

LØSNINGSFORSLAG**EKSAMEN I FAG 74181 OPTIKK, TORSDAG 18. JANUAR 1996****OPPGAVE 1.**

a)

Når objektet ligger i "uendeligheten" vil det bli avbildet til fokalplanet som ligger $f=50$ mm bak siste hovedplan. Objektet avbildes til filmplanet. Ettersom objektet kommer nærmere, og bildet fremdeles skal falle sammen med filmplanet, må objektivet flyttes fra kamerahuset, det vil si at Δd må økes. Maksimal Δd er oppgitt til 10 mm.

Vi kaller avstanden fra objektet til flensen for d . Med utgangspunkt i de oppgitte parametrene har vi da følgende ligninger:

$$\text{Objektavstanden: } s = d - \Delta d - d_f + d_h$$

$$\text{Billedavstanden: } s' = d'_h + \Delta d + d_k$$

$$\text{Avbildningsligningen: } s = \frac{s'f}{s' - f}$$

Løst med hensyn på den søkte avstanden d gir:

$$d = \frac{(d'_h + \Delta d + d_k)f}{(d'_h + \Delta d + d_k) - f} + \Delta d + d_f - d_h$$

Innsatt for $\Delta d=10$ mm gir $d=349,78$ mm.

b)

Vi finner først posisjonen til billedpunktet, og regner deretter ut hvordan kulebølgen ser ut ved utgangspupillen. Som under pkt. a) må vi da først finne forflytningen Δd . Vi har da følgende ligninger:

$$\text{Objektavstanden: } s = d_p$$

$$\text{Billedavstanden: } s' = d'_h + \Delta d + d_k$$

$$\text{Avbildningsligningen: } s = \frac{s'f}{s' - f}$$

Løst med hensyn på avstanden Δd gir dette:

$$\Delta d = \frac{d_p f}{d_p - f} - d'_h - d_k$$

Innsatt tallverdier: $\Delta d = 3,63$ mm.

En kulebølge med amplitude U på aksene, og som fokuserer mot et billedpunkt med y -høyde y'_p , forplanter seg fra venstre mot høyre, har krumningsradius d' , of som er avgrenset av en sirkulær blender, kan på en konstant fasefaktor nær skrives med følgende paraksiale uttrykk:

$$U = U_u e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{x^2 + (y - y'_p)^2}{2d'} \right]} \text{circ} \left[\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\frac{D_f}{2}} \right].$$

De som er ukjente med circ()-funksjonen kan skrive at feltet er lik uttrykket foran circ()-funksjonen for $\sqrt{x^2 + y^2}$ mindre enn $D_f/2$, og null ellers.

I dette uttrykket er amplityden U_u , krumningsradiusen d' , og høyden y'_p ukjente. Krumningsradiusen i utgangspupillen er også avstanden fra utgangspupillen til bildet.

Vi finner høyden y'_p fra akse til billedpunktet ved hjelp av den paraksiale forstørrelsen, som gir:

$$y'_p = -\frac{s'}{s} y_p = -\frac{\left(\frac{d_p f}{d_p - f}\right)}{d_p} y_p = -\frac{f}{(d_p - f)} y_p$$

Den skalerte amplityden på akse ved det første hovedplanet, og dermed ved det andre hovedplanet, er lik:

$$U_H = U_p \frac{r_p}{d_p}$$

For å kunne finne korrekt amplityde ved utgangspupillen skaleres denne amplityden med forholdet mellom billedavstanden s' og avstanden d' fra utgangspupillen til bildet som gir:

$$U_u = U_p \frac{r_p}{d_p} \frac{s'}{d'}$$

Billedavstanden har vi funnet ovenfor. Avstanden fra utgangspupillen til bildet er lik:

$$d' = d'_h + \Delta d + d_k - d_{fu}$$

Innsatt for Δd få r vi:

$$d' = \frac{d_p f}{(d_p - f)} - d_{fu}$$

Innsatt gir dette amplityden:

$$U_u = U_p \frac{f r_p}{d_p f - d_{fu} (d_p - f)}$$

Innsatt for amplityden U_u , krumningsradiusen d' , og høyden y'_p i uttrykket for feltet i utgangspupillen har vi det søkte sluttresultatet.

$$U = U_p \frac{f r_p}{d_p f - d_{fu} (d_p - f)} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{x^2 + (y + \frac{f}{(d_p - f)} y_p)^2}{2 \left(\frac{d_p f}{(d_p - f)} - d_{fu} \right)} \right]} \text{circ} \left[\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\frac{D_f}{2}} \right]$$

c)

