Norges teknisk-naturvitskapelege universitet
Institutt for fysikk

Fagleg kontakt under eksamen:
Navn: Emil J. Samuelsen
Tlf.: 93412

EKSAMEN I FAG SIF4022 FYSIKK 2

Tirsdag 4. desember 2001
Tid: 0900 – 1400

Sensurfrist 31.12 2001

Tillatte hjelpemiddel: Type C, Rottmann: Matematisk formelsamling.
Enkel lommekalkulator

Ein integraltabell finst i Vedlegg 1.
For oppgave 3 skal kandidaten velje å svare på fire av dei fem deloppgavene.

Oppgitte formlar og data:

Mekaniske bølgjer

Effekt: $P = \frac{1}{2}\mu A^2\omega^2 v$

Lydbølgjer

Fart: Fluidum: $v = (K/\rho_0)^{\frac{1}{2}}$, Ideell gass: $K = \gamma P_0$, Faststoff: $v = (G/\rho)^{\frac{1}{2}}$ og $(E/\rho)^{\frac{1}{2}}$

Intensitet: $I = \frac{1}{2}\rho_0 s_m^2 \omega^2 v = \frac{1}{2}\cdot\frac{p_m^2}{\rho_0 v}$

Doppler-effekt:

klassisk: v_D og v_s er valde positive i same retning: $f' = f\frac{1 - v_D/v}{1 - v_s/v}$

relativistisk: $f' = f\cdot\left(\frac{1 - v/c}{1 + v/c}\right)^{\frac{1}{2}}$

Maxwells likningar:

$$\int \varepsilon_r \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \;;\; \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0 \;;\; \int \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \;;\; \int \frac{1}{\mu_r}\vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\left(I + \varepsilon_0\cdot\frac{d\Phi_c}{dt}\right)$$

Interferens: N- bõlgjer $I = I_0 \left(\dfrac{\sin \frac{\phi}{2} N}{\sin \frac{\phi}{2}} \right)^2$ der ϕ er fasevinkelforskjell mellom nabobølgjer.

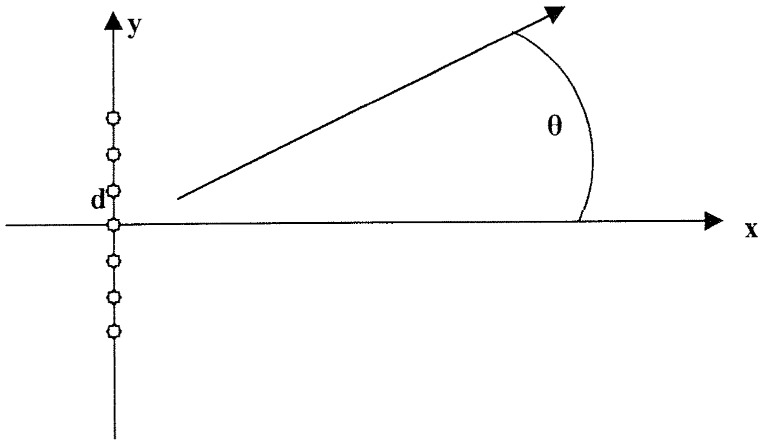
Diffraksjon: Enkeltspalte $I = I_0 \left(\dfrac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ der $\alpha = \dfrac{\pi a \sin 0}{\lambda}$ ved loddrett innfall.

