NORGES TEKNISK- NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK
Faglig kontakt under eksamen:
Hans M. Pedersen, tlf. 93587 (mobil: 48 26 55 19)

Kontinuasjonseksamen, SIF 4040: Optikk,

tirsdag 31. juli, 2001, tid: 09.00-13-00

Continuation Exam, SIF 4040: Optics,

Tuesday, July 31, 2001, time: 09.00-13.00

Innhold / Content:

I. Norsk oppgavetekst:

Tillatte hjelpemidler: B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til utarbeidet liste.
Rottmann: Matematische Formelsammlung
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae
Se også oppgitte formeler side 8.

Oppgave 1

Vi ser på paraksial strålegang gjennom en vannfylt, kuleformet glassbeholder med radius $R = 15$ cm. Beholderen står i luft (brytningsindeks $n = 1$) og virker som en tykk linse med tykkelse $t = 2R$. Tykkelsen av glassveggen kan neglisjeres og vi antar at vannet i beholderen har brytningsindeks $n' = 4/3$.

a) Beregn systemmatrisen for strålegang gjennom beholderen (fra første til siste verteksplan) og vis at fokallengden er $f = 2R$.

b) Bestem plasseringen av hovedplanene (H og H'), knutepunktene (N og N') og fokalpunktene (F og F ').

Et slik linse står utenfor Realfagbygget og brukes til å fokusere et bilde av solen på en krum skjerm. Vi ønsker å bruke vår linse til samme formål.

c) Hvorfor må skjermen være krum, og hvilken krumningsradius må velges?

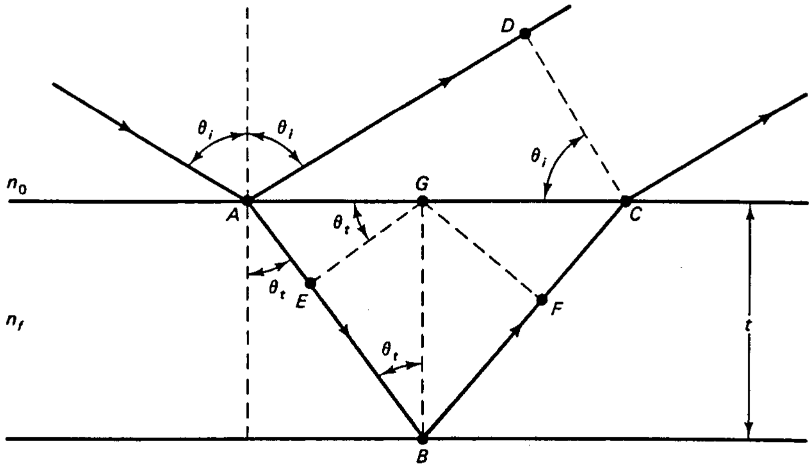
Hva er diameteren av det bildet som dannes på skjermen når solens vinkeldiameter antas lik 0.5^0?

Solens irradians på et plan loddrett på solstrålingen antas å være 1 kW/m^2. Videre antar vi at systemet har en effektiv inngangspupille (den del av tverrsnittsarealet som mottar stråler som fokuseres i det paraksiale bildet) med radius lik $R/2$. Vi neglisjerer alle andre tap.

d) Hvor stor effekt fokuseres og hva er irradiansen i bildet?

Oppgave 2

Figuren viser strålegang ved refleksjon fra en tynn film med tykkelse t.



a) Vis at gangforskjellen mellom de to reflekterte strålene er $\Delta = 2n_f t\cos\theta_t$.

Hva er den tilhørende faseforskjellen?

I det generelle tilfellet må vi ta med et uendelig antall indre refleksjoner.

b) Forklar hvordan man går fram for å finne at den resulterende refleksjonskoeffisienten er:

$$\frac{I_R}{I_I} = \frac{2r^2(1-\cos\delta)}{1+r^4-2r^2\cos\delta}.$$

hvor r er feltreflektansen ved ytre refleksjon.

c) Vis at transmisjonskoeffisienten kan skrives som: $T = \dfrac{I_T}{I_I} = \dfrac{1}{1+F\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$.

