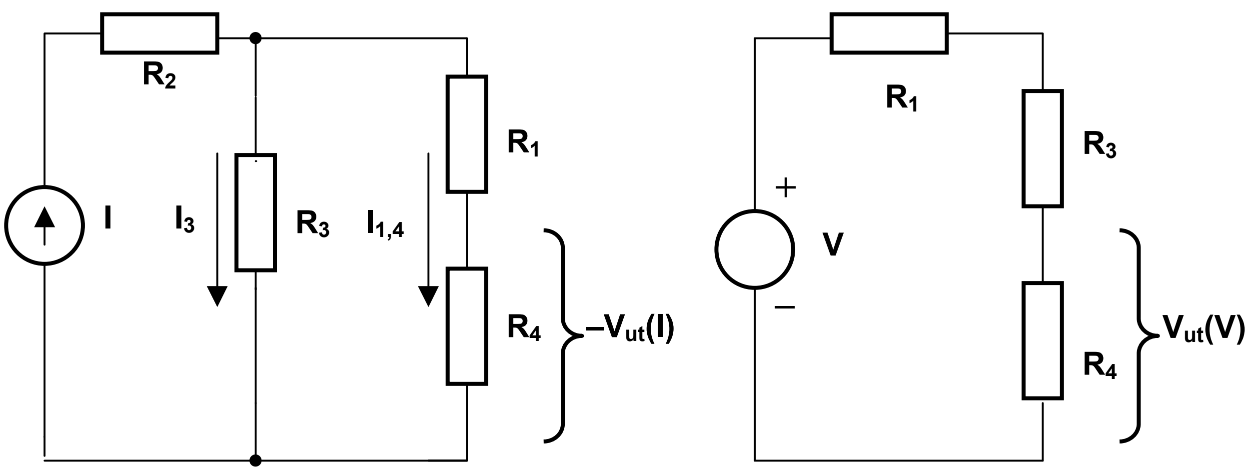
Løsningsforslag, examen 17. desember 2010

1)

Dette er et lineært nettverk, så vi kan bruke superposisjon. Vi ser på bidraget fra strøm og spenning hver for seg. Ekvivalentskjemaene er vist under.



Når vi skal finne bidraget fra strømmen (skjemaet til venstre), regnes spenningskilden som en kortslutning. Utspenningen blir da bestemt av strømmen $I_{1,4}$ i motstanden R_4 . Den finnes ved strømdeling, analogt til spenningsdeling, da $I = I_3 + I_{1,4}$

$$I_{1,4} = I \frac{R_3}{R_1 + R_3 + R_4}$$

Fortegnet på spenningsbidraget blir gitt av strømretningen:

$$V_{ut}(I) = -I_{1,4} R_4 = -I \frac{R_3 R_4}{R_1 + R_3 + R_4}$$

Bidraget fra spenningskilden finnes ved å erstatte strømkilden med en åpen krets, og vi får spenningsdeleren til høyre.

$$V_{ut}(V) = V \frac{R_4}{R_1 + R_3 + R_4}$$

og utspenningen blir

$$\underline{\underline{V_{ut} = \frac{R_4}{R_1 + R_3 + R_4}\left(V - R_3 I\right)}}$$

Legg merke til at med den gitte strømretningen vil bidraget fra strømmen ha motsatt fortegn av spenningsbidraget, og svaret må være slik at det er mulig at $V_{ut} = 0$
Motstanden R2 står i serie med en ideell strømkilde, og den får ingen innflytelse på resultatet.

2)

Når V = 0 kan vi se på brua som to spenningsdelere, $Z_4\ Z_X$ og $Z_3\ Z_2$. De må dele i samme forhold:

$$\frac{Z_X}{Z_X + Z_4} = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} \quad , \qquad \text{da er} \qquad \underline{\underline{\frac{Z_4}{Z_X} = \frac{Z_3}{Z_2}}}$$

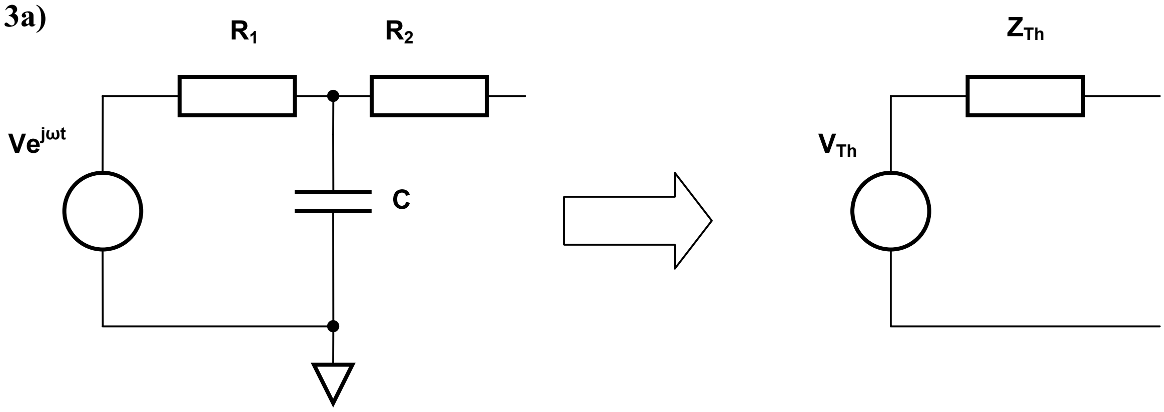
innsatt for impedansene:

$$R_4\left(\frac{1}{R_X} + j\omega C_X\right) = \left(R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}\right) j\omega C_2$$

$$\frac{R_4}{R_X} + j\omega R_4 C_X = \frac{C_2}{C_3} + j\omega R_3 C_2$$

både realdeler og imaginærdeler må være like: $\underline{\underline{R_X = R_4 \frac{C_3}{C_2}}}$ og $\underline{\underline{C_X = C_2 \frac{R_3}{R_4}}}$

3a)



Inngangskretsen er vist i figuren over til venstre. Det går åpenbart ingen strøm i R_2, og Theveninspenningen blir gitt av en epenningsdeler. Bruker for enkelhets skyld $Ve^{j\omega t} = V$

$$V_{Th} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} V = \underline{\underline{\frac{V}{1 + j\omega R_1 C}}}$$

Theveninimpedansen er impedansen "sett inn i kretsen" med speningskilden kortsluttet. Det blir R_2 i serie med parallellkoplingen av R_1 og C :

$$Z_{Th} = R_2 + \frac{\frac{R_1}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = \underline{\underline{R_2 + \frac{R_1}{j\omega R_1 C}}}$$

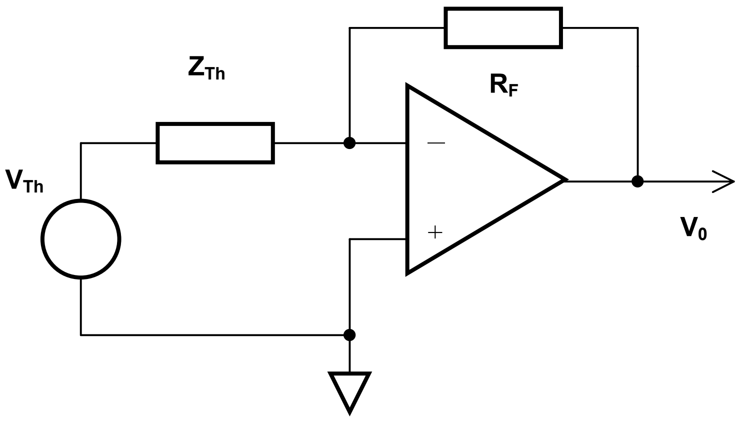
3b)

Den ekvivalente kretsen er vist til høyre. Det er en inverterende forsterker med

forsterkning $\frac{V_O}{V_{Th}} = -\frac{R_F}{Z_{Th}}$

Innsatt for V_{Th} blir forsterkningen for den opprinnelige kretsen

$$\frac{V_O}{V} = -\frac{R_F}{Z_{Th}} \frac{1}{1 + j\omega R_1 C}$$



Theveninimpedansen fra 3a) kan skrives som:

$$Z_{Th} = \frac{R_2 + j\omega R_1 R_2 C + R_1}{1 + j\omega R_1 C} = (R_1 + R_2) \frac{1 + j\omega \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C}{1 + j\omega R_1 C}$$