FYSISKE KONSTANTAR

gravitasjonskonstanten	G, f	=	$66{,}72\ \text{pN} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
standard tyngdeakselerasjon	g_n	$\overset{\text{def}}{=}$	$9{,}806\ 65\ \text{m/s}^2$
lysfarten i tomt rom	c	=	$299{,}792\ 458\ \text{Mm/s}$
tomromspermeabiliteten	μ_0	$\overset{\text{def}}{=}$	$4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{H/m} = 1{,}256\ 637\ 061\ 44\ \mu\text{H/m}$
tomromspermittiviteten	ε_0	=	$(c^2\ \mu_0)^{-1} = 8{,}854\ 187\ 82\ \text{pF/m}$
elementærladningen	e	=	$1{,}60\ 2189\ \ 10^{-19}\ \text{C}$
	e'	=	$4{,}803\ 242 \cdot 10^{-10}$ ese
Planck-konstanten	h	=	$6{,}626\ 18 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} = 4{,}135\ 70\ \text{feV} \cdot \text{s}$
	$\hbar$	=	$h/2\pi = 1{,}054\ 589 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}$
			$= 0{,}658\ 218\ \text{feV} \cdot \text{s}$
molar gasskonstant	R	=	$8{,}314\ 41\ \text{J/(mol} \cdot \text{K)}$
molart volum for idealgass ved $p_0 = 1$ atm $= 101{,}325$ kPa og $T_0 = 273{,}15$ K	V_0	=	$RT_0/p_0 = 22{,}4138\ \text{dm}^3/\text{mol}$
Avogadro-konstanten	N_A	=	$6{,}022\ 045 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
Boltzmann-konstanten	k_B	=	$R/N_A = 1{,}380\ 66 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K}$
Faraday-konstanten	F	=	$N_A e = 96{,}484\ 56\ \text{kC/mol}$
Stefan-Boltzmann-konstanten	σ	=	$\pi^2 k^4/(60\ \hbar^3\ c^2) = 56{,}703\ \text{nW/(m}^2\text{K}^4)$
finstrukturkonstanten	α	=	$\mu_0\ cc^2/2h = c'^2/(\hbar c)$
		=	$1/137{,}036\ 04 = 7{,}297\ 351 \cdot 10^{-3}$
Rydberg-konstanten	R_∞	=	$e^4\ m_e/(8\ \varepsilon_0^2 h^3\ c) = 1{,}097\ 373\ 18 \cdot 10^7\ \text{m}^{-1}$
Bohr-radien	a_0	=	$4\pi\ \varepsilon_0\ \hbar^2/(m_e e^2) = \alpha/(4\pi\ R_\infty) = \hbar^2/(m_e e'^2)$
		=	$52{,}917\ 71$ pm
elektronradien	r_e	=	$\mu_0 e^2/(4\pi m_e) = e'^2/(m_e c^2) = 2{,}817\ 938$ fm
atommasseenheten	u	$\overset{\text{def}}{=}$	$\dfrac{10^{-3}}{N_A}\text{kg/mol} = 1{,}660\ 566 \cdot 10^{-27}$ kg
elektronet	m_e	=	$9{,}10\ 9530 \cdot 10^{-31}$ kg
protonet	m_p	=	$1{,}672\ 649 \cdot 10^{-27}$ kg
nøytronet	m_n	=	$1{,}674\ 954 \cdot 10^{-27}$ kg
hydrogenatomet	$m(^1H)$	=	$1{,}673\ 559 \cdot 10^{-27}$ kg
deuteriumatomet	$m(^2H)$	=	$3{,}344\ 548 \cdot 10^{-27}$ kg
heliumatomet	$m(^4He)$	=	$6{,}646\ 585 \cdot 10^{-27}$ kg

Oppgave 1

N bølgjekjelder for elektromagnetiske bølgjer (antenner) står på ei rett rekke (i y-retninga) med jamn avstand d mellom næraste kjelder



Dei sender med same styrke, og same frekvens f, men der kan leggast inn ein styrt faseforskjell α mellom nabo-kjelder.

a) (7 poeng)
Utlei at intensiteten i stor avstand frå antennesystemet vil kunne uttrykkast med formelen

$$I(\theta) = I_0 \left(\sin(N\varphi/2)/\sin(\varphi/2)\right)^2$$

der $\varphi = \alpha + \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$, λ er bølgjelengda, θ er vinkelen mellom normalen til rekka (dvs. x-aksen) og retninga mot punktet der observasjonen skjer. I_0 er observert intensitet dersom det var berre ei kjelde.

b) (13 poeng)
Drøft intensitetsvariasjonen med vinkelen θ og lag skisser for tilfella N = 4 og N = 100, når det dreier seg om mikrobølgjer (radar) med $f = 3{,}0 \cdot 10^9$ Hz, d = 0,15 m, α = 0.

Kva for verdiar av faseforskjellen α må ein velje for at intensiteten i retning parallelt med rekka ( ): langs y-aksen, θ = 90°) skal bli størst mulig, når N = 4?

c) (15 poeng)
I denne oppgava fjernar ein antennerekka og erstattar med to like bølgjekjelder plasserte nære kvarandre på y-aksen. Dei sender begge ut elektromagnetiske bølgjer med vinkelfrekvens ω.

Den eine kjelda står i ro, mens den andre blir sett i vibrasjonar med utslag u(t) = A sin (Ω · t) langs x-aksen. A er amplituden og Ω er vinkelfrekvensen for vibrasjonen.

