NTNU
Det skapende universitet

Institutt for fysikk

(Kontinuasjonseksamen)
Eksamensoppgave i TFY4195 Fysikk

Faglig kontakt under eksamen: **Dag Werner Breiby**
Tlf.: **9845 4213**

Eksamensdato: **10. august 2015**
Eksamenstid (fra-til): **09:00 – 13:00**
Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:

Kode C:
Typegodkjent kalkulator, med tomt minne.
K. Rottmann: Matematisk Formelsamling
S. Barnett & T.M. Cronin: Mathematical Formulae
O. Øgrim & B.E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk

Annen informasjon:

Eksamenssettet er utarbeidet av prof. Dag W. Breiby. Hvert delspørsmål a) b) etc. i oppgavene 1-3 teller likt, med til sammen 100 % for de 10 delspørsmålene.

Målform/språk: **Bokmål**
Antall sider: **Totalt 7 sider**
Antall sider vedlegg: **2 sider (formelsamling)**

Kontrollert av:

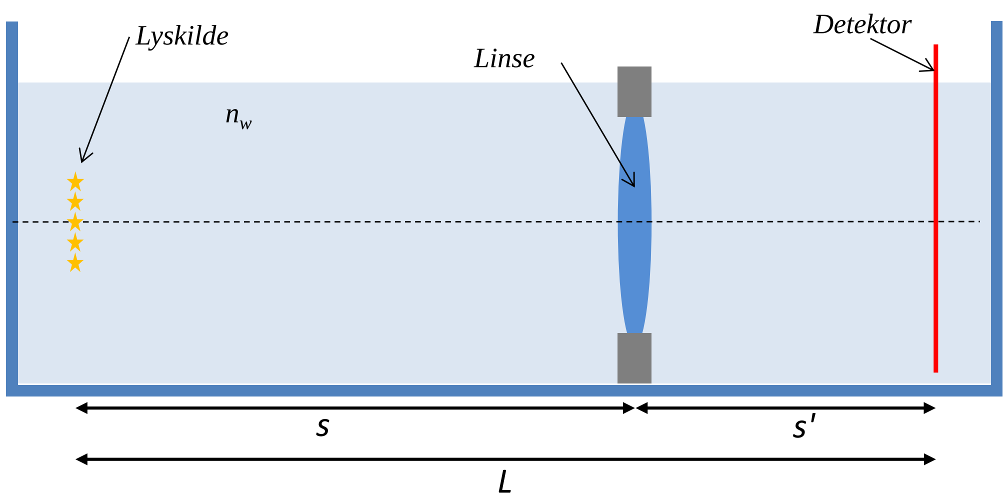
Dato Sign

Oppgave 1 Avbildning. Geometrisk optikk.

a) Hvordan kan Fermats prinsipp formuleres med moderne fysiske begreper? Kan diffraksjon av lys ved hjelp av et gitter forstås ved dette prinsippet? Forklar.

b) Forklar kort hva dispersjon er. Forklar kort ved hjelp av en skisse hvordan *kromatisk aberrasjon* kan reduseres i en akromatisk linse (en såkalt «dublett»).

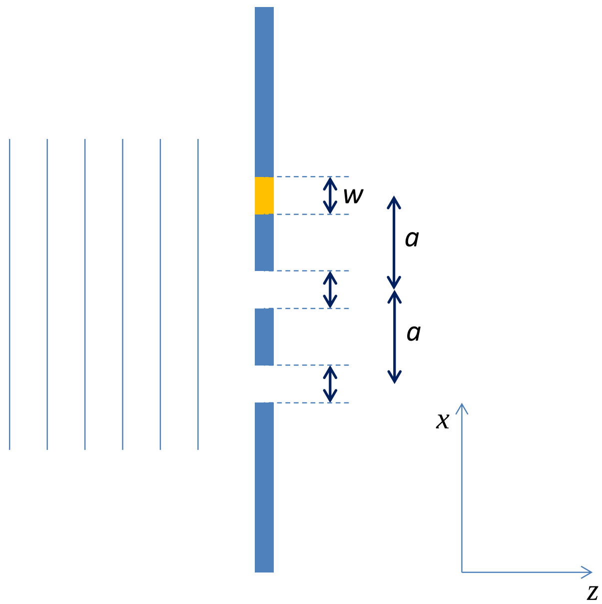
c) Du får til rådighet en liten sirkulær blender og to tynne samlelinser med fokallengde henholdsvis 5,0 cm og 15,0 cm. Forklar hvordan disse elementene kan settes sammen til et («dobbelt») *telesentrisk* system. Hva særpreger strålegangen i et slikt system?



