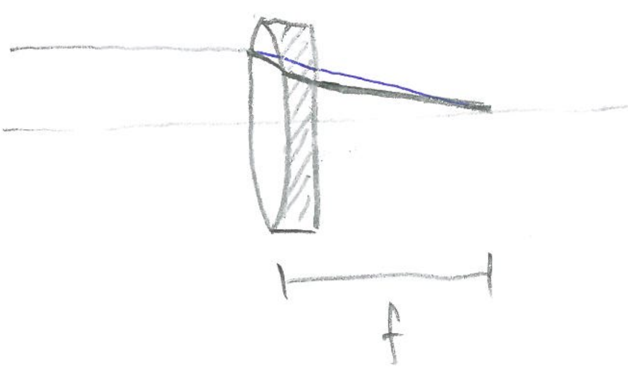
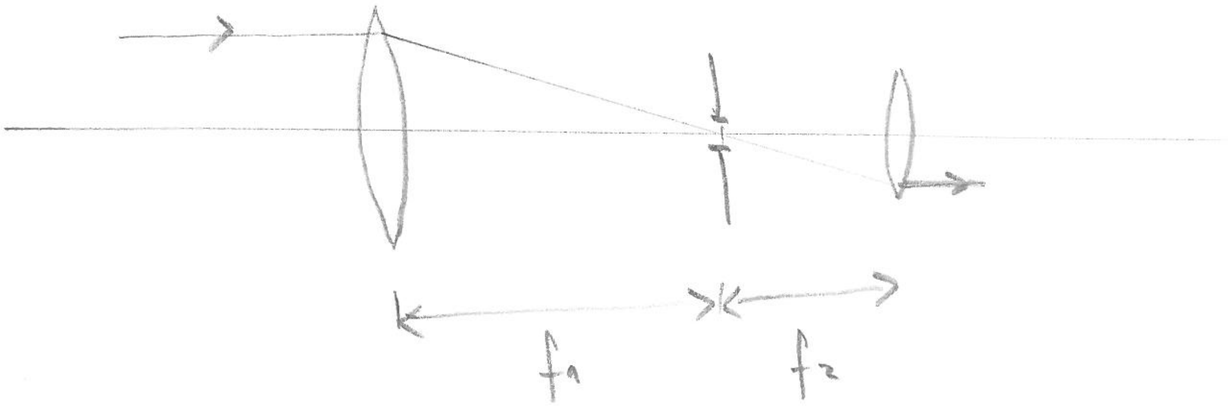
Løsningsforslag, kont. eksamen Aug. 2015.

1a) Fermats prinsipp i "moderne innpakning" sier at lyset velger vei slik at den optiske veilengden er stasjonær. Dette forstås ved at fasene til bølger som følger denne veien interfererer konstruktivt, mens andre strekganger gir destruktiv interferens.
Også diffraksjon er et eksempel konstruktiv interferens av bølger.

b) Dispersjon er at brytningsindeksen er frekvensavhengig, $n = n(\omega)$. S.k. "normal" dispersjon øker med økende frekvens.
I en akromatisk linse er forskjellige typer glass med forskjellige dispersjonsegenskaper satt sammen for å redusere problem med kromatisk aberrasjon. Typisk brukes flint- og kvartsglass i en "dublett" som er konstruert for å gi samme fokallengde f for to forskjellige bølgelengder



1c) For å få et telesentrisk system settes linsene i en avstand $L = f_1 + f_2$, og aperturen settes i det felles fokalpunktet:



Inngangs- og utgangspupille vil da være i $\pm\infty$. Kun stråler (tilnærmet) parallelle med den optiske aksen slipper gjennom et slikt linsesystem.

1d) Avbildningsrelasjonen er $\underline{\underline{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}}}$.