Formulér eit uttrykk for intensitet som funksjon av tida t i stor avstand R langs x-aksen. Vi antar at R >> A, og ω >> Ω.
Blir der noka form for sveving? I såfall korfor?

Oppgave 2

a) (10 poeng)
Skriv opp uttrykket for klassisk energi for eit elektron som beveger seg i avstand r frå eit fast punkt med positiv ladning, og utlei av dette Schrödingerlikninga for hydrogenatomet.
Beskriv deretter kvalitativt elektrontilstandane og energinivåa for H-atomet.

b) (8 poeng)
Ein tenkeleg (men feilaktig) modell for H-atomet kunne vere at elektronet var bunde med ei elastisk fjær til atomet, dvs. hadde eit potensial av form

$$U(r)=\frac{1}{2}Kr^2 \qquad \text{der K er fjærkonstanten.}$$

Still opp Schrödingerlikninga for det tilsvarande ein-dimensjonale tilfellet og påvis at ein bølgjefunksjon av form

$$\psi_1 = A_1 \cdot x e^{-\beta x^2}$$

er ei mulig løysing. Bestem at energien er $E_1 = \frac{3}{2}\hbar\sqrt{\frac{K}{m}}$

c) (7 poeng)
Dersom oscillatormodellen er antatt å gjelde for energiar opp til ionisasjons-energien U_0 = 13,6 eV for H-atomet, kor mange kvantetilstandar har systemet med energiar mindre enn U_0, når K = 6,8 J/m^2?
Korleis samsvarar dette med modellen i spørsmål 2a)?

Oppgave 3 Svar på fire av dei fem oppgavene.

a) (10 poeng)
Piano-stemmaren har med seg ein kalibrert stemmegaffel som svinger med frekvens 512 Hz.
Korleis må han/ho gå fram for å få ein bestemt streng til å svinge med denne frekvensen, når han hører ei sveving med frekvens 3 Hz (når han set stemmegaffelen og strengen samtidig i svingingar)?
Kor stor prosentvis endring av stramminga må han gjere?

b) (10 poeng)
Eit eindimensjonalt kvantemekanisk system er oppgitt å ha bølgjefunksjonen

$$\psi = \begin{cases} A\cdot e^{-ax} & \text{for} \quad x>0 \\ A\cdot e^{+ax} & \text{for} \quad x<0 \end{cases} \qquad (a>0)$$

Bestem konstanten A uttrykt ved a dersom ψ er normalisert, og finn uttrykk for forventingsverdien av x^2. Utval av integral i Vedlegg 1.

c) (10 poeng)
Beskriv kort foto-elektrisk effekt. I kva forstand er effekten i strid med klassisk fysikk, men i samsvar med kvantefysikk?

d) (10 poeng)
Bølgjer i eit medium er oppgitt å ha ein frekvensavhengig bølgjefart etter formelen

$$v = v_0 - a\omega^2 \quad \left(\text{for } \omega < \sqrt{\frac{v_0}{a}}\right)$$

der v_0 og a er kjende konstantar. Uttrykk gruppefarten v_g i mediet som funksjon av vinkelfrekvensen ω.

e) (10 poeng)
Forklar kva ein meiner med begrepet Fermi-energi (E_F) for metall, og kva ein forstår med Fermi-energi for intrinsiske halvleiarar.

Vedlegg 1 Tabell over enkelte integral

Table A.3: Some useful definite integrals.

$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$ (n integer)	
$\int_0^\infty \frac{xe^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^2}{6} - 1$	$\int_0^\infty \frac{x^3 e^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$
$\int_0^\infty \frac{dx}{1 + e^x} = \ln 2$	$\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\pi}$
$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$	$\int_0^\infty xe^{-x^2} dx = \frac{1}{2}$
$\int_0^\infty x^2 e^{-x^2} dx = \frac{1}{4}\sqrt{\pi}$	$\int_0^\infty x^3 e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}$
$\int_0^\infty x^4 e^{-x^2} dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}$	$\int_0^\infty x^5 e^{-x^2} dx = 1$
$\int_0^\infty x^6 e^{-x^2} dx = \frac{15}{16}\sqrt{\pi}$	$\int_0^\infty x^7 e^{-x^2} dx = 3$
$\int_0^\infty x \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \left(\frac{a}{\pi}\right)^2 \int_0^\pi \zeta \sin^2\zeta \, d\zeta = \frac{a^2}{4}$	