

LÖSNINGSFÖRSLAG

EXAMEN MAI 2002 OPTIKK VK

a) $\vec{E} = E_0 e^{-i\omega t}$; Förskyvn. $r(t) =$

Bewegelseslikningen for elektronene:

$$m \ddot{\vec{r}} + m\gamma \dot{\vec{r}} + k\vec{r} = e\vec{E} \quad (1)$$

Velger spesiell løsning $\vec{r} = r_0 e^{-i\omega t}$
som innsett i (1) gir

$$\vec{r} = \frac{e\vec{E}}{-m\omega^2 - i\omega\gamma + k} = \frac{e}{m} \frac{\vec{E}}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} \quad (2); \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Elektrisk dipolmoment pr. volumenehet

$$\vec{P} = N \cdot e \cdot \vec{r}$$

Innsetting av \vec{r} fra (2) gir

$$\vec{P} = \frac{Ne^2}{m} \frac{\vec{E}}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}$$

$\vec{D} = \vec{P} + \vec{E}$ og vi har

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\Rightarrow \epsilon = \frac{\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}{\epsilon_0 \vec{E}} = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}$$

$$\epsilon = 1 + \omega_p^2 \frac{1}{[(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\gamma] [(\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega\gamma]}$$

$$\Rightarrow \epsilon = 1 + \omega_p^2 \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega\gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}$$

Med $\epsilon = \epsilon_1 + i\epsilon_2$ får vi

$$\epsilon_1 = 1 + \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

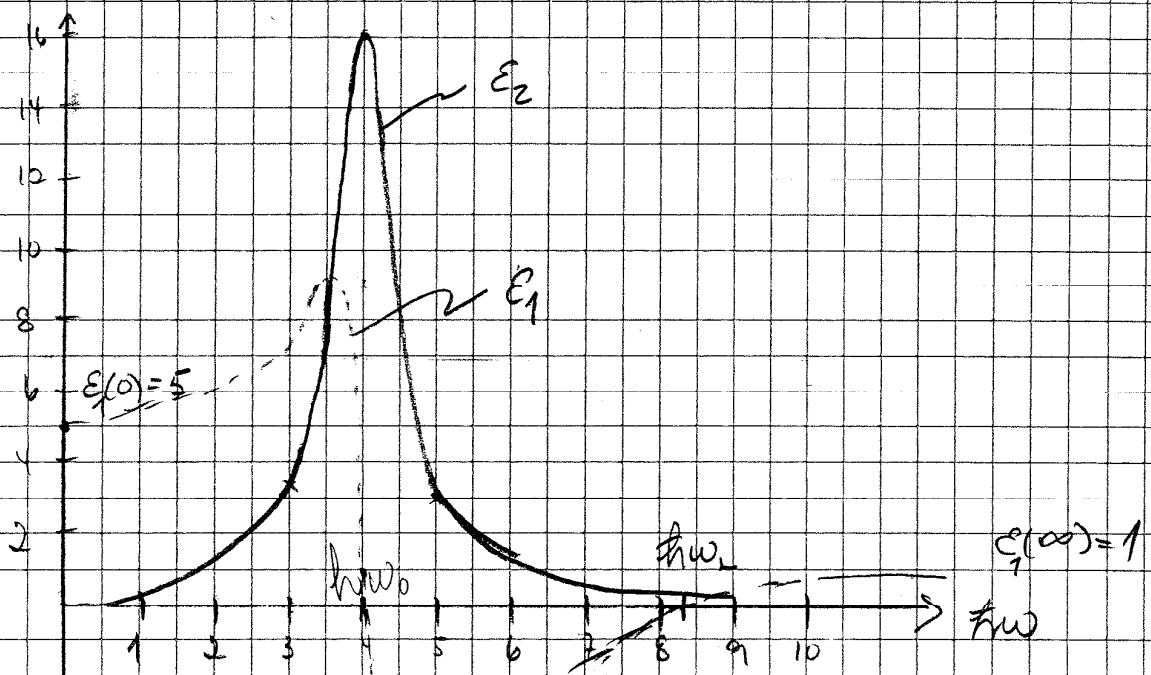
$$\epsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

med $\omega_0 = \sqrt{\frac{E}{m}}$ og $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}}$

Med $E_0 = 4,0 \text{ eV}$; $E_p = 8,0 \text{ eV}$ og $E_\gamma = 1,0 \text{ eV}$

$$\epsilon_1 = 1 + \frac{8^2 (4^2 - \omega^2)}{(4^2 - \omega^2)^2 + \omega^2}$$

$$\epsilon_2 = \frac{8^2 \omega}{(4^2 - \omega^2)^2 + \omega^2}$$



b) For $\omega_0 - \gamma < \omega < \omega_0 + \gamma$ $\Leftrightarrow 3eV < h\omega < 5eV$
 er materialet hovedsagelig absorberende
 $\epsilon_2 \propto$ absorptionskoefficienten er stor i dette
 området.