Vi øker objekt-avstanden til det dobbelte, men etterfokuserer ikke i bildet (for de som oppfatter oppgaven slik at de skal regne med etterfokusering vil resultatet avvike litt):

Avstanden fra utgangspupillen til bildet er den samme før og etter at objektet forflyttes, det vil si at siden radiansen er den samme, og åpningsvinkelen fra utgangspupillen blir den samme, vil reduksjonen være lik:

$$\left[1 - \left(\frac{d'}{d} \right)^2 \right] 100\% = 0\%$$

Inngangspupillen ligger i en avstand d_{fi} til venstre for første hovedplan der:

$$d_{fi} = \frac{d_{fu} f}{d_{fu} - f} = \frac{3 \cdot 50}{3 - 50} = -3,19 \text{ mm}$$

Når radiansen er lik L er paraksialt irradiansen på aksens i inngangspupillen lik:

$$L \frac{x_0 y_0}{(d_0 - d_{fi})^2}$$

Prosentvis irradians ved 2 m i forhold til 1 m:

$$\frac{L x_0 y_0}{(d_{02} - d_{fi})^2} \frac{(d_{01} - d_{fi})^2}{L x_0 y_0} 100$$

Innsatt tallverdier:

$$= \left(\frac{1003,19}{2003,19} \right)^2 100\% = 25,06\%$$

Det vil si en prosentvis reduksjon på $100 - 25,06 = 74,94 \approx 75\%$.

Total mengde lys fra objektet gjennom inngangspupillen reduseres dermed med $\approx 75\%$. Irradiansen i bildet reduseres ikke da billedarealet reduseres med $\approx 75\%$.

d)

Vi finner først plasseringen av kamera-objektivet (samme utgangsligning som under a)), d.v.s.:

$$d = \frac{(d'_h + \Delta d + d_k) f}{(d'_h + \Delta d + d_k) - f} + \Delta d + d_f - d_h$$

Dette gir andregradsligningen:

$$\Delta d^2 + \Delta d \left[d'_h + d_k - d + d_f - d_h \right] - (d - f_f + d_h)(d'_h + d_k - f) + f(d'_h + d_k) = 0$$

$$\Delta d^2 + \Delta d b + c = 0$$

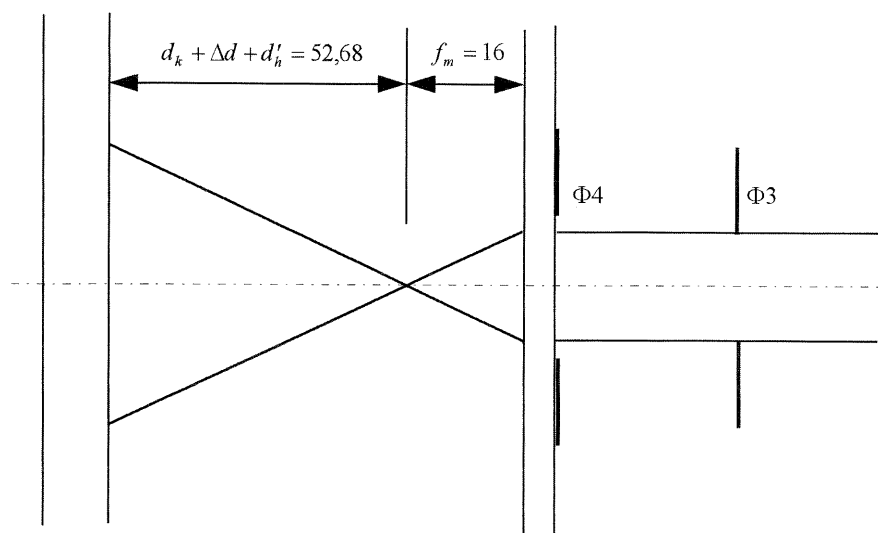
Vi løser med hensyn på Δd :

$$\Delta d = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

Innsatt tallverdier:

$$\Delta d = \frac{939 \pm \sqrt{939^2 - 4 \cdot 3438}}{2} = 3,68 \text{ eller } 935,33$$

Her er 3,68 den søkte løsningen.