En tynn linse med fokallengde $f > 0$ (i vann) senkes ned i et kar fylt med vann med brytningsindeks n_w. I den ene enden av karet er en lyskilde som skal avbildes, i den andre en skjerm som skal vise bildet av lyskilden, slik at avstanden fra objekt til bilde er lik $L = s + s'$.

d) Skriv ned det geometriske kravet for å få avbildning («avbildningsrelasjon»). Vi antar nå at $L = 8f$. Hva er den største mulige transversale forstørrelsen $|M_T|$, og hvor må linsa plasseres for å få til dette?

Oppgave 2 Interferens fra gitter



Vi har et diffraksjonsgitter bestående av tre spalter med bredde *w*, separert med en avstand *a*, slik det er skissert i figuren. En monokromatisk lyskilde (bølgelengde λ) sender lys (tilnærmet planbølge) inn mot gitteret. De tre spaltene har alle samme rektangulære form som kan beskrives ved $f_n(x) = f_0 \ \mathrm{rect}(x/w)$, der *w* er spaltebredden og funksjonen $\mathrm{rect}(u)$ er definert ved

$$\mathrm{rect}(u) = \begin{cases} 1, & |u| \leq \dfrac{1}{2} \\ 0, & |u| > \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

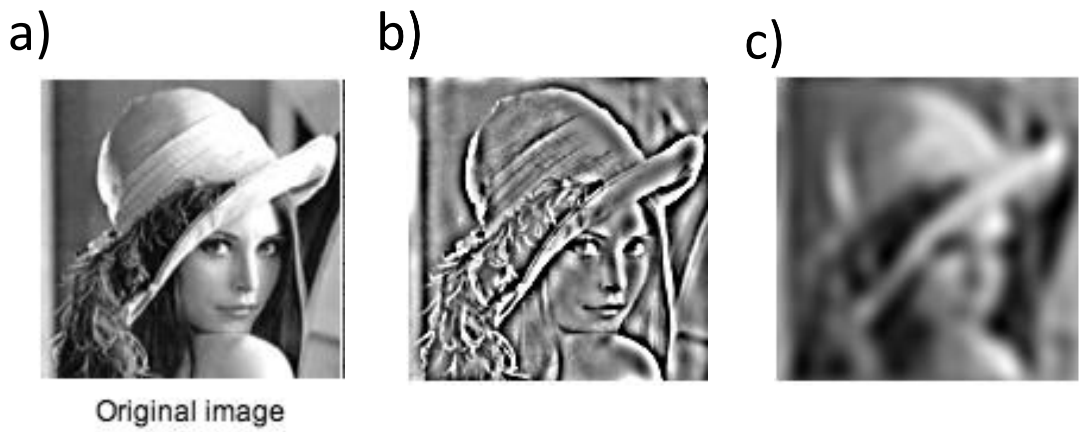
a) Vi antar i denne deloppgaven at den øverste spalten er fylt med et materiale som endrer kun amplituden (ikke fasen) til lyset som går gjennom (sammenlignet med en åpen spalte). Finn uttrykk for intensitetsfordelingen i Fraunhofer-regimet hvis vi antar at amplituden reduseres med 50% i den øverste spalten. Vil intensitetsfordelingen være symmetrisk?

b) I denne deloppgaven antar vi at den øverste spalten er fylt med et materiale som endrer kun fasen (ikke amplituden) til lyset som går gjennom (sammenlignet med en åpen spalte), et såkalt *faseobjekt*. Finn uttrykk for intensitetsfordelingen i Fraunhofer-regimet hvis vi antar at fasen endres med π i den øverste spalten. Vil intensitetsfordelingen være symmetrisk?

Oppgave 3 Deg som konsulent

a) Gjør kort rede for koherensegenskapene (transversalt og longitudinalt) til lyset fra stjerner (Hint: stjerner er langt borte!).

b) Figuren nedenfor viser et originalt bilde i a). Bildene i b) og c) er laget ved å benytte henholdsvis høy- og lavpassfiltre på bildet i a).