Finn F uttrykt ved r.

Skisser T som funksjon av δ for $r = 0.5$ og for $r = 0.9$.

d) I et Fabry-Perot interferometer velges F så høy som mulig. Hvis avstanden mellom transmisjonsmaksima er $\Delta\delta$ og halvverdibredden av et maksimum er $\delta_{1/2}$, så er instrumentets finesse definert som: $\Delta\delta/\delta_{1/2}$.

Beregn finessen for et Fabry-Perot interferometer med $r = 0.99$.

Oppgave 3

Et cosinusgitter har transmittansfunksjon

$$t(x, y) = \frac{1}{2}[1 + \cos(2\pi x / a)].$$

Objektet står i planet $z = 0$ og belyses med en plan bølge $E_0 = A\exp(ikz)$ i z retning.

a) Vis at feltet for $z > 0$ kan uttrykkes som en superposisjon av tre plane bølger i hver sine retninger. Skriv opp uttrykk for hver av disse bølgene.

Gitteret avbildes gjennom en tynn linse med fokallengde $f = 20$ cm. Linsen er plassert 40 cm bak objektet. Bølgelengden er $\lambda = 500$ nm og gitterkonstanten er $a = 0.01$ mm.

b) Hvordan blir intensitetsfordelingen i linsens bakre fokalplan?
Bestem plasseringen av alle diffraksjonsordenene.

c) Hvordan er intensitetsfordelingen i billedplanet?

d) Hva skjer med de to intensitetsfordelingene i b) og c) dersom gitteret sideforskyves et stykke Δx? Svarene skal begrunnes.

II. English text

Allowed tools: B2 - Calculator with empty memory, according to approved list.

Rottmann: Matematische Formelsammlung

Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

See also the formulas given on page 8.

Problem 1

We consider the paraxial ray-transfer through a water-filled, spherical glass bowl of diameter $R = 15$ cm. The bowl is in air (refractive index $n = 1$) and acts as a thick lens of thickness $t = 2R$. The thickness of the glass wall can be neglected and we assume that the water in the bowl has the refractive index $n' = 4/3$.

a) Compute the system matrix for the ray transfer through the bowl (from the first to the last vertex plane) and show that the focal length is $f = 2R$.

b) Determine the positions of the principal planes (H and H'), the nodal points (N and N'), and the focal points (F and F').

A lens of this type is situated outside the Realfagbygget and is used to focus an image of the sun onto a curved screen. We want to use our lens for the same purpose.

b) Why must we use a curved screen, and which radius of curvature must be chosen?

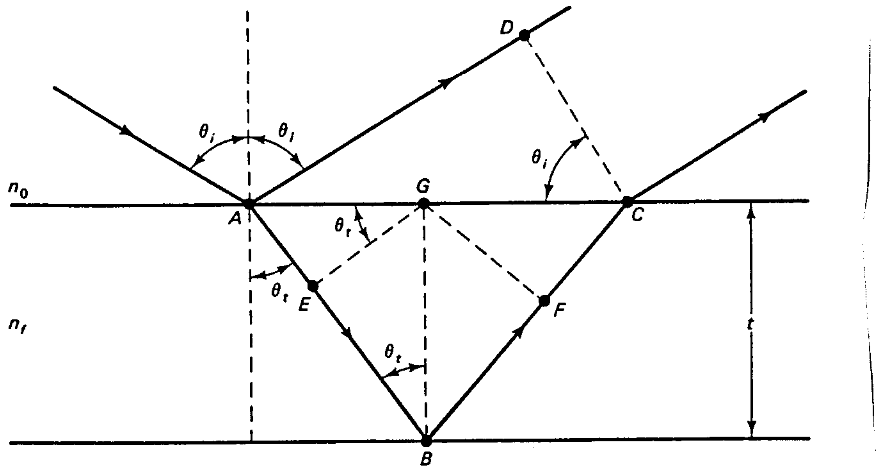
What is the diameter of the image formed on the screen when the angular diameter of the sun is assumed to be 0.5^0?