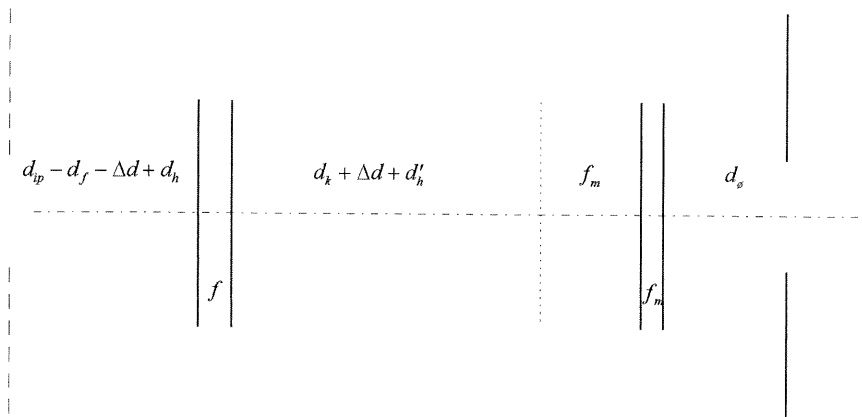
Lyset mellom øyet og mikroskopobjektivet er parallelt. Det vil si at øyets blender begrenser mer enn mikroskopobjektivets blender (se figuren). Sett fra mellombildet i filmplanet er åpningsvinkelen til øyet lik:

$$\frac{3}{16} = 0,1875$$

Sett fra det samme mellombildet er åpningsvinkelen til det fotografiske objektivets utgangspupille lik:

$$\frac{D_f}{d_k + \Delta d + d'_h - d_{fu}} = \frac{12}{48 + 3,68 + 1 - 3} = 0,2415$$

Ved å sammenligne disse åpningsvinklene ser vi at øyet inneholder apertureblenderen.



En skjematisk skisse av aktuelle avstander og fokallengder er vist i skissen. Den stiplede linjen helt til venstre i figuren angir den ukjente inngangspupillen til totalsystemet. Øyet inneholder totalsystemets apertureblender. For å finne plasseringen til totalsystemets inngangspupille setter vi opp matriseovergangen fra totalsystemets inngangspupille til øyets inngangspupille (se skissen ovenfor), som gir:

$$\begin{pmatrix} 1 & d_\theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_m} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_k + \Delta d + d'_h + f_m \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_{ip} - d_f - \Delta d + d_h \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

For enkelthets skyld innfører vi hjelpe-variablene: d_a , d_b , A , B , C , og D , slik at matrisene kan skrives som:

$$\begin{pmatrix} 1 & d_\theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_m} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} A = (1 - \frac{d_\theta}{f_m})(1 - \frac{d_a}{f}) - \frac{d_\theta}{f} & B = (1 - \frac{d_\theta}{f_m})d_a + d_\theta \\ C = -\frac{1}{f_m}(1 - \frac{d_a}{f}) - \frac{1}{f} & D = -\frac{d_a}{f_m} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & Ad_b + B \\ C & Cd_b + D \end{pmatrix}$$

Avbildningskravet bestemmer at det totale B -elementet skal være lik 0, det vil si at:

$$Ad_b + B = 0$$

$$d_b = -\frac{B}{A}$$

Innsatt og løst med hensyn på d_{ip} gir dette løsningen:

$$d_{ip} = d_f + \Delta d - d_h - \frac{(1 - \frac{d_\theta}{f_m})d_a + d_\theta}{(1 - \frac{d_\theta}{f_m})(1 - \frac{d_a}{f}) - \frac{d_\theta}{f}}$$

hvor:

$$d_a = d_k + \Delta d + d'_h + f_m$$

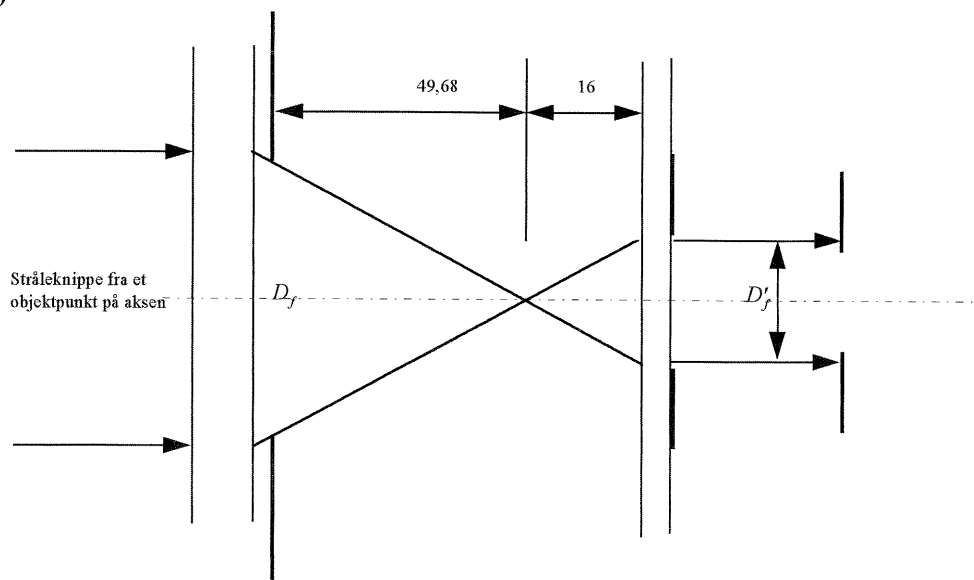
Innsatt tallverdier:

$$d_a = 48 + 3,68 + 1 + 16 = 68,68$$

$$d_{ip} = 13 + 3,68 - 1 - \frac{(1 - \frac{20}{16})68,68 + 20}{(1 - \frac{20}{16})(1 - \frac{68,68}{50}) - \frac{20}{50}} = 24,91$$

Totalsystemets inngangspupille ligger altså 24,91 mm foran kameraets flens.

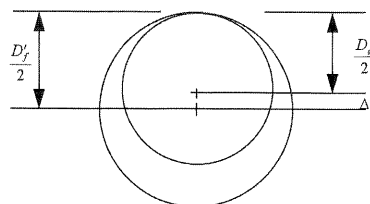
e)



Fra mellombildet er åpningsvinkelen til utgangspupillen for det fotografiske objektivet (se tidligere) 0,2415. Åpningsvinkelen til blenden i mikroskopobjektivet er lik:

$$\frac{4}{16} = 0,25$$

Ved å sammenligne de forskjellige åpningsvinklene ser vi at etter øyet avskjærer blenden i det fotografiske objektivet først.



På øyesiden er diameteren til strålekippet, bestemt av blenden i det fotografiske objektivet, lik:

$$D'_f = D_f \frac{f_m}{d_k + \Delta d + d'_h - d_{fu}} = 12 \frac{16}{49,68} = 3,68$$

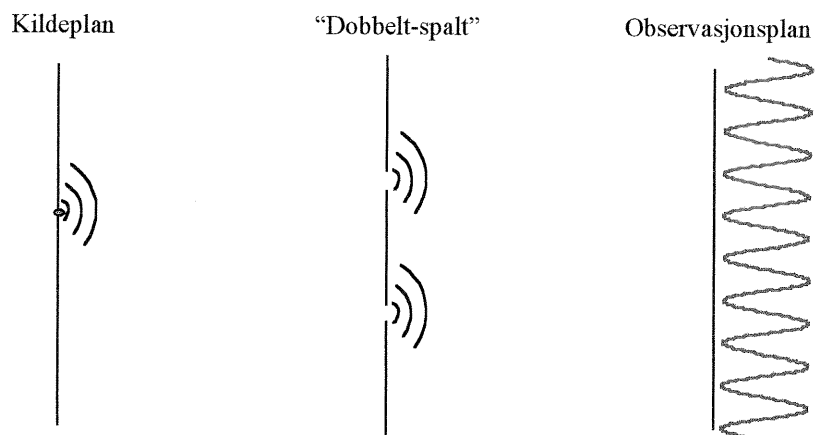
Strålekippet fra et punkt på aksen blir begrenset når øyets forflytning er lik:

$$\Delta = \frac{D'_f - D_\emptyset}{2} = \frac{3,68 - 3}{2} = 0,43 \text{ mm}$$

EKSAMEN I FAG 74181 OPTIKK, TORSDAG 18. JANUAR 1996

OPPGAVE 2.

a)



Vi tar utgangspunkt i Youngs dobbelspalt-interferometer. Lys fra kildeplanet passerer de to åpningene og danner et interferensmønster i observasjonsplanet. dersom kilden er en monokromatisk punktkilde, og åpningene er små men like store, vil vi observere et interferensmønster med full/maksimal kontrast, vi sier at interferensstripenes visibilitet er lik 1.