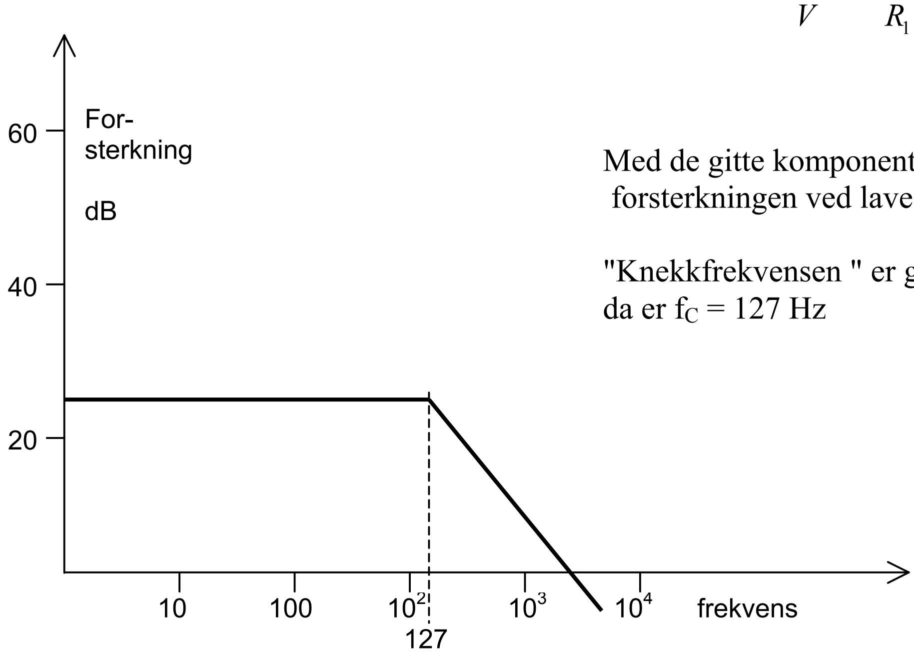
som gir forsterkningen
$$\underline{\underline{\frac{V_O}{V} = -\frac{R_F}{R_1 + R_2 + j\omega R_1 R_2}}}$$

3c)

Tidskonstanten gitt av C og parallellkoplingen av R_1 og R_2 gir en vinkelfrekvens $\omega_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}$

Forsterkningen fra 3b) kan skrives på en form som gjør skissering av Bodediagrammet enkelt

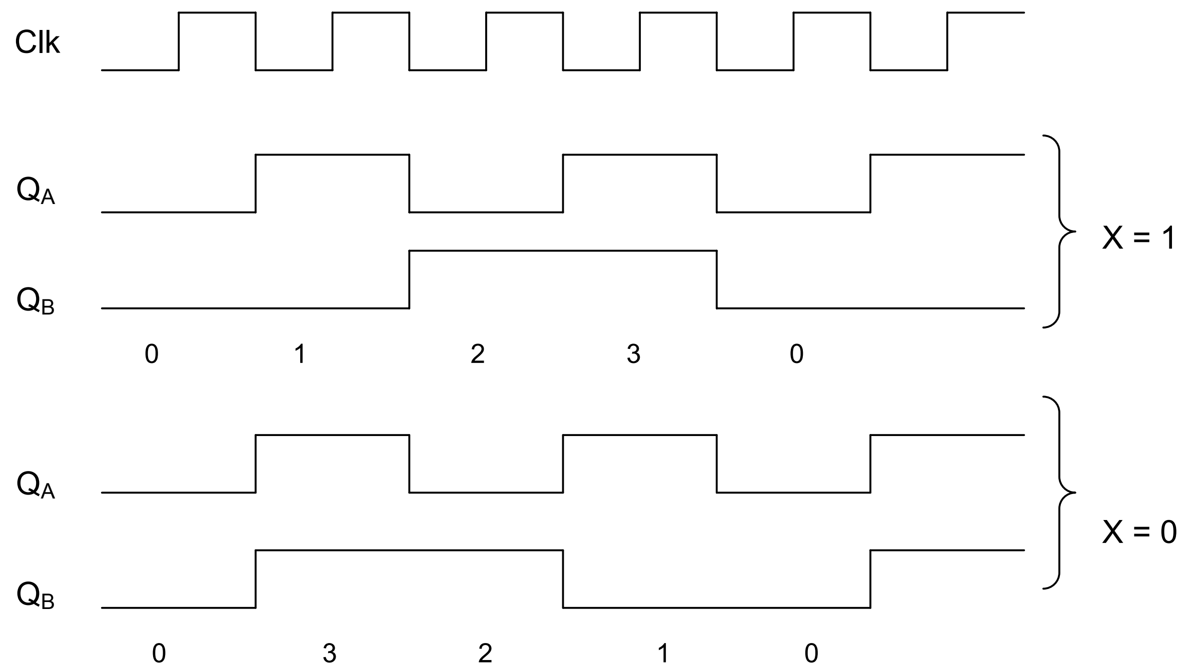
$$\frac{V_O}{V} = -\frac{R_F}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}}$$



