Norges teknisk-naturvitskapelege universitet
Institutt for fysikk

Fagleg kontakt under eksamen:
Navn: Emil J. Samuelsen
Tlf.: 93412

EKSAMEN I FAG SIF4022 FYSIKK 2

7 august 2001
Tid: 0900 – 1400

Tillatte hjelpemiddel: Rottmann: Mathematisk formelsamling.
Lommekalkulator

For oppgave 3 skal kandidaten velje å svare på fire av dei fem deloppgavene.

Oppgitte formlar og data:

Mekaniske bølgjer

Effekt: $P = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2 v$

Lydbølgjer

Fart: Fluidum: $v = (K/\rho_0)^{\frac{1}{2}}$, Ideell gass: $K = \gamma p_0$, Faststoff: $v = (G/\rho)^{\frac{1}{2}}$ og $(E/\rho)^{\frac{1}{2}}$

Intensitet: $I = \frac{1}{2}\rho_0 s_m^2 \omega^2 v = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_m^2}{\rho_0 v}$

Doppler-effekt:

klassisk: v_D og v_s er valde positive i same retning: $f' = f\frac{1 - v_D/v}{1 - v_s/v}$

relativistisk: $f' = f \cdot \left(\frac{1 - v/c}{1 + v/c}\right)^{\frac{1}{2}}$

Maxwells likningar:

$$\int \varepsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \; ; \; \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \; ; \; \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \; ; \; \int \frac{1}{\mu_r} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \cdot \frac{d\Phi_c}{dt} \right)$$

Interferens: N- bõlgjer $I = I_0 \left(\dfrac{\sin \frac{\phi}{2} N}{\sin \frac{\phi}{2}} \right)^2$ der ϕ er fasevinkelforskjell mellom nabobølgjer.

Diffraksjon: Enkeltspalte $I = I_0 \left(\dfrac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ der $\alpha = \dfrac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$ ved loddrett innfall.

FYSISKE KONSTANTAR

gravitasjonskonstanten	G, f	=	$66{,}72\ \mathrm{pN} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{kg}^2$
standard tyngdeakselerasjon	g_n	$\overset{\text{def}}{=}$	$9{,}806\ 65\ \mathrm{m/s}^2$
lysfarten i tomt rom	c	=	$299{,}792\ 458\ \mathrm{Mm/s}$
tomromspermeabiliteten	μ_0	$\overset{\text{def}}{=}$	$4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H/m} = 1{,}256\ 637\ 061\ 44\ \mu\mathrm{H/m}$
tomromspermittiviteten	ε_0	=	$(c^2\ \mu_0)^{-1} = 8{,}854\ 187\ 82\ \mathrm{pF/m}$
elementærladningen	e	=	$1{,}60\ 2189\ \ 10^{-19}\ \mathrm{C}$
	e'	=	$4{,}803\ 242 \cdot 10^{-10}$ ese
Planck-konstanten	h	=	$6{,}626\ 18 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} = 4{,}135\ 70\ \mathrm{feV} \cdot \mathrm{s}$
	$\hbar$	=	$h/2\pi = 1{,}054\ 589 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}$
			$= 0{,}658\ 218\ \mathrm{feV} \cdot \mathrm{s}$
molar gasskonstant	R	=	$8{,}314\ 41\ \mathrm{J/(mol \cdot K)}$
molart volum for idealgass ved $p_0 = 1$ atm $= 101{,}325$ kPa og $T_0 = 273{,}15$ K	V_0	=	$RT_0/p_0 = 22{,}4138\ \mathrm{dm}^3/\mathrm{mol}$
Avogadro-konstanten	N_A	=	$6{,}022\ 045 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
Boltzmann-konstanten	k_B	=	$R/N_A = 1{,}380\ 66 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$
Faraday-konstanten	F	=	$N_A e = 96{,}484\ 56\ \mathrm{kC/mol}$
Stefan-Boltzmann-konstanten	σ	=	$\pi^2\ k^4/(60\ \hbar^3\ c^2) = 56{,}703\ \mathrm{nW/(m^2K^4)}$
finstrukturkonstanten	α	=	$\mu_0\ ce^2/2h = e'^2/(\ \hbar c)$
		=	$1/137{,}036\ 04 = 7{,}297\ 351 \cdot 10^{-3}$
Rydberg-konstanten	R_∞	=	$e^4\ m_e/(8\ \varepsilon_0{}^2 h^3\ c) = 1{,}097\ 373\ 18 \cdot 10^7\ \mathrm{m}^{-1}$
Bohr-radien	a_0	=	$4\pi\ \varepsilon_0\ \hbar^2/(m_e e^2) = \alpha/(4\pi\ R_\infty) = \hbar^2/(m_e e'^2)$
		=	$52{,}917\ 71\ \mathrm{pm}$
elektronradien	r_e	=	$\mu_0 e^2/(4\pi m_e) = e'^2/(m_e c^2) = 2{,}817\ 938\ \mathrm{fm}$
atommasseenheten	u	$\overset{\text{def}}{=}$	$\dfrac{10^{-3}}{N_A}\mathrm{kg/mol} = 1{,}660\ 566 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
elektronet	m_e	=	$9{,}10\ 9530 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$
protonet	m_p	=	$1{,}672\ 649 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
nøytronet	m_n	=	$1{,}674\ 954 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
hydrogenatomet	$m(^1\mathrm{H})$	=	$1{,}673\ 559 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
deuteriumatomet	$m(^2\mathrm{H})$	=	$3{,}344\ 548 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
heliumatomet	$m(^4\mathrm{He})$	=	$6{,}646\ 585 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

Oppgave 1

Ein skjerm har N parallelle spalter, kvar med spaltebreidd a, plasserte i jamn avstand d (mellom midtpunkta) av nærliggande spalter. ($d \geq a$).

