UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK
Gruppe for anvendt optikk

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Hans M. Pedersen
Tlf.: 3587

EKSAMEN I FAG 74181 OPTIKK
Onsdag 9. desember 1992
Tid: kl. 0900–1300

Tillatte hjelpemidler:

Godkjent lommekalkulator
K. Rottmannn: Matematische Formelsammlung
C. Barrett, T.M. Cronin: Mathematical Formulae
K.J. Knutsen: Formler og data i fysikk

(Delspørsmålene har tilnærmet samme vekt)

Oppgave 1

Et avbildningssystem er beskrevet av systemmatrisen $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ som beskriver strålegangen mellom første og siste flate i systemet.

a) Finn elementene til matrisen $\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$ som beskriver strålegangen mellom et plan i en avstand d foran første flate i systemet og et annet plan en avstand d' etter siste flate i systemet.

b) Anta at vi har avbildning mellom de to planene i a). Hva vet vi da om elementene til $\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$? Hva blir den resulterende avbildningsmatrisen uttrykt ved forstørrelsen β og systemets fokallengde f?

c) Hvordan defineres systemets hovedplan H og H' ? Bruk resultatene fra a) og b) og vis at H er en avstand $h = (1-D)n/C$ foran systemets første flate, mens H' er en avstand $h' = (1-A)n/C$ etter systemets siste flate.

d) Skriv opp matrisen som beskriver strålegangen fra H til H'. Vi antar at vi har avbildning melom et plan i en avstand s foran H og et annet plan i en avstand s' etter H'. Skriv opp sammenhengen mellom s og s'.

e) Hvordan defineres apertureblende og feltblende for et avbildningssystem ? Forklar hva som menes med begrepene inngangs– og utgangspupille, og inngangs– og utgangsvindu.

Oppgave 2

To tynne linser L_1 og L_2 med fokallengder $f_1 = 20$ cm og $f_2 = 10$ cm står i luft (med brytningsindeks $n = 1$) med innbyrdes avstand $t = 10$ cm. De to linsene har innfatninger med diametre $D_1 = 2$ cm og $D_2 = 3$ cm. De brukes til å avbilde et selvlysende objekt (Lambertkilde) med radians $L = 20$ W/(m²·sr). Objektet står en avstand 90 cm foran L_1.

a) Bestem elementene i systemmatrisen $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ som beskriver strålegangen mellom første flate i L_1 og siste flate i L_2.

b) Hvor ligger hovedplanene H og H', og hva er systemets fokallengde f? Skisser systemet og merk av kardinalpunktene. Hvor ligger bildet, og hva er forstørrelsen avbildningen ?

c) Finn apertureblenden og feltblenden for avbildningen. Hvor ligger inngangs– og utgangspupillene. Hvor stort er billedfeltet, og hvor stor del av objektet avbildes ?

d) Finn irradiansen på aksen i bildet når vi antar 1% tap pr. brytende flate i systemet. Hvordan varierer irradiansen over billedfeltet i dette tilfellet?

e) Finn blendertallet F for avbildningen. Anta at bølglengden er $\lambda = 500$ nm. Hva er oppløsningsgrensen, og hvor mange billedpunkter kan vi oppløse etter Rayleighkriteriet ?

Oppgave 3

En koherent planbølge Ae^{ikz} belyser et objekt ved $z = 0$ med transmittansfunkjon

$$t(x,y) = [1 + \cos(2\pi y/d)]/2.$$

Anta at $d = 0.1$ mm og at bølgelengden er $\lambda = 500$ nm.

a) Bruk at $\cos\alpha = (e^{i\alpha}+e^{-i\alpha})/2$ og skriv opp yttrykket for det diffrakterte feltet for $z > 0$. Vis at dette består av 3 planbølger i ulike retninger.

b) Vis at i paraksialtilnærmeisen ($d >> \lambda$) kan det diffrakterte feltet skrives som:

$$Ae^{2\pi iz/\lambda}[1+e^{-i\pi\lambda z/d^2}\cos(2\pi y/d)]/2.$$

Det finnes uendelig mange plan (for $z > 0$) hvor dette diffrakterte feltet blir det samme som om det virkelige objektet hadde stått der og blitt belyst av bølgen Ae^{ik} (diffraksjonsavbildning). Finn posisjonene av disse planene (formel og tallsvar).

c) Det diffrakterte feltet avbildes av en linse med fokallengde $f = 10$ cm. Skisser intensitetsfordelingen i linsens bakre fokalplan. Finn posisjonene av eventuelle diffraksjonstopper?

d) Hva skjer med denne intensitetsfordelingen i linsens bakre fokalplan om vi forskyver objektet sidelengs i sitt eget plan slik at objekttransmittansen blir $t'(x,y) = t(x,y-a)$ hvor a er sideforskyvningen ?

Oppgitt:

Translasjonsmatrise for avstand d: $\begin{bmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matrise for strålegang gjennom tynn linse med fokallengde f: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -n/f & 1 \end{bmatrix}$

Irradians på aksen i billedplan: $E = \int L s_z d\Omega \approx L\Delta\Omega$

Blendertall: $F' = 1/(2\sin v_m') \approx 1/(2v_m')$

Rayleighkriteriet: $\Delta y' = 1.22\ \lambda F$.

Planbølge:

$$A\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_x x + k_y y + k_z z)}.$$

Her er $k_z = \sqrt{k^2 - k_x{}^2 - k_y{}^2} \approx k - (k_x{}^2 + k_y{}^2)/(2k)$, $k = 2\pi/\lambda$ og tilnærmelsen gjelder paraksialt.

Fourierrelasjoner:

$$\mathcal{F}\{t(x-a, y-b)\} = \mathcal{F}\{t(x,y)\}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_x a + k_y b)}$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{e}^{2\pi\mathrm{i}y/d}\} = (2\pi)^2\delta(k_x)\delta(k_y - 2\pi/d).$$