Dersom vi antar at kilden har en endelig utstrekning, og at de forskjellige kildepunktene, som den kan spaltes opp i, ikke kan interferere med hverandre (har uordnet relativ fase s.f.a. tid), da beskriver begrepet romlig koherens synligheten av intereferensstripene i observasjonsplanet. Den romlige koherensen er da det samme som visibiliteten til intereferensstripene i observasjonsplanet.

Når avstanden mellom de to åpningene er lik 0 vil vi ha full koherens. For en bestemt vinkelutstrekning til kilden, sett fra de to åpningene, vil koherensen avta ettersom vi øker avstanden mellom åpningene. Denne reduksjonen avtar tidligere (mindre avstand mellom åpningene) desto større vinkelutstrekningen til kilden er.

b)

Feltet for $z=0$ er lik produktet av innkommende felt og amplitydetransmisjonsfunksjonen, som gir:

$$U(x, y, 0) = A_0 t_1(x, y) = A_0 (A + B \cos(2\pi x / \Lambda_x))(A + B \cos(2\pi y / \Lambda_y))$$

En planbølge på kompleks form er bestemt av uttrykk på formen:

$$C e^{i\vec{k}\vec{r}} = C e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}, \text{ for } z = 0 \text{ er: } C e^{i(k_x x + k_y y)}$$

Vi omformer feltet ved $z=0$ til en sum av slike bidrag. Det gjør vi ved å erstatte $\cos()$ med tilhørende eksponentialuttrykk:

$$\cos t = \frac{1}{2}(e^{it} + e^{-it}), \text{ som gir:}$$

$$U(x, y, 0) =$$

$$A_0 \left[A^2 + AB \frac{1}{2} \left(e^{i2\pi \frac{x}{\Lambda_x}} + e^{-i2\pi \frac{x}{\Lambda_x}} \right) + AB \frac{1}{2} \left(e^{i2\pi \frac{y}{\Lambda_y}} + e^{-i2\pi \frac{y}{\Lambda_y}} \right) + B^2 \frac{1}{4} \left(e^{i2\pi \frac{x}{\Lambda_x}} + e^{-i2\pi \frac{x}{\Lambda_x}} \right) \left(e^{i2\pi \frac{y}{\Lambda_y}} + e^{-i2\pi \frac{y}{\Lambda_y}} \right) \right]$$

$$U(x, y, 0) =$$

$$A_0 A^2 + A_0 AB \frac{1}{2} e^{i2\pi \frac{x}{\Lambda_x}} + A_0 AB \frac{1}{2} e^{-i2\pi \frac{x}{\Lambda_x}} + A_0 AB \frac{1}{2} e^{i2\pi \frac{y}{\Lambda_y}} + A_0 AB \frac{1}{2} e^{-i2\pi \frac{y}{\Lambda_y}} \\ + A_0 B^2 \frac{1}{4} e^{i2\pi \left(\frac{x}{\Lambda_x} + \frac{y}{\Lambda_y} \right)} + A_0 B^2 \frac{1}{4} e^{i2\pi \left(\frac{x}{\Lambda_x} - \frac{y}{\Lambda_y} \right)} + A_0 B^2 \frac{1}{4} e^{i2\pi \left(-\frac{x}{\Lambda_x} + \frac{y}{\Lambda_y} \right)} + A_0 B^2 \frac{1}{4} e^{i2\pi \left(-\frac{x}{\Lambda_x} - \frac{y}{\Lambda_y} \right)}$$

For $z > 0$, og som en løsning av bølgeligningen, får vi det diffrakterte feltet ved å multiplisere hvert av leddene med følgende z -avhengighet:

$$e^{iz\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}}$$

her er k_x og k_y de tilhørende bølgetallskomponentene for hvert av leddene. Dette gir sluttresultatet:

$$U(x, y, 0) =$$

$$A_0 A^2 e^{izk} \\ + A_0 AB \frac{1}{2} e^{i2\pi \frac{x}{\Lambda_x}} e^{iz\sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_x}\right)^2}} + A_0 AB \frac{1}{2} e^{-i2\pi \frac{x}{\Lambda_x}} e^{iz\sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_x}\right)^2}} \\ + A_0 AB \frac{1}{2} e^{i2\pi \frac{y}{\Lambda_y}} e^{iz\sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_y}\right)^2}} + A_0 AB \frac{1}{2} e^{-i2\pi \frac{y}{\Lambda_y}} e^{iz\sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_y}\right)^2}} \\ + A_0 B^2 \frac{1}{4} e^{i2\pi \left(\frac{x}{\Lambda_x} + \frac{y}{\Lambda_y} \right)} e^{iz\sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_x}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_y}\right)^2}} + A_0 B^2 \frac{1}{4} e^{i2\pi \left(\frac{x}{\Lambda_x} - \frac{y}{\Lambda_y} \right)} e^{iz\sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_x}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_y}\right)^2}} \\ + A_0 B^2 \frac{1}{4} e^{i2\pi \left(-\frac{x}{\Lambda_x} + \frac{y}{\Lambda_y} \right)} e^{iz\sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_x}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_y}\right)^2}} + A_0 B^2 \frac{1}{4} e^{i2\pi \left(-\frac{x}{\Lambda_x} - \frac{y}{\Lambda_y} \right)} e^{iz\sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_x}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\Lambda_y}\right)^2}}$$

