ og gruppefarten $v_G$ i mediet for bølgjelengda 630 nm.

c) Forklar kort korleis vinkel-oppløysinga i eit optisk instrument er diffraksjonsavgrensa.

d) Kva forstår vi med Fermi-energien i eit system av frie elektron? Utlei uttrykket
$$E_F = \frac{\hbar}{2m}\left(3 n_e \pi^2\right)^{2/3}.$$

e) Vi har ein (tenkt) eindimensjonal boks med lengd L, og med uendeleg høge potensialbarrierar ved x = 0 og x = L. Utlei at eigenenergien er
$$E_n = \hbar^2\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot n^2 = E_0 \cdot n^2$$

Vi skal plassere elektron (dvs. fermion med spinn $\frac{1}{2}$) i boksen.

Kva blir uttrykket for total-energien for systemet (ved $T = 0^oK$) når der er

eitt elektron?
to elektron?
tre elektron?