The sun's irradiance on a plane perpendicular to the solar radiation is assumed to be 1 kW/m^2. We further assume that the system has an effective entrance pupil (the part of the cross-sectional area that receives rays that are focused in the paraxial image) of radius equal to $R/2$. We neglect all other losses.

d) What is the focused power and the image irradiance?

Problem 2

The figure shows two ray-paths by reflection from a thin film of thickness *t*.



a) Show that the path difference between the two reflected rays is $\Delta = 2n_f t\cos\theta_t$. What is the corresponding path difference?

In the general case we must include an infinite number of internal reflections.

b) Explain how one proceeds to find the resulting reflection coefficient,

$$\frac{I_R}{I_I} = \frac{2r^2(1-\cos\delta)}{1+r^4-2r^2\cos\delta},$$

where *r* is the field reflectance for external reflection.

c) Show that the transmission coefficient can be written as: $T = \frac{I_T}{I_I} = \frac{1}{1+F\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$.

Find *F* as a function of *r*.

Sketch *T* as a function of δ for $r = 0.5$ and for $r = 0.9$.

d) I a Fabry-Perot interferometer, *F* is chosen as high as possible. If the distance between transmission maxima is $\Delta\delta$ and the half-width of a transmission maximum is $\delta_{1/2}$, the finesse of the instrument is defined as $\Delta\delta/\delta_{1/2}$.

Compute the finesse of a Fabry-Perot interferometer for which $r = 0.99$.

Problem 3

A cosine grating has the transmittance function

$$t(x, y) = \frac{1}{2}[1 + \cos(2\pi x / a)].$$

The grating is situated in the plane $z = 0$ and is illuminated by a plane wave $E_0 = A\exp(ikz)$ in the z direction

a) Show that, for $z > 0$, the field can be expressed as a superposition of three plane waves that propagate in different directions. Write down the expressions for each of the three plane waves.

The grating is imaged through a thin lens of focal length $f = 20$ cm. The lens is situated 40 cm behind the object. The wavelength is $\lambda = 500$ nm and the grating constant is $a = 0.01$ mm.

b) What is the intensity distribution in the back focal plane of the lens? Determine the positions of all diffraction orders.

c) What is the intensity distribution in the image plane?

d) What happens to the two intensity distributions in b) and c) if the grating is displaced sideways by an amount Δx? Give the reasons for the answers.

III. Oppgitte formeler / Given formulas:

- Translasjonsmatrise /Translation matrix: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- Refraksjonsmatrise /Refraction matrix: $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix}$

  (P = brytningsstyrke / refractive power)

- For en enkel brytende flate / for a single refracting surface: $P = \dfrac{n'-n}{R}$.

- ABCD-loven/The ABCD-law: $\dfrac{d'}{n'} = -\dfrac{A\frac{d}{n} + B}{C\frac{d}{n} + D}$.

- Hovedplanavstander / Distances to principal planes: $\left.\begin{aligned} h &= n(1-D)/C, \\ h' &= n'(1-A)/C. \end{aligned}\right\}$

- Irradians / Irradiance: $E(\mathbf{r}) = \int L(\mathbf{r},\mathbf{s})\mathbf{s}\cdot\mathbf{n}d\Omega$, ($\mathbf{n}$ = overflatenormal / surface normal)

- Planbølge /Plane wave: $A\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) = A\exp[i(ux+vy+wz)]$; $w = +\sqrt{k^2-u^2-v^2}$.

- Vinkelspekteret /The angular spectrum of plane waves:

$$E(x,y,z) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} A(u,v,0)\exp[i(ux+vy+wz)]dudv$$

$$= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} A(u,v,0)\exp\left[i\left(ux+vy+z\sqrt{k^2-u^2-v^2}\right)\right]dudv.$$

$$A(u,v,0) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} E(x,y,0)\exp[-i(ux+vy)]dxdy.$$

- Fourier shift-theorem:

$$\mathcal{F}\{f(x-x_0)\} = \mathcal{F}\{f(x)\}\exp(-iux_0) = F(u)\exp(-iux_0)$$
$$\mathcal{F}^{-1}\{F(u-u_0)\} = \mathcal{F}^{-1}\{F(u)\}\exp(iu_0x) = f(x)\exp(iu_0x)$$