c)

Paraksialt er posisjonene til fokalpunktene gitt av sammenhengen:

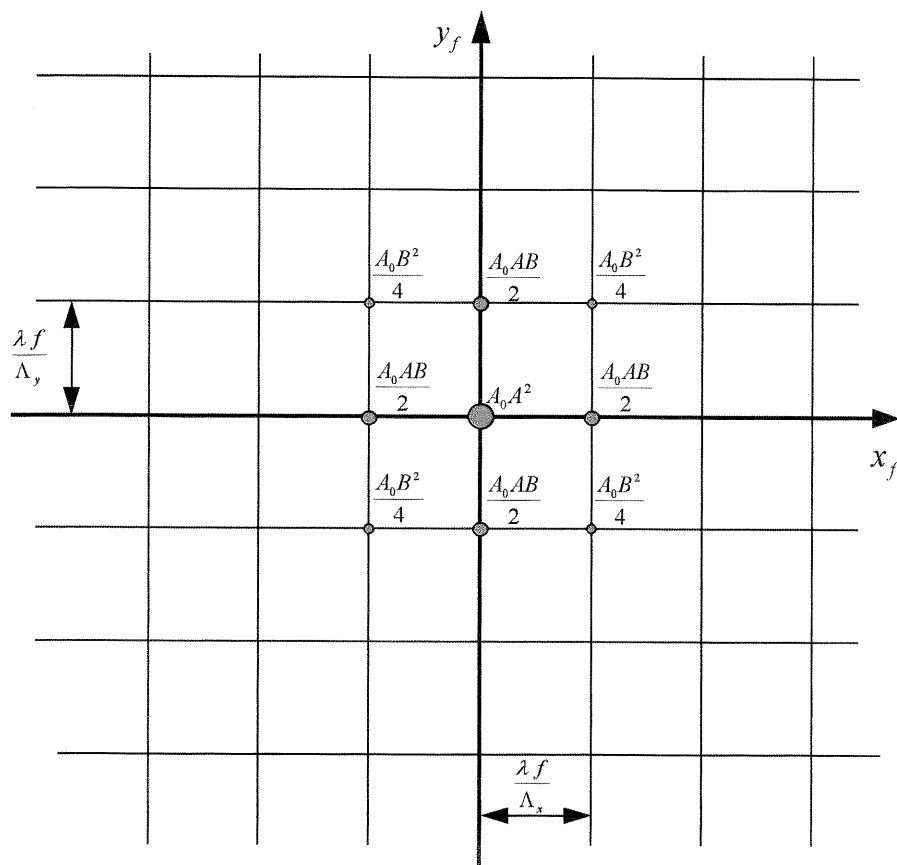
Posisjon i fokalplanet = vinkel-fokallengde

Dette gir sammenhengen:

$x_f = \frac{k_x}{k} f$, det vil si at avstanden mellom de forskjellige foki er lik:

$$\Delta x_f = \frac{2\pi\lambda}{\Lambda_x 2\pi} f = \frac{f\lambda}{\Lambda_x}$$

$$\Delta y_f = \frac{f\lambda}{\Lambda_y}$$



d)

Firkantgitteret kan beskrives som en sum av forskjøvne firkantåpninger. For x -komponentene kan vi uttrykke de med følgende matematiske uttrykk:

$$\begin{aligned} t_2(x, 0) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left[\frac{x-n\Lambda_x}{a}\right] = \text{rect}\left[\frac{x}{a}\right] * \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x-n\Lambda_x) = \text{rect}\left[\frac{x}{a}\right] * \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\frac{x}{\Lambda_x} - n\right) \frac{1}{\Lambda_x} \\ &= \text{rect}\left[\frac{x}{a}\right] * \text{comb}\left(\frac{x}{\Lambda_x}\right) \frac{1}{\Lambda_x} \end{aligned}$$

Alle disse uttrykkene er gyldige matematiske beskrivelser. Stjernen symboliserer foldningsintegralet. I disse omformningene har vi benyttet oss av egenskapene til delta-funksjonen, skalering av delta-funksjonen, og definisjonen av kam(comb)-funksjonen. Dersom vi tar med y -komponentene får vi:

$$t_2(x, y) = \left\{ \text{rect}\left[\frac{x}{a}\right] * \text{comb}\left(\frac{x}{\Lambda_x}\right) \frac{1}{\Lambda_x} \right\} \left\{ \text{rect}\left[\frac{y}{a}\right] * \text{comb}\left(\frac{y}{\Lambda_y}\right) \frac{1}{\Lambda_y} \right\}$$

For å bestemme fourier-rekken regner vi først ut den fourier-transformerte av dette uttrykket (vi ser først på x -komponenten):

$$T_2(k_x) = \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left[\frac{x}{a}\right] * \text{comb}\left(\frac{x}{\Lambda_x}\right) \frac{1}{\Lambda_x}\right\}$$

For å finne den fouriertransformerte av en foldning mellom to funksjoner tar vi den fouriertransformerte av hver av funksjonene og så multipliserer disse sammen:

Den første funksjonen:

$$\mathcal{F}\left\{\text{rect}\left[\frac{x}{a}\right]\right\} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{-ik_x x} dx = a \frac{\sin\left(\frac{a}{2} k_x\right)}{\left(\frac{a}{2} k_x\right)}$$

Den andre funksjonen:

$$\mathcal{F}\left\{\text{comb}\left(\frac{x}{\Lambda_x}\right) \frac{1}{\Lambda_x}\right\} = \text{comb}\left(\frac{k_x}{2\pi} \Lambda_x\right) \frac{\Lambda_x}{\Lambda_x} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\frac{k_x \Lambda_x}{2\pi} - n\right) = \frac{2\pi}{\Lambda_x} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(k_x - \frac{2\pi n}{\Lambda_x}\right)$$

⇓

$$T_2(k_x) = a \frac{2\pi}{\Lambda_x} \frac{\sin\left(\frac{a}{2} k_x\right)}{\left(\frac{a}{2} k_x\right)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(k_x - \frac{2\pi n}{\Lambda_x}\right)$$

Vi regner deretter ut den invers fouriertransformerte:

$$t_2(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T_2(k_x) e^{ik_x x} dk_x$$

Innsatt for $T_2(k_x)$:

$$\begin{aligned} t_2(x) &= \frac{a2\pi}{2\pi \Lambda_x} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{a}{2} k_x\right)}{\left(\frac{a}{2} k_x\right)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(k_x - \frac{2\pi n}{\Lambda_x}\right) e^{ik_x x} dk_x = \frac{a}{\Lambda_x} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{a}{2} k_x\right)}{\left(\frac{a}{2} k_x\right)} \delta\left(k_x - \frac{2\pi n}{\Lambda_x}\right) e^{ik_x x} dk_x \\ &= \frac{a}{\Lambda_x} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{a}{2} \frac{2\pi n}{\Lambda_x}\right)}{\left(\frac{a}{2} \frac{2\pi n}{\Lambda_x}\right)} e^{i \frac{2\pi n}{\Lambda_x} x} = \frac{a}{\Lambda_x} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{a\pi n}{\Lambda_x}\right)}{\left(\frac{a\pi n}{\Lambda_x}\right)} e^{i \frac{2\pi n}{\Lambda_x} x} \end{aligned}$$

Siden x - og y -integralene er separable får vi samme utregning for y -integralet. Innsatt gir dette det søkte sluttresultatet:

$$t_2(x, y) = \frac{ab}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{a\pi n}{\Lambda_x}\right)}{\left(\frac{a\pi n}{\Lambda_x}\right)} e^{i \frac{2\pi n}{\Lambda_x} x} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{b\pi m}{\Lambda_y}\right)}{\left(\frac{b\pi m}{\Lambda_y}\right)} e^{i \frac{2\pi m}{\Lambda_y} y}$$

e)

Avstandene mellom de forskjellige planbølgefoki finner vi å følge den samme utregningen som under punkt c):

$$\Delta x_n = \frac{f\lambda}{\Lambda_x}$$

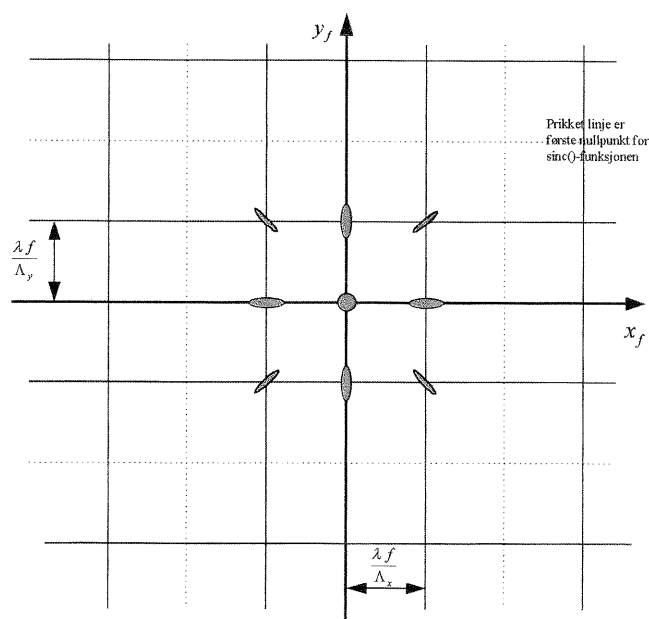
$$\Delta y_n = \frac{f\lambda}{\Lambda_y}$$

Sinusuttrykkene (Sinc()-funksjonene) har sine første nullpunkt når:

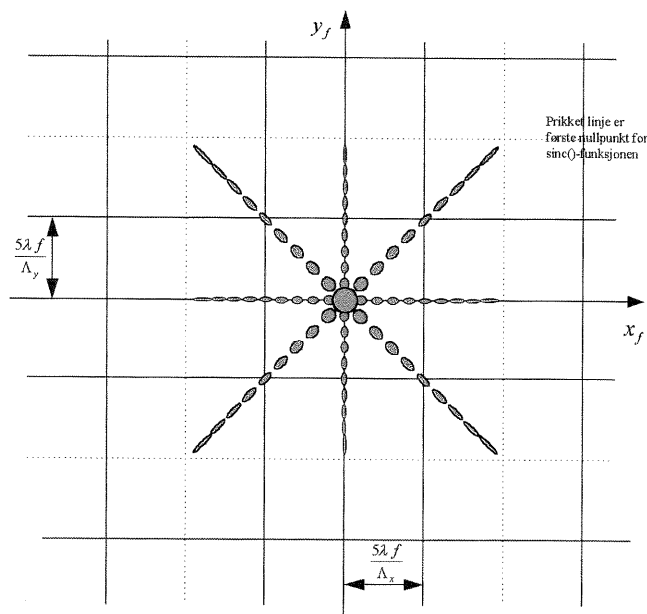
$$\pi n \frac{a}{\Lambda_x} = \pi \Rightarrow \Lambda_x = na$$

$$\pi n \frac{b}{\Lambda_y} = \pi \Rightarrow \Lambda_y = nb$$

Graf når $\Lambda_x = 2a$, $\Lambda_y = 2b$ (Strekene antyder at de forskjellige bølgelengdene avbøyes forskjellig, blått minst og rødt mest):



Graf når $\Lambda_x = 10a$, $\Lambda_y = 10b$:



f)

De mønstrene som beskrives i oppgaven ligner noe på de mønstrene som er skissert under punkt e). Når lysstyrken avtar gradvis ligner det på situasjon $\Lambda_x \gg a$, $\Lambda_y \gg b$. Når $\Lambda_x = 2a$, $\Lambda_y = 2b$ får vi i hovedsak fram bare en orden utenom nullte orden, slik som angitt på skissen. Dispersjonen gjør at mønstret "stråler" ut fra sentrum. Siden det observerte mønstret stråler i alle retningene betyr det at, innenfor øyepupillen, eksisterer det gittre med forskjellige orienteringer.

Når observatøren ser det skisserte mønstret fordeler sannsynligvis dugget/rimet seg nær periodisk, med en periode som er tilnærmet lik $2x$ avstanden mellom de individuelle spredere (bredden til de individuelle diffraksjonsobjektene), og der det periodiske mønstret har flere orienteringer innenfor et område bestemt av øyepupillen.

I figuren nedenfor har vi tatt det tidligere mønstret, med $\Lambda_x = 2a$, $\Lambda_y = 2b$, og rotert flere ganger (ca. $10x$):