For $\omega_0 + \gamma < \omega < \omega_L$ er ϵ_2 lille mens ϵ_1
 er negativ \Rightarrow Hovedsagelig imaginær
 brytningsindeks, n lille og β stor
 \Rightarrow Høj refleksion (Fresnels formler) og materialet
 er hovedsagelig reflekterende.

For $\omega < \omega_0 - \gamma$ og $\omega > \omega_L$ er ϵ_2 lille, mens
 ϵ_1 er positiv $\Rightarrow \beta$ lille mens n har høj
 eller lav værdi. Materialet er hovedsagelig
 transparent.

c) Fri-elektron-modellen samme som i
 pkt. a) med $\omega_0 = 0$

$$\Rightarrow \epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}$$

$$\epsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}$$

Med $\gamma = 0$ blir $\epsilon_2 = 0$

$$\text{og } \epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

For $\omega < \omega_p$ er $\epsilon_1 < 0$

$$\epsilon_1 = n^2 - \beta^2 \quad \text{og} \quad \epsilon_2 = 2n\beta = 0$$

$\Rightarrow n = 0$ $\beta \neq 0 \Rightarrow$ Brytningsindeksen er
 rent imaginær.

Reflektivitet ved normalt innfall:

$$r = \frac{n_0 - n_T}{n_0 + n_T}$$

Her er $n_0 = 1$ $n_T = i\omega\epsilon$

$$\Rightarrow \text{Reflektansen } R = r \cdot r^* = \frac{(1 - i\omega\epsilon)}{(1 + i\omega\epsilon)} \cdot \frac{(1 + i\omega\epsilon)}{(1 - i\omega\epsilon)}$$

$$\Rightarrow \underline{R=1} \text{ for } \omega < \omega_p$$

ω_p = plasmafrekvensen, frekvensen der det oppstår kollektive elektronbevegelser av elektronmassen og materialet går over fra reflekterende til trans-
Observert spektrum for aluminium: til trans-
mitt Hverende.

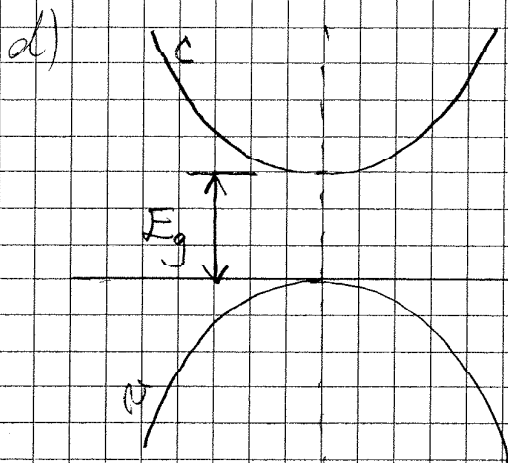
Aluminium har en overgang til å bli transparent som forutsagt i Drudemodellen. Skillet er rundt 1,5 eV interbandovergang ved parallele bånd. Forstykker mellom eksperimentelle data og Drude teori skyldes interband-
overganger.

Gull

Reduksjonen i reflektiviteten for $\lambda < 600 \text{ nm}$ skyldes interbandoverganger \Rightarrow Energiforskjellen mellom d-bånd og Fermi nivå:

$$\underline{E(\text{eV})} = \frac{hc}{\lambda \cdot e} = \frac{1240}{\lambda \cdot e} \approx \underline{2,3 \text{ eV}} \text{ for } \lambda = 550 \text{ nm}$$

Fra spekteret ser vi at reflektansen er lav for grønt og blått lys \Rightarrow Reflektert lys dominert av gult og rødt lys \Rightarrow Gull har gulaktig farge.



Energibåndene er givet af:

$$E_v = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}$$

$$E_c = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}$$

$E=0$

Energiforskellen ved en optiske overgang:

$$E_c - E_v = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}$$

$$\text{den } \frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v}$$

Vi har:
$$E_2(\omega) = \frac{2\pi e^2}{m^2 \epsilon_0 \omega^2} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} |M|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\omega)$$

Med $M \approx \text{konstant}$ $E_f = E_c$ og $E_i = E_v$ får vi

$$E_2 = \frac{2\pi e^2}{m^2 \epsilon_0 \omega^2} \frac{|M|^2}{(2\pi)^3} \int d^3 k \delta(E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} - \hbar\omega)$$

Joint density of states (definition)

$$\begin{aligned} \text{JDS} &= \int d^3 k \delta(E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} - \hbar\omega) \\ &= \int 4\pi k^2 dk \delta(E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} - \hbar\omega) \end{aligned}$$

Fra $\int g(x) \delta(f(x)) dx = \frac{g(x_0)}{\left| \frac{df}{dx} \right|_{x_0}}$ der $f(x_0) = 0$ får vi

$$\text{JDS} \propto \frac{k_0^2}{k_0} \text{ der } \hbar k_0 = \sqrt{2m_r (\hbar\omega - E_g)}$$

$$\Rightarrow \underline{\text{JDS} \propto \sqrt{\hbar\omega - E_g}} \text{ g.f.d.}$$

Dette giver: $E_2 = \text{konst.} \cdot \omega^2 \cdot \text{JDS}$

$$\underline{E_2 \propto \omega^2 \sqrt{\hbar\omega - E_g}} \text{ for } \hbar\omega > E_g$$

$$\underline{E_2 = 0 \text{ for } \hbar\omega < E_g}$$

da energien er for lille til at eksitere elektron-hull-par i båndstrukturen

Oppgave 2

6

a) Jones vektor: Beskriver polarisasjons tilstanden og amplitude for fullstendig polarisert EM-bølge

Stokes vektor: Beskriver en generell polarisasjons-tilstand, også delvis polariserte bølger

Jones matrise: Beskriver transformasjonen av en Jones vektor gjennom en optisk komponent.

Mueller matrise: Beskriver transformasjonen av en Stokes vektor gjennom en optisk komponent. Gjelder generelt selv om en ikke kan definere en Jones matrise for komponenten.

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta} \end{bmatrix}$$

Når faseforhøyningen dannes vinkelen α med x-aksen:

$$\vec{T}_\alpha = \vec{R}(\alpha) \vec{T} \vec{R}(-\alpha)$$

$$\vec{T}_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$\vec{T}_\alpha = \begin{bmatrix} \cos^2\alpha + e^{-i\delta} \sin^2\alpha & \sin\alpha\cos\alpha(e^{-i\delta} - 1) \\ \sin\alpha\cos\alpha(e^{-i\delta} - 1) & \sin^2\alpha + e^{-i\delta} \cos^2\alpha \end{bmatrix}$$

b) For $\alpha = 45^\circ$ og $\delta = \frac{\pi}{2}$ får vi

$$\underline{T}_\alpha = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - i\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}(1+i) \\ \frac{1}{2}(1+i) & \frac{1}{2}(1-i) \end{bmatrix}$$

Transmittert lys:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_{x0} \\ E_{y0} \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1-i) & -(1+i) \\ -(1+i) & (1-i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{E_x}{2} \begin{bmatrix} (1-i) \\ -(1+i) \end{bmatrix} = \frac{E_x}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{-i\pi/4} \\ e^{-i3\pi/4} \end{bmatrix} = \frac{E_x}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-i\pi/2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Stokes vektoren idet vi setter $E_x = 1$ og ignorerer faseleddet $e^{-i\pi/4}$, som vil forsvinne i regningen, får vi

$$\underline{S}_0 = \langle E_x^2(t) \rangle + \langle E_y^2(t) \rangle = \frac{1}{2} [1 + 1] = 1$$

$$\underline{S}_1 = \langle E_x^2(t) \rangle - \langle E_y^2(t) \rangle = \frac{1}{2} [1 - 1] = 0$$

$$\underline{S}_2 = 2 \langle E_x \cdot E_y \cos(\delta_y - \delta_x) \rangle = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(-\pi/2) = 0$$

$$\underline{S}_3 = 2 \langle E_x \cdot E_y \sin(\delta_y - \delta_x) \rangle = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(-\pi/2) = -1$$

Polarisasjonsgraden

$$P = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} = 1 \text{ som forventet.}$$

Da $S_3 = -1$ er lyset venstredreierende sirkulærpolarisert

c) Systemet er et halvparaflex (Fabry-Pérot) (8)
 Transmissionsmaksima gitt av:

$$\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot n = m\pi \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$d = \frac{\lambda_0}{2 \cdot n} \quad \text{der } \lambda_0 = 500 \text{ nm} = \text{designbølglengden}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi d \cