NTNU **Institutt for fysikk**

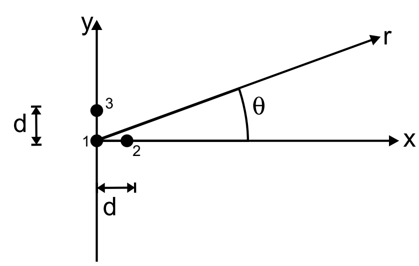
Faglig kontakt under eksamen:
Professor Arne Brataas
Telefon: 93647

Eksamen i TFY4170 Fysikk 2
Tirsdag 9. desember 2003
09:00–14:00

Tillatte hjelpemidler: Alternativ C
Godkjent lommekalkulator.
K. Rottman: *Matematisk formelsamling*
Barnett and Cronin: *Mathematical formulae*
Øgrim og Lian: *Størrelser og enheter i fysikk og teknikk*
Sist i dette oppgavesettet er det gitt noen relasjoner som muligens kan være til nytte under eksamen. Kandidaten må selv tolke disse.

Dette oppgavesettet er på 4 sider.

Oppgave 1.
Tre høytalere (1, 2, og 3) er plassert som vist på figuren nedenfor. Hver enkelt høytaler sender ut lydbølger med en effekt $P = 10\text{W}$ som fordeler seg likt i alle retninger. Vi kan regulere fasekonstanten til hver enkelt lydkilde (høytaler) og disse er ϕ_1, ϕ_2 og ϕ_3. Frekvensen er $f = 880\text{Hz}$ og lydhastigheten i luften er $v = 340\text{m/s}$. Avstanden mellom høytalerne er gitt ved $d = 1.0\text{m}$.



a) Finn intensiteten vi vil observere i en (stor) avstand $r = 1000\text{m}$ når bare høytaler nummer 1 er slått på.

Angi også lydstyrken (i desibel) i forhold til nedre hørselsgrense som er $I_0 = 10^{-12}\text{Wm}^{-2}$.

b) I denne del-oppgaven antar vi at alle høytalerne er slått på.

Utled hvordan intensiteten $I(\theta)$ vil variere med vinkelen θ (vinkelen mellom normalen til linjen som forbinder høytalerne 1 og 3 og observasjonsretningen) når en detektor blir flyttet på en sirkel med radius $r = 1000\text{m}$ rundt høytalerne.

c) Forklar hva vi forstår med stående bølger, og beskriv og vis matematisk at vi kan oppfatte stående bølger som en sum at to lineære, harmoniske bølger. Utled avstanden mellom knuter uttrykt ved bølgelengden.

d) Skriv opp bølgeligningen for en generell akustisk bølge i tre dimensjoner med bølgefart v (generalisering fra en-dimensjonalt tilfelle), og vis *enten* at den gjelder for en harmonisk planbølge eller at den gjelder for en harmonisk kulebølge (der amplituden avtar som den inverse av avstanden r fra bølgesenteret).

Oppgave 2.

Klassisk energi for en partikkel med masse m i en en-dimensjonal potensial-brønn kan skrives som

$$H(p, x) = \frac{p^2}{2m} + V(x), \tag{1}$$

der p er impulsen, x er posisjonen og $V(x)$ beskriver den potensielle energien i brønnen. Vi antar at brønnen er skarpt definert slik at partikkelen befinner seg innenfor et område fra $x = -a/2$ til $x = a/2$. Det betyr at $V(x) = 0$ inne i brønnen når $-a/2 < x < a/2$ og $V(x) \to \infty$ utenfor brønnen når $|x| > a/2$.

a) Vis *kort* hvordan vi ut ifra dette kan finne at den tidsavhengige Schrödinger-ligningen for denne partikkelen blir

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right]\psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t)\,. \tag{2}$$

b) Vi ser på stasjonære tilstander. Vi kan da separare variable slik at

$$\psi(x,t) = g(t)\Psi(x)\,. \tag{3}$$

Vis at den tidsavhengige Schrödinger ligningen kan skrives

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right]\Psi(x) = E\Psi(x)\,. \tag{4}$$

og bestem den tidsuavhengige funksjonen $g(t)$.

