



Faglig kontakt under eksamen:  
Professor Arne Brataas  
Telefon: 73593647

### Eksamen i TFY4170 Fysikk 2

August 2006

?-?

Tillatte hjelpemidler: Alternativ C

Godkjent lommekalkulator.

K. Rottman: *Matematisk formelsamling*

Barnett and Cronin: *Mathematical formulae*

Sist i dette oppgavesettet er det gitt noen relasjoner som muligens kan være til nytte under eksamen. Kandidaten må selv tolke disse.

**Merk:** Hver del-oppgave teller like mye.

Dette oppgavesettet er på 2 sider.

#### Oppgave 1. Kvantemekanikk

Vi ser i denne oppgaven på en partikkel som kan bevege seg i én dimensjon og som er i en stasjonær tilstand. Vi antar at partikkelen er bundet av et kvadratisk potensial

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2, \quad (1)$$

der  $k$  er fjærkonstanten. Bølgefunksjonen skrives som  $\Psi(x, t) = \psi(x) \exp(-iEt/\hbar)$ , der  $E$  er energien til partikkelen,  $x$  er posisjonen,  $t$  er tiden,  $\hbar = h/(2\pi)$  og  $h$  er Plancks konstant. Vi ser på en tilstand der,  $\psi(x)$ , den romlige delen av bølgefunksjonen er gitt ved

$$\psi(x) = Ax \exp -\frac{x^2}{2a^2}, \quad (2)$$

$a$  er en konstant med dimensjon lengde og  $A$  er en normaliseringskonstant.

- Bestem konstanten  $a$  slik at bølgefunksjonen  $\psi(x)$  er en energi egentilstand. Hva er energien til partikkelen?
- Bestem normaliseringskonstanten  $A$ . Hva er forventningsverdien til posisjonen for denne partikkelen?

**Oppgave 2. Bølgefysikk**

- a) Vi ser på bølger som beveger seg i en retning. To ulike bølgekilder (1 og 2) gir opphav til de enkelte del-bølgene

$$f_1(x) = A_1 \exp kx - \omega t, \quad (3)$$

$$f_2(x) = A_2 \exp kx - \omega t, \quad (4)$$

der  $A_1$  er amplituden til den første bølgen,  $A_2$  er amplituden til den andre bølgen,  $k$  er bølgetallet og  $\omega$  er bølgefrequensen.

Hva blir intensiteten til den totale bølgen som er et resultat av de to bølgekildene dersom a) bølgeene er koherente og b) bølgeene er inkoherente?

- b) En bølge er gitt ved bølgefunksjonen

$$f(x) = \cos(b\sqrt{\omega}x - \omega t), \quad (5)$$

der  $\omega$  er frekvensen til bølgen og  $b$  er en konstant. Hva er bølgehastigheten og gruppehastigheten til bølgen? I hvilken retning beveger bølgen seg?

**Oppgave 3. Materialfysikk**

- a) Anta at vi har et system der de to laveste en-partikkel-tilstandene er henholdsvis  $\psi_1(\mathbf{r})$  med egen-energi  $E_1$  og  $\psi_2(\mathbf{r})$  med egen-energi  $E_2$ . Hva er den laveste egen-energien  $E$  og den tilhørende bølgefunksjonen  $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  for et to-partikkel-system med koordinater  $\mathbf{r}_1$  og  $\mathbf{r}_2$  dersom a) de to partiklene er bosoner og b) de to partiklene er fermioner. Vi ser bort fra partiklenes spinn.
- b) Vi skal studere et én-dimensjonalt metall av lengde  $L$  ved null temperatur. Vi ser bort fra elektronets spinn og antar at elektronene ikke vekselvirker med hverandre. Elektron-tilstandene er gitt ved

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp ikx \quad (6)$$

og vi benytter periodiske grensebetingelser slik at vi krever  $\psi(x) = \psi(x + L)$ . Hva er tettheten av tilstander på Fermi-nivået for dette metallet?

**Oppgitt:**

Noen integraler som kan være nyttige:

$$\int_{-\infty}^{\infty} du \exp -u^2 = \sqrt{\pi} \quad (7)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} du u^2 \exp -u^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \quad (8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} du u^4 \exp -u^2 = \frac{3}{4} \sqrt{\pi} \quad (9)$$