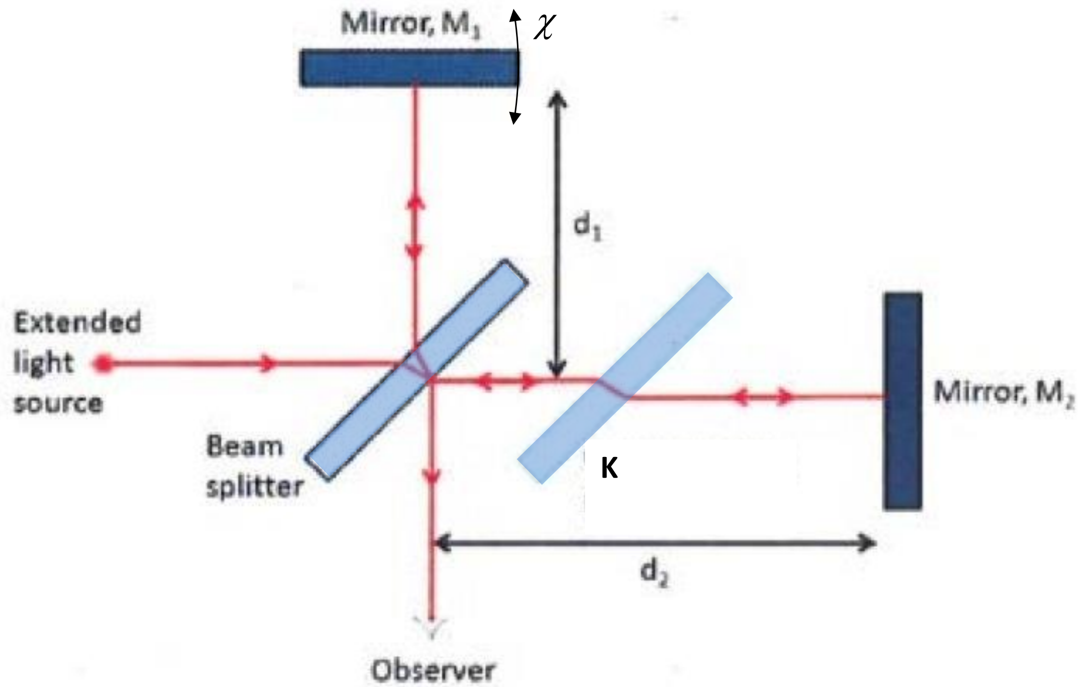
Forklar kort hvordan transformasjonene kan gjøres matematisk ved hjelp av Fouriertransformasjon.

Forklar deretter, gjerne ved hjelp av en skisse, hvordan denne bildeanalysen kan gjøres ved hjelp av et 4-*f* optisk avbildningssystem.

(Hint: Som du kanskje husker, består et 4-*f* avbildningssystem av to linser, begge med fokallengde lik *f*, separert med en avstand 2*f*.)

c) To ideelle polarisatorer som er orientert slik at transmisjonsaksene til begge er horisontale, blir belyst med naturlig lys. Hvis en tredje polarisator settes inn *mellom* de to andre slik at dens transmisjonsakse danner en vinkel på 60° med horisontalen, hvor stor blir endringen i irradiansen?

d) Michelson-interferometer.



Et Michelson-interferometer er skissert i figuren. Hva er hensikten med det optiske elementet K? Vi antar at interferometeret er justert slik at observatøren ser sirkulære interferensmønster, at $d_1 \approx d_2$, og at det brukes monokromatisk lys. Når M_1 forflyttes 314,2 mikrometer, telles 850 passerende interferensbånd. Hva er bølgelengden?

Formelliste for emnet TFY4195 Optikk (VEDLEGG)

Vektorstørrelser er i **uthevet** skrift.

