Norges teknisk-naturvitskapelege universitet
Institutt for fysikk

Fagleg kontakt under eksamen:
Namn: Emil J. Samuelsen
Tlf.: 93412

EKSAMEN I FAG SIF4022 FYSIKK 2

Mandag 12. august 2002
Tid: 0900 – 1400

Sensurfrist 31.8 2002

Tillatte hjelpemiddel: Type C, Rottmann: Matematisk formelsamling.
Enkel lommekalkulator

Ein integraltabell finst i Vedlegg 1.
For oppgave 3 skal kandidaten velje å svare på fire av dei fem deloppgavene.

Oppgitte formlar og data:

Mekaniske bølgjer

Effekt: $P = \frac{1}{2}\mu A^2\omega^2 v$ Fart: $v = (S/\mu)^{\frac{1}{2}}$

Lydbølgjer

Fart: Fluidum: $v = (K/\rho_0)^{\frac{1}{2}}$, Ideell gass: $K = \gamma p_0$, Faststoff: $v = (G/\rho)^{\frac{1}{2}}$ og $(E/\rho)^{\frac{1}{2}}$

Intensitet: $I = \frac{1}{2}\rho_0 s_m^2 \omega^2 v = \frac{1}{2}\cdot\frac{p_m^2}{\rho_0 v}$

Doppler-effekt:

klassisk: v_D og v_s er valde positive i same retning: $f' = f\frac{1 - v_D/v}{1 - v_s/v}$

relativistisk: $f' = f\cdot\left(\frac{1 - v/c}{1 + v/c}\right)^{\frac{1}{2}}$

Maxwells likningar:

$$\int \varepsilon_r \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \;;\; \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0 \;;\; \int \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \;;\; \int \frac{1}{\mu_r}\vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\left(I + \varepsilon_0\cdot\frac{d\Phi_c}{dt}\right)$$

Interferens: N- bõlgjer $I = I_0 \left(\dfrac{\sin \frac{\phi}{2} N}{\sin \frac{\phi}{2}} \right)^2$ der ϕ er fasevinkelforskjell mellom nabobølgjer.

Diffraksjon: Enkeltspalte $I = I_0 \left(\dfrac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ der $\alpha = \dfrac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$ ved loddrett innfall.

FYSISKE KONSTANTAR

gravitasjonskonstanten	G, f	=	$66{,}72$ pN $\cdot$ m^2/kg^2
standard tyngdeakselerasjon	g_n	$\overset{\text{def}}{=}$	$9{,}806\ 65$ m/s^2
lysfarten i tomt rom	c	=	$299{,}792\ 458$ Mm/s
tomromspermeabiliteten	μ_0	$\overset{\text{def}}{=}$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m = $1{,}256\ 637\ 061\ 44$ μH/m
tomromspermittiviteten	ε_0	=	$(c^2\ \mu_0)^{-1} = 8{,}854\ 187\ 82$ pF/m
elementærladningen	e	=	$1{,}60\ 2189\ \ 10^{-19}$ C
	e'	=	$4{,}803\ 242 \cdot 10^{-10}$ ese
Planck-konstanten	h	=	$6{,}626\ 18 \cdot 10^{-34}$ Js = $4{,}135\ 70$ feV $\cdot$ s
	$\hbar$	=	$h/2\pi = 1{,}054\ 589 \cdot 10^{-34}$ Js
			= $0{,}658\ 218$ feV $\cdot$ s
molar gasskonstant	R	=	$8{,}314\ 41$ J/(mol $\cdot$ K)
molart volum for idealgass ved			
$p_0 = 1$ atm	V_0	=	$RT_0/p_0 = 22{,}4138$ dm^3/mol
= 101,325 kPa			
og $T_0 = 273{,}15$ K			
Avogadro-konstanten	N_A	=	$6{,}022\ 045 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Boltzmann-konstanten	k_B	=	$R/N_A = 1{,}380\ 66 \cdot 10^{-23}$ J/K
Faraday-konstanten	F	=	$N_A e = 96{,}484\ 56$ kC/mol
Stefan-Boltzmann-konstanten	σ	=	$\pi^2 k^4/(60\ \hbar^3\ c^2) = 56{,}703$ nW/(m^{2}K^4)
finstrukturkonstanten	α	=	$\mu_0\ ce^2/2h = e'^2/(\hbar c)$
		=	$1/137{,}036\ 04 = 7{,}297\ 351 \cdot 10^{-3}$
Rydberg-konstanten	R_∞	=	$e^4\ m_e/(8\ \varepsilon_0^2 h^3\ c) = 1{,}097\ 373\ 18 \cdot 10^7$ m^{-1}
Bohr-radien	a_0	=	$4\pi\ \varepsilon_0\ \hbar^2/(m_e e^2) = \alpha/(4\pi\ R_\infty) = \hbar^2/(m_e e'^2)$
		=	$52{,}917\ 71$ pm
elektronradien	r_e	=	$\mu_0 e^2/(4\pi m_e) = e'^2/(m_e c^2) = 2{,}817\ 938$ fm
atommasseenheten	u	$\overset{\text{def}}{=}$	$\dfrac{10^{-3}}{N_A}$ kg / mol = $1{,}660\ 566 \cdot 10^{-27}$ kg
elektronet	m_e	=	$9{,}10\ 9530 \cdot 10^{-31}$ kg
protonet	m_p	=	$1{,}672\ 649 \cdot 10^{-27}$ kg
nøytronet	m_n	=	$1{,}674\ 954 \cdot 10^{-27}$ kg
hydrogenatomet	$m(^1H)$	=	$1{,}673\ 559 \cdot 10^{-27}$ kg
deuteriumatomet	$m(^2H)$	=	$3{,}344\ 548 \cdot 10^{-27}$ kg
heliumatomet	$m(^4He)$	=	$6{,}646\ 585 \cdot 10^{-27}$ kg

Oppgave 1

a) (10 poeng)
Ein stråle av planbølgjer av lys med bølgjelengd $\lambda = 632{,}8$ nm blir sendt loddrett inn mot eit plant optisk gitter (stort antall smale opningar) med avstand $d = 5\ \mu m$ mellom opningane. Bestem avbøyingsvinkelen θ for minst to av dei diffrakterte bølgjene. Kor mange diffraksjonsmaksima blir der i alt?

b) (10 poeng)
Forklar kva ein forstår med ***stående bølgjer***, og beskriv og bevis matematisk at ein kan oppfatte ei stående bølgje som ein sum av to lineære, harmoniske bølgjer. Utlei avstanden mellom knutar, uttrykt ved bølgjelengda.

c) (10 poeng)
Drøft kva som skjer dersom ein plasserer eit plant gitter (for elektro-magnetiske bølgjer) med gitterplanet loddrett på strålen i eit område der det er ståande elektromagnetiske bølgjer. Har det betydning akkurat kor gitteret blir plassert?

Oppgave 2
Kvantemekanisk partikkel i kvadratisk og i firkanta potensial:

a) (10 poeng)
Ein kvantemekanisk partikkel med masse m i eit kvadratisk potensial $U(x) = \frac{1}{2}Kx^2$ ("ein harmonisk oscillator") har eigen-energiar

$$E_n = \left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{K}{m}}, \quad (n = 0,1,2\cdots),$$ og tilhørande eigen-funksjonar

$$\psi_{n=0} = A_0\, e^{-\beta x^2}$$

$$\psi_{n=1} = A_1\, x\, e^{-\beta x^2}$$

for dei to lågaste energi-tilstandane, der $\beta = (mK)^{\frac{1}{2}}/(2\hbar)$.

Still opp Schrødinger-likninga for partikkelen og vis at bølgjefunksjonane og energi-uttrykka stemmer *for første eksiterte tilstand.*

b) (10 poeng)
Skriv opp uttrykket for sannsynlighetsfordelinga P(x) for partikkelen under punkt a) *når den er i første eksiterte tilstand*, og lag ei skisse av P(x). Koordinatane for minste og største sannsynlighet bli slik: x_{min} blir 0 og $\pm\infty$ for der det er minst sannsynleg, og x_{maks} blir $\pm\ (2\beta)^{-½}$ for der det mest sannsynleg at partikkelen er. Vis at det stemmer.

c) (10 poeng)
Ein annan partikkel, også med masse m, er er i ein firkant-brønn med brønn-breidd L (dvs. potensialet $U(x) = \infty$ for området av x utanfor brønnen, og $U(x) = 0$ innafor brønnen). Kor stor må L vere (uttrykt ved β) for at koordinaten for størst sannsynleghet P(x) ved *første eksiterte tilstand* skal ligge ved same x (målt frå midt i potensialet) for dei to tilfella?

Oppgave 3 Svar på <u>fire</u> av dei fem oppgavene.

a) (10 poeng)
Eit medium for bølgjer er oppgitt å vere dispersivt, med følgjande relasjon mellom bølgjefart v og vinkelfrekvens ω ($\omega > 0$):

$$v = \frac{v_0}{1 + c\omega}$$

der v_0 og c er konstante parameter. Skissér dispersjonsrelasjonen (dvs. ω som funksjon av bølgje-repetens).
Utlei uttrykk for gruppefarten v_g som funksjon av vinkelfrekvensen ω.

b) (10 poeng)
Eit eindimensjonalt kvantemekanisk system er oppgitt å ha bølgjefunksjonen

$$\psi = \begin{cases} A \cdot e^{-ax} & \text{for} \quad x > 0 \\ A \cdot e^{+ax} & \text{for} \quad x < 0 \end{cases} \qquad (a > 0)$$

Bestem konstanten A uttrykt ved a dersom ψ er normalisert, og finn uttrykk for forventingsverdien av x^2. Utval av integral i Vedlegg 1.

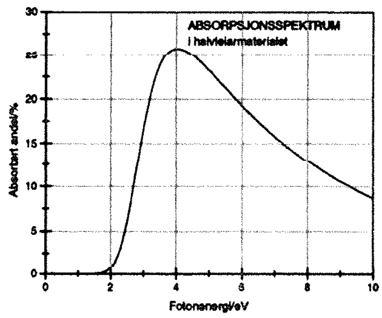
c) (10 poeng)
Beskriv kort korleis ein kan forstå hovudtrekka i det periodiske systemet av grunnstoffa utifrå den kvantemekaniske beskrivelsen av hydrogen-atomet.

d) (10 poeng)
Det blir skapt ein elektronstråle ved at elektron blir akselerert av ei elektrisk spenning på V = 130 volt. Etter akselerasjonen er strålen einsretta.

Strålen blir sendt inn mot eit krystall-gitter som inneheld gitterplan med planavstand d. Forklar korfor elektronstrålen vil gjennomgå ein diffraksjonsprosess, og rekn ut tre mulige vinklar mellom innfallande og diffraktert stråle-retningar. når d = 0.18 nm.

e) (10 poeng)
Ei tynn skive av eit halvleiararmateriale absorberer lys (som funksjon av foton-energien for lyset, målt i *eV*) som vist på figuren. Kan ein av figuren ha begrunna meining om kor stort bandgapet E_g er? Grunngi svaret.

Kva er bølgjelengda for lyset der absorpsjonen er størst?



Vedlegg 1 Tabell over enkelte integral

Table A.3: Some useful definite integrals.

$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$ (n integer)	
$\int_0^\infty \frac{xe^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^2}{6} - 1$	$\int_0^\infty \frac{x^3 e^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$
$\int_0^\infty \frac{dx}{1 + e^x} = \ln 2$	$\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\pi}$
$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$	$\int_0^\infty xe^{-x^2} dx = \frac{1}{2}$
$\int_0^\infty x^2 e^{-x^2} dx = \frac{1}{4}\sqrt{\pi}$	$\int_0^\infty x^3 e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}$
$\int_0^\infty x^4 e^{-x^2} dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}$	$\int_0^\infty x^5 e^{-x^2} dx = 1$
$\int_0^\infty x^6 e^{-x^2} dx = \frac{15}{16}\sqrt{\pi}$	$\int_0^\infty x^7 e^{-x^2} dx = 3$
$\int_0^\infty x \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \left(\frac{a}{\pi}\right)^2 \int_0^\pi \zeta \sin^2 \zeta d\zeta = \frac{a^2}{4}$	