Med de gitte komponentverdiene blir forsterkningen ved lave frekvenser 20 = 26 dB

"Knekkfrekvensen " er gitt av $\omega = \omega_2 = 800$ rad/s , da er $f_C = 127$ Hz

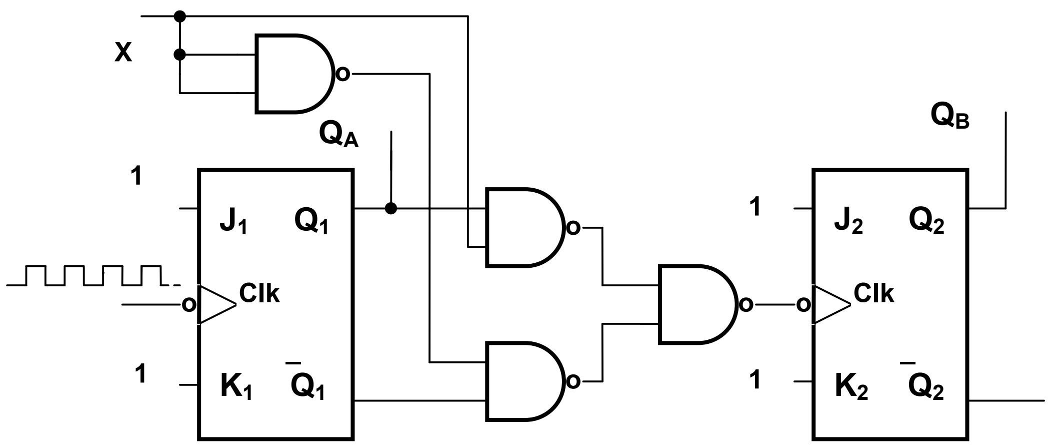
4a)



Figuren viser tellerutgangene for X = 1 og for X = 0. Når Q_A er minst signifikante bit og Q_B er mest signifikante, vil utgangene representere tallene gitt i figuren.
Det viser at for X = 1 teller telleren oppover, og for X = 0 nedover. Inngangen X styrer retningen.

Det logiske uttrykket for kretsen som styrer Clk til vippe 2 er $X\,Q_1 + \overline{X}\,\overline{Q_1}$
som er det samme som *NOT (X XOR Q₁)* , og det er igjen $\underline{\underline{X\ XOR\ \overline{Q_1}}}$
og man kunne brukt en enkelt port.

Alternativt kan man bruke NAND :



Bruker DeMorgan på ELLER-porten, og erstatter invertereren med IKKE-OG med like innganger.

Med NOR måtte man ha brukt fem porter.

4b)

Karnaugh-diagram er enklest, men det går også med algebra: Bruker først DeMorgan $\overline{A+D} = \overline{A}\,\overline{D}$

$$\overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}\,\overline{D} + \overline{B}\,\overline{D} + \overline{A}C\overline{D}$$ ekspanderer

$$\overline{A}\,\overline{B}D + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + \overline{A}B\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + A\overline{B}D + \overline{A}\,\overline{B}D + \overline{A}C\overline{D}$$ trekker sammen

$$\underline{\underline{\overline{A}\,\overline{D} + \overline{B}D}}$$

etter som $\overline{A}\,\overline{D} = \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}C\overline{D}$