c) En partikkel befinner seg i dette potensialet i en tilstand beskrevet av bølgefunksjonen

$$\psi(x,t) = \Psi(x)g(t), \tag{5}$$

der

$$\Psi(x) = A\cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right), \tag{6}$$

når $|x| < a/2$, der $g(t)$ er en ukjent tidsavhengig funksjon, A er en normaliseringskonstant

$$A = \sqrt{\frac{2}{a}}, \tag{7}$$

n er et odde heltall, $n = 1, 3, 5 \ldots$ og $\Psi(x) = 0$ når $|x| > a/2$. Vi velger en normalisering av den tidsavhengige funksjonen slik at $|g(t)|^2 = 1$. Vis at egen-energien for denne tilstanden er

$$E = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2ma^2}\,. \tag{8}$$

Hva er uskarpheten til energien, dvs. hva er standardavvikket $\Delta E = \sqrt{\langle(E - \langle E\rangle)^2\rangle}$?

d) Finn forventningsverdien til posisjonen $\langle x \rangle$ og standardavvikket til posisjonen $\Delta x = \sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle}$ når $n = 1$.

Oppgave 3.

a) Vi studerer elektronets oppførsel i hydrogen-atomet. Schrödinger-ligningen er gitt ved

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \right] \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r})\,. \tag{9}$$

Hvilke kvante-tall beskriver elektronets tilstand og hvilken fysisk betydning har hvert av disse kvantetallene? Hvilke verdier kan disse kvante-tallene anta?

b) Beskriv *kort og presist* hva som menes med degenerasjon.

Vi antar at vi har et kvantesystem som er beskrevet av tre kvante-tall, n_1, n_2 og n_3, der $n_1 = 1, 2, 3 \ldots$, $n_2 = 1, 2, 3, \ldots$ og $n_3 = 1, 2, 3, \ldots$. Egenenergien er gitt ved

$$E_{n_1, n_2, n_3} = E_0 \left(n_1 + n_2 + n_3 \right) \,, \tag{10}$$

der E_0 er en system-avhengig konstant.

Anta at det befinner seg 10 partikler i systemet. Beskriv hvordan grunntilstanden til 10-partikkel-systemet ser ut når temperaturen er ved det absolutte nullpunkt, $T = 0$ når partiklene er henholdsvis fermioner og bosoner.

Hva blir total-energien for dette 10-partikkel systemet når partiklene er henholdsvis fermioner og bosoner?

c) Gi *kort og presis* greie for de viktigste bindingstypene i faste stoffer.

d) Gi *kort og presis* greie for ledere, isolatorer, halvledere, og superledere.

Oppgitt:

Noen integraler som kan være nyttige:

$$\int_0^{\pi/2} x\cos x dx = \frac{\pi}{2} - 1 \tag{11}$$

$$\int_0^{\pi/2} x\cos^2 x dx = \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4} \tag{12}$$

$$\int_0^{\pi/2} x^2\cos x dx = \frac{\pi^2}{4} - 2 \tag{13}$$

$$\int_0^{\pi/2} x^2\cos^2 x dx = \frac{\pi^3}{48} - \frac{\pi}{8} \tag{14}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n! \text{ (n er et heltall)} \tag{15}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{xe^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^2}{6} - 1 \tag{16}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \tag{17}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1 + e^x} dx = \ln 2 \tag{18}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\pi} \tag{19}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi} \tag{20}$$

$$\int_0^{\infty} xe^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \tag{21}$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{1}{4}\sqrt{\pi} \tag{22}$$

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \tag{23}$$

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi} \tag{24}$$

$$\int_0^{\infty} x^5 e^{-x^2} dx = 1 \tag{25}$$

$$\int_0^{\infty} x^6 e^{-x^2} dx = \frac{15}{16}\sqrt{\pi} \tag{26}$$

$$\int_0^{\infty} x^7 e^{-x^2} dx = 3 \tag{27}$$

$$\int_0^{\infty} x\sin^2(\frac{\pi x}{a}) dx = \frac{a^2}{4} \tag{28}$$