Koherent monokromatisk lys med bølgjelengd λ blir sendt loddrett inn mot skjermen (frå venstre).

a) Vis ved utleiing at uttrykket for lys-intensiteten i retning θ (i forhold til innfallsretninga) i stor avstand bak skjermen (til høgre) kan uttrykkast som produktet av bidrag frå enkeltspaltediffraksjon og N-bølgje-interferens.

b) Lag kvalitative skisser av diffraksjonsmønstra for tilfellet N = 3 med
   i) $a << d$
   ii) $a = d/2$
   iii) $a = d$
   og kommentér resultata i kvart tilfelle med omsyn på hovud- og bimaksima.

c) Tre koherente strålingskjelder, som sender på same frekvens, er plasserte i ei rekke som Figur 1 viser, med avstand d mellom den midterste og kvar av dei to andre.

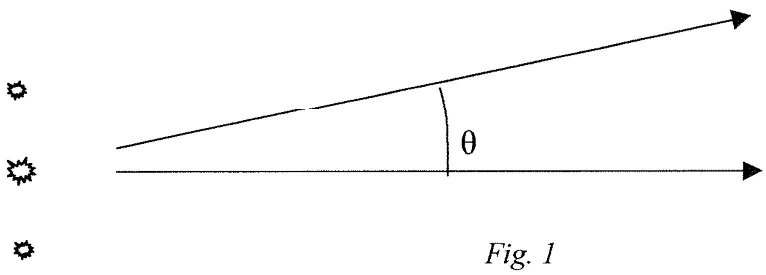

Fig. 1

Utstrålt effekt frå den midterste er fire gonger så stor som frå kvar av dei to ytterste, som har like stor effekt.

Utlei uttrykk for intensiteten observert i stor avstand i retning θ (i forhold til normalen til rekka), og drøft kva som skjer med mønstret når ein koplar ut den midtre kjelda.

Oppgave 2

Ein skal jamføre tilstandane for kvantemekaniske partiklar (med same masse m) i to ulike, eindimensjonale potensial, begge illustrert i Figur 2.

a) Eit firkantpotensial med utstrekning a, der potensialet er $U = 0$ for $|x| < a/2$, og $U = U_0$ utanfor (markert på figuren som mørke felt). Still opp tidsuavhengig Schrödingerlikning, og finn tilstandane (bølgjefunksjonar og energiar E_n) for tilfellet $U_0 \rightarrow \infty$.

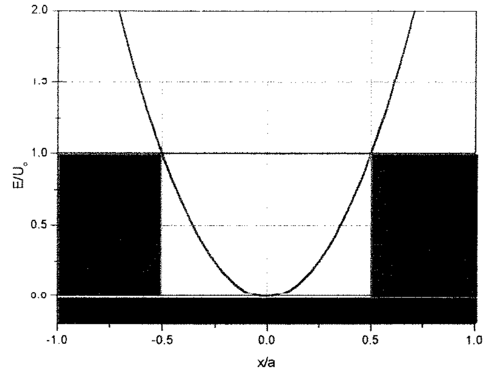

Fig.2 Firkant-potensial og parabol-potensial

Beskriv så kvalitativt (utan å rekne) tilstandane når potensialet ikkje lenger er uendeleg stort.

b) Eit potensial som er ein parabel $\left(U = \frac{1}{2} K x^2, \text{kurven i Figur 2} \right)$, og som er slik at $U = U_0$ når $|x| = a/2$ (dvs. $K = 8U_0/a^2$). Still også her opp Schrödingerlikninga, og påvis at ei løysing har bølgjefunksjon av form

$$\psi = A\, e^{-\beta x^2}$$

med eigenverdiar (energiar) av form $E_n = \hbar \sqrt{\frac{K}{m}} \left(n + \frac{1}{2} \right)$ med høveleg verdi av kvantetallet n.

c) Vi har kome på (den feilaktige) ideen at desse partikkel-potensiala kanskje kan tjene som forenkla modellar av elektronet i eit hydrogen-atom. Kor mange kvantetilstandar med energiar mindre enn ein frigjeringsenergi U_0 = 13,6 eV vil kvar av modellane ha, når potensial-dimensjonen er a = 1 nm? Kommentér kort korleis det samsvarar med det ein observerer av tilstandar i hydrogen-atomet.

Oppgave 3. Svar på <u>fire</u> av fem delspørsmål.

a) Gitt ei punktforma lydkjelde som sender ut lyd med konstant styrke. Ved å flytte deg radielt utover frå eit punkt "1" i avstand ℓ_1 frå kjelda til eit punkt "2" i avstand ℓ_2 = ℓ_1 + 25 m, registrerer du at lydstyrkenivået endrar seg med 1,3 dB. Kor stor er ℓ_1?

b) Forklar kort korleis vinkel-oppløysinga i eit optisk instrument er diffraksjonsavgrensa.

c) Forklar kort fenomenet sveving (beat) og utlei eit uttrykk for utsvinget som funksjon av tid og stad for tilfellet sveving mellom to bølgjer med frekvensar f_1 og f_2 og vinkelbølgjetall k_1 og k_2.

d) Kva forstår ein med Fermi-energien i eit system av frie elektron? Utlei uttrykket

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3n_e\pi^2\right)^{2/3}$$

e) Kva forstår vi med Heisenbergs usikkerhetsprinsipp (Heisenberg uncertainty principle), og kva er fortolkinga av det?