Norges teknisk-naturvitskapelege universitet
Institutt for fysikk

Fagleg kontakt under eksamen:
Navn: Emil J. Samuelsen
Tlf.: 93412

EKSAMEN I FAG SIF4022 FYSIKK 2

Tirsdag 7. desember 1999
Tid: 0900 – 1400

Tillatte hjelpemiddel: Rottmann: Mathematisk formelsamling.
Lommekalkulator

For oppgave 3 skal kandidaten velje å svare på fire av dei seks deloppgavene.

Oppgitte formlar og data:

Mekaniske bølgjer

Effekt: $P = \frac{1}{2}\mu A^2\omega^2 v$

Lydbølgjer

Fart: Fluidum: $v = (K/\rho_0)^{\frac{1}{2}}$, Ideell gass: $K = \gamma p_0$, Faststoff: $v = (G/\rho)^{\frac{1}{2}}$ og $(E/\rho)^{\frac{1}{2}}$

Intensitet: $I = \frac{1}{2}\rho_0 s_m^2 \omega^2 v = \frac{1}{2}\cdot\frac{p_m^2}{\rho_0 v}$

[illegible] D.

Doppler-effekt:

klassisk: v_D og v_s er valde positive i same retning: $f' = f\,\frac{1-v_D/v}{1-v_s/v}$

relativistisk: $f' = f\cdot\left(\frac{1-v/c}{1+v/c}\right)^{\frac{1}{2}}$

Maxwells likningar:

$$\int \varepsilon_r \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \;;\; \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0 \;;\; \int \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \;;\; \int \frac{1}{\mu_r}\vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\left(I + \varepsilon_0\cdot\frac{d\Phi_c}{dt}\right)$$

Interferens: N- bõlgjer $I = I_0 \left(\dfrac{\sin \frac{\phi}{2} N}{\sin \frac{\phi}{2}} \right)^2$ der ϕ er fasevinkelforskjell mellom nabobølgjer.

Diffraksjon: Enkeltspalte $I = I_0 \left(\dfrac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ der $\alpha = \dfrac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$ ved loddrett innfall.

FYSISKE KONSTANTAR

gravitasjonskonstanten	G, f	=	$66{,}72 \text{ pN} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
standard tyngdeakselerasjon	g_n	$\stackrel{\text{def}}{=}$	$9{,}806\ 65 \text{ m/s}^2$
lysfarten i tomt rom	c	=	$299{,}792\ 458 \text{ Mm/s}$
tomromspermeabiliteten	μ_0		$\stackrel{\text{def}}{=}$ $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} = 1{,}256\ 637\ 061\ 44\ \mu\text{H/m}$
tomromspermittiviteten	ε_0		$= (c^2 \mu_0)^{-1} = 8{,}854\ 187\ 82 \text{ pF/m}$
elementærladningen	e	=	$1{,}60\ 2189\ \ 10^{-19} \text{ C}$
	e'	=	$4{,}803\ 242 \cdot 10^{-10}$ ese
Planck-konstanten	h	=	$6{,}626\ 18 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4{,}135\ 70 \text{ feV} \cdot \text{s}$
	$\hbar$	=	$h/2\pi = 1{,}054\ 589 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
			$= 0{,}658\ 218 \text{ feV} \cdot \text{s}$
molar gasskonstant	R	=	$8{,}314\ 41 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$
molart volum for idealgass ved			
$p_0 = 1$ atm	V_0	=	$RT_0/p_0 = 22{,}4138 \text{ dm}^3/\text{mol}$
$= 101{,}325$ kPa			
og $T_0 = 273{,}15$ K			
Avogadro-konstanten	N_A	=	$6{,}022\ 045 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Boltzmann-konstanten	k_B	=	$R/N_A = 1{,}380\ 66 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
Faraday-konstanten	F	=	$N_A e = 96{,}484\ 56 \text{ kC/mol}$
Stefan-Boltzmann-konstanten	σ	=	$\pi^2 k^4/(60\, \hbar^3 c^2) = 56{,}703 \text{ nW/(m}^2\text{K}^4)$
finstrukturkonstanten	α	=	$\mu_0 c e^2/2h = e'^2/(\hbar c)$
		=	$1/137{,}036\ 04 = 7{,}297\ 351 \cdot 10^{-3}$
Rydberg-konstanten	R_∞	=	$e^4 m_e/(8\, \varepsilon_0^2 h^3 c) = 1{,}097\ 373\ 18 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
Bohr-radien	a_0	=	$4\pi\, \varepsilon_0\, \hbar^2/(m_e e^2) = \alpha/(4\pi R_\infty) = \hbar^2/(m_e e'^2)$
		=	$52{,}917\ 71$ pm
elektronradien	r_e	=	$\mu_0 e^2/(4\pi m_e) = e'^2/(m_e c^2) = 2{,}817\ 938$ fm
atommasseenheten	u	$\stackrel{\text{def}}{=}$	$\dfrac{10^{-3}}{N_A} \text{kg/mol} = 1{,}660\ 566 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
elektronet	m_e	=	$9{,}10\ 9530 \cdot 10^{-31}$ kg
protonet	m_p	=	$1{,}672\ 649 \cdot 10^{-27}$ kg
nøytronet	m_n	=	$1{,}674\ 954 \cdot 10^{-27}$ kg
hydrogenatomet	$m(^1\text{H})$	=	$1{,}673\ 559 \cdot 10^{-27}$ kg
deuteriumatomet	$m(^2\text{H})$	=	$3{,}344\ 548 \cdot 10^{-27}$ kg
heliumatomet	$m(^4\text{He})$	=	$6{,}646\ 585 \cdot 10^{-27}$ kg

Oppgave 1

a) Utlei bølgjelikninga for bølgjer på ei snor (eller ein streng) som har stramming ("tension") S og lineær massetetthet μ (i kg/m).

b) Skriv opp bølgjelikninga i tre dimensjonar for generell bølgje med bølgjefart v (generalisering frå ein-dimensjonalt tilfelle), og vis *enten* at den gjeld for ei harmonisk planbølgje, *eller* for ei harmonisk kulebølgje (der amplituden avtar som den inverse av avstanden r frå bølgjesentret).

c) Tre like kulebølgjekjelder er plasserte etter kvarandre på ei linje med avstand d mellom den midtre og dei to andre. (Vi kan velje eit koordinatsystem med origo i den midterste kjelda og z-akse langs sambandslinja mellom kjeldene.) Bølgjene har same vinkelfrekvens ω, og blir utsendte i fase.

Utlei uttrykk for resulterande intensitet i store avstandar $r >> d$ frå bølgjekjeldene, og drøft kort korleis intensiteten vil fordele seg som funksjon av retningane (bruk gjerne skisser).

d) Eit optisk gitter består av ei gjennomskinneleg plate dekt med eit tynt lag av absorberande stoff som der er laga smale, parallelle striper i, med stripetetthet N striper per mm ($N >> 1$). To parallelle, men uavhengige, monokromatiske lysstrålar, av utstrekning 1 mm, med bølgjelengder λ_1 og λ_2, blir sendte loddrett inn mot plata slik at dei treffer same området på plata. Strålane er like sterke.

Finn minste avbøyingsvinkel θ_{min} for at dei diffrakterte strålane av dei to bølgjelengdene er oppløyste frå kvarandre (dvs. slik at ein akkurat kan identifisere dei), når $N = 500$ og $\lambda_1 = 588$ nm, $\lambda_2 = 599$ nm.

Oppgave 2

a) Eit elektron er plassert i ein *tre-dimensjonal* boks ("firkant-brønn") av kubisk form med sidekantar L. Potensialet utanfor boksen er uendeleg høgt.

Still opp tidsuavhengig Schrödinger-likning, og vis at løysinga ψ kan separerast i tre faktorar for tilsvarande ein-dimensjonale problem (Det krevst ikkje full utleiing med gjennom-rekning av alle detaljar, men ei klar antydning om framgangsmåten og kva form løysingane har).

b) Forklar kort kva ein meiner med Fermi-energien for elektron i metall, og forklar korleis ein kan utleie at frie-elektron-modellen gir eit uttrykk

$$E_F(0) = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n_e)^{2/3}$$

ved temperaturen $T = 0$.

c) Utlei at mulige energiar for elektronet i boksen etter oppgave 2a) blir av form

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\pi^2}{L^2} \cdot n^2$$

Rekn ut energien for grunntilstanden og første eksiterte tilstand når L = 1 nm (tallsvar i elektronvolt). Jamfør med Fermi-energien for eit metall med same elektrontetthet.

d) Beskriv kort fenomenet "kvantemekanisk tunnelering" (engelsk "tunnelling") av partiklar.

Oppgave 3 (Kandidaten skal svare på fire av dei seks deloppgavene)

a) Det blir skapt ein elektronstråle ved at elektron blir akselerert av ei elektrisk spenning på V = 100 volt. Etter akselerasjonen er strålen einsretta.

Strålen blir sendt inn mot eit krystall-gitter som inneheld gitterplan med planavstand d.

Forklar korfor elektronstrålen vil gjennomgå ein diffraksjonsprosess, og rekn ut tre mulige vinklar mellom innfallande og diffraktert stråle-retningar, når d = 0,18 nm.

b) Beskriv bølgjefunksjonane ("orbitalane") for hydrogen-atomet i tilstandane n = 1 og n = 2, og forklar korleis dei dannar utgangspunkt for å forstå kovalente kjemiske bindingar.

c) Ein bølgjepuls har gaussisk form $f(t) = A \cdot e^{-a(t-t_0)^2}$. Pulsbreidda kan representerast ved Δt = breidda ved halve maksimalverdien.

Vis at pulsen svarar til ein gaussisk frekvensfordeling, og at med frekvensbreidda $\Delta\omega$ definert tilsvarande, gjeld at $\Delta t \cdot \Delta\omega \simeq 2\pi$, (i samsvar med "bandbreidde-teoremet").

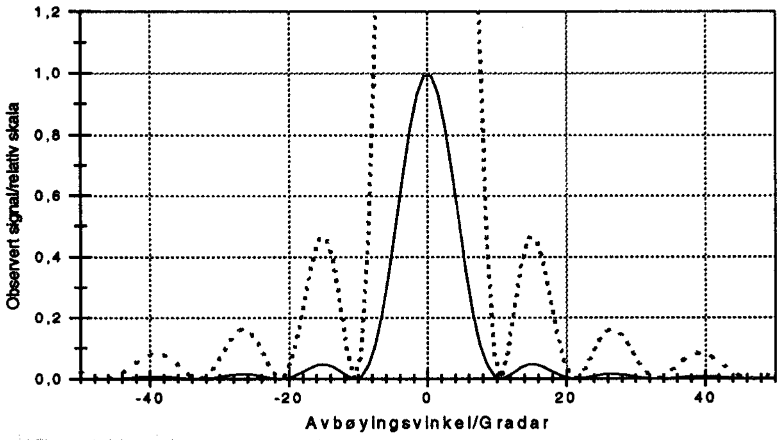
d) Eit materiale i form av elastiske stavar har bølgjefart v = 5300 m/s. To slike stavar, med litt ulike lengder L_1 = 100 cm og L_2 = 99 cm, er begge oppspente i midtpunkta sine, med endane frie.

Bestem frekvensane for dei bølgjefenomena ein kan observere når dei to oppspente stavane samtidig blir sette i svingingar i luft.

e) Koherent lys med bølgjelengd λ = 514,5 nm blir sendt loddrett inn mot ein skjerm som har ei spalte med opning d. Lysmønstret ein observerer i lang avstand bak skjermen er vist på figuren (neste side).

Kva er verdien for d (omtrentleg)?

f) Sjå teksten i oppgave 3e): Utlei ein formel som beskriv intensiteten i figuren.



Til oppgave 3e) og 3f): Heil kurve: Observert signal. Prikka kurve: Observert signal multiplisert med ein faktor 10.