Her er $L = 8f = s + s'$.

$$|M_T| = \left|\frac{s'}{s}\right|$$

Vi finner at

$$\frac{8}{s+s'} = \frac{8}{8f} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{8}{s+s'}$$

$$(s+s')s' + (s+s')s = 8ss'$$

$$\underline{\Rightarrow s' = (3 \pm 2\sqrt{2})s}$$ ɔ: to løsninger

$$|M_T| = \left|\frac{s'}{s}\right| = 3 \pm 2\sqrt{2} \approx \begin{cases} \underline{5,83} & \text{max forstørrelse.} \\ 0,17 \end{cases}$$

Setter $f = 1 \Rightarrow s + s' = 8$

$$\left.\begin{aligned} s + s' &= 8 \\ \frac{s'}{s} &= 5,83 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &\underline{s' = 6,83} \\ &\underline{s = 1,17} \end{aligned}$$

Altså: Linsa skal plasseres $\underline{\underline{1.17f}}$ etter kilden.

Dette gir maks forstørrelse lik $\underline{\underline{5,83}}$

(bildet ved $L = 8f$ blir forøvrig invertert).

2) Intensitet $\propto \left|\mathcal{F}\{\text{objektet}\}\right|^2$ i Fraunhoferregimet.

a) $F = \mathcal{F}\left\{ f_w \otimes \left(\delta(x+a) + \delta(x) + \frac{1}{2}\delta(x-a) \right) \right\}$

$= \mathcal{F}\{f_w\} \cdot \mathcal{F}\left\{ \delta(x+a) + \delta(x) + \frac{1}{2}(\delta(x-a)) \right.$

Vi vet at $\mathcal{F}\{f_w\} = \mathcal{F}\left\{ f_0 \,\mathrm{rect}\left(\frac{x}{w}\right) \right\} = \underline{f_0 w \,\mathrm{sinc}\left(\frac{k_x w}{2}\right)}$

$\mathcal{F}\left\{ \delta(x+a) + \delta(x) + \frac{1}{2}\delta(x-a) \right\}$ // "Strukturfaktor"

$\underline{= e^{-ik_x a} + 1 + \frac{1}{2} e^{ik_x a}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{I \propto \mathrm{sinc}^2\left(\frac{k_x w}{2}\right)\left(\frac{9}{4} + 3\cos(k_x a) + \cos(2k_x a) \right)}}$

Symmetrisk!

b) $\mathcal{F}\left\{ \delta(x+a) + \delta(x) + \delta(x-a) e^{i\pi} \right\}$

$= e^{-ik_x a} + 1 + (-1) e^{ik_x a}$

$\underline{= 1 + 2i\sin(k_x a)}$

$\Rightarrow \underline{\underline{I \propto \mathrm{sinc}^2\left(\frac{k_x w}{2}\right)\left(1 + 4\sin^2(k_x a) \right)}}$

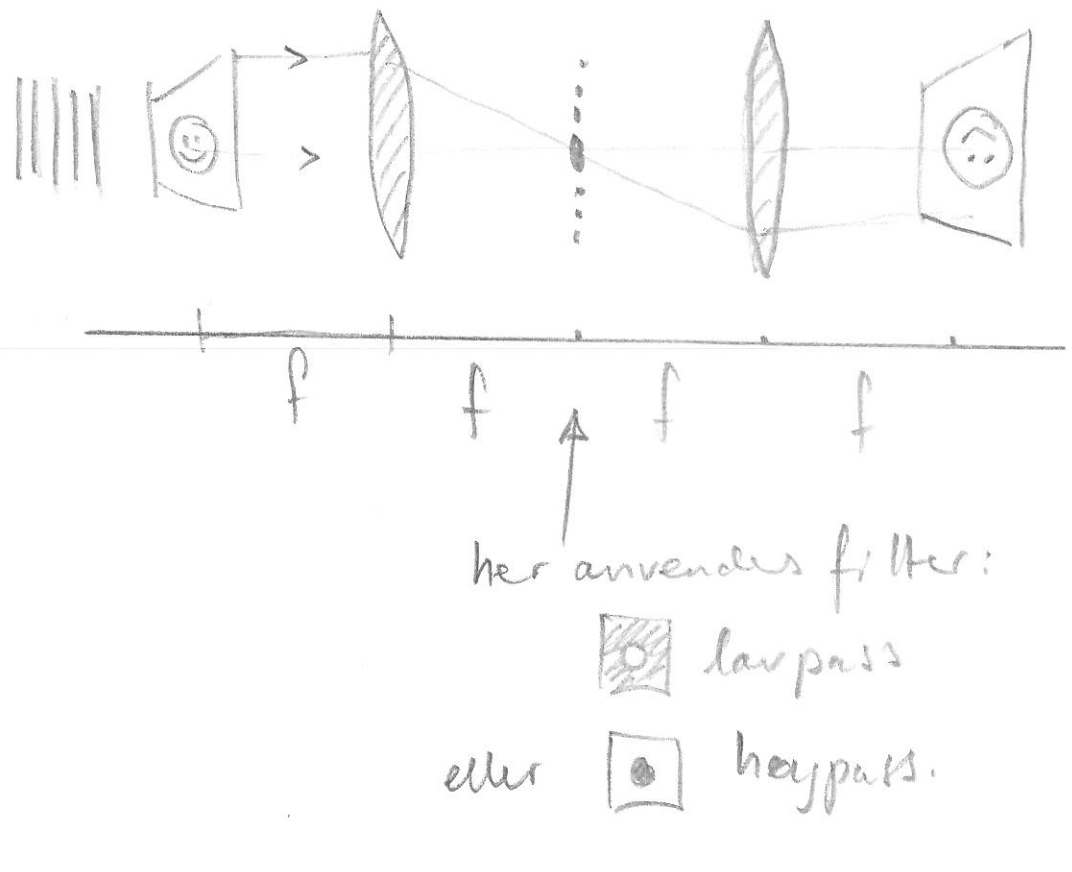
Symmetrisk!