Fysiske konstanter:

Ett mol: $M(^{12}\mathrm{C}) = 12$ g

$1\mathrm{u} = 1{,}6605 \cdot 10^{-27}$ kg

$N_A = 6{,}0221 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}

$k_B = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}$ J/K

$R = N_A\, k_B = 8{,}3145$ J mol^{-1} K^{-1}

0°C = 273,15 K

$\varepsilon_0 = 8{,}8542 \cdot 10^{-12}$ C^2/Nm^2

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2

$e = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C

$m_e = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}$ kg

$c = 2{,}998 \cdot 10^8$ m/s

$h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}$ Js

$g = 9{,}81$ m/s^2

Elektrisitet og magnetisme:

$$\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oint_S E_n dA = \frac{Q_{inni}}{\varepsilon_0} \qquad \nabla\cdot\mathbf{D} = \rho$$

$$\oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \oint_S B_n dA = 0 \qquad \nabla\cdot\mathbf{B} = 0$$

$$\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S B_n dA = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dA \qquad \nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (I_{inni} + I_d),\ I_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial E_n}{\partial t} dA \qquad \nabla\times\mathbf{B} = \mu_0 J + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\mathbf{S} = c^2\varepsilon_0 \mathbf{E}\times\mathbf{B} \qquad I \equiv \langle S\rangle_T = \frac{\varepsilon_0 c}{2} E_0^2 = \varepsilon_0 c \langle E^2\rangle_T$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} \qquad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$$

Bølger, refraksjon og refleksjon:

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \qquad (\nabla^2 + k^2)U = 0 \qquad I(r) = |U(r)|^2 \qquad I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

$$U(\mathbf{r}) = \exp(\mathrm{i}\,\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) \qquad U(r) = \frac{A}{r}\exp(ikr) \approx \frac{A}{z}\exp(ikz)\exp\left[ik\frac{x^2+y^2}{2z}\right]$$

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

$$r_s = r_\perp = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{n_i\cos\theta_i - n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t} \qquad r_p = r_\parallel = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\parallel = \frac{n_t\cos\theta_i - n_i\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_t + n_t\cos\theta_i}$$

$$t_s = t_\perp = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t} \qquad t_p = t_\parallel = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_\parallel = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_t + n_t\cos\theta_i}$$

_____ Jones og Stokes vektorer:_____

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{bmatrix} \qquad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2I_0 \\ 2I_1 - 2I_0 \\ 2I_2 - 2I_0 \\ 2I_3 - 2I_0 \end{bmatrix}$$

_____ Geometrisk optikk:_____

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{f} = \frac{n_{lens} - n_{medium}}{n_{medium}} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\begin{bmatrix} n\alpha \\ y \end{bmatrix} \qquad R_1 = \begin{pmatrix} 1 & -P_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ P_1 = \frac{n_{t1} - n_{i1}}{R} \quad T_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d_{21}/n_{t1} & 1 \end{pmatrix}$$

_____ Diffraksjon:_____

$$U(X,Y,z) = \frac{1}{i\lambda z} \mathrm{e}^{ikz} \mathrm{e}^{ik\frac{(X^2+Y^2)}{2z}} \iint U(x,y,0) \exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2+y^2) - i(k_x x + k_y y) \right] dxdy$$

$$k_x = \frac{kX}{z},\ k_y = \frac{kY}{z},\ k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

_____ Fouriertransformasjon:_____

$$F(k_x, k_y) = \iint f(x,y) \exp(i(k_x x + k_y y)) dxdy$$

$$F\{f(x - x_0)\} = \exp(ik_x x_0) F\{f(x)\}$$

$$h(x) = f(x) \otimes g(x) \Rightarrow F\{h(x)\} = F\{f(x)\} F\{g(x)\}$$

$$F\left\{ \mathrm{circ}\left(\frac{\rho}{a} \right) \right\} = \pi a^2\, 2 \frac{\mathrm{J}_1(\kappa a)}{\kappa a}, \quad \kappa = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2},\ \mathrm{J}_1(3{,}83) = 0. \ \ \rho_1 = 1{,}22 \frac{R\lambda}{2a}$$

$$F\left\{ \mathrm{rect}\left(\frac{x}{w} \right) \right\} = w \frac{\sin(k_x w/2)}{k_x w/2}$$

$$F\left\{ \sum_{n=1}^{N} \delta(x - na) \right\} = \mathrm{e}^{ik_x a(N+1)/2} \frac{\sin(k_x aN/2)}{\sin(k_x a/2)}$$