(Merk: diffraksjonsmønstre kan under ganske generelle vilkår (!) vises å være symmetriske)

3a) Transversalt: stjerner er langt borte →
de er i praksis punktkilder. Dette gir høy
grad av transversal koherens.

Longitudinalt: lyset fra stjerner genereres ved
vilkårlige termiske (uordnede) prosesser →
fotonene er ikke i fase med hverandre, og de
har et vidt spekter av bølgelengder.
⇒ Lav longitudinal koherens.

b) Matematisk er det enkleste å Fouriertransformere
bildet. Dette gir en 2D (romlig) frekvensfordeling
hvor man kan bruke lavpass eller høypass-filtre
før man gjør en invers F.T. for å få det
modifiserte reelle bildet. [Alternativ: folding av reelt
bilde med F{filter}].
Med et 4-f system kan dette gjøres optisk:



3c) Det enkleste her er å anvende Malus' lov.

I_0 - intensiteten med to polarisatorer (som er lik $\frac{1}{2}$ av intensiteten før polarisatorene)

I - intensiteten med tre polarisatorer.

$$I = I_0 \cdot (\cos^2 60°)(\cos^2 60°) = \underline{\underline{\frac{I_0}{16}}}$$

Alternativt kan man bruke Jones-matriser:

$$\begin{bmatrix}E_x\\E_y\end{bmatrix}' = \underbrace{\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}}_{\text{3. polarisator}} \underbrace{\begin{bmatrix}\cos(-60°) & -\sin(-60°)\\ \sin(-60°) & \cos(-60°)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos 60° & -\sin 60°\\ \sin 60° & \cos 60°\end{bmatrix}}_{\text{2. polarisator}} \underbrace{\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}}_{\text{pol. etter 1. polarisator}^*}$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$$

$$I = |\vec{E}|^2 = E_x^2 + E_y^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \frac{1}{16}$$

$$\therefore\ \underline{\underline{I = \frac{I_0}{16}}}$$

* Husk at Jones-matriser ikke kan beskrive upolarisert lys.

3d) Hensikten med K er at når $d_1 = d_2$ skal den optiske veilengden være den samme for de to veiene i interferometeret ("begge strålene skal gå gjennom like mye glass").

Når M_1 flyttes 314,2 µm, øker veilengden med 2 · 314,2 µm (tur-retur). Dette må tilsvare 850 hele bølgelengder:

$$850 \cdot \lambda = 2 \cdot 314{,}2 \ \mu m$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 314{,}2 \ \mu m}{850} = \underline{\underline{739{,}3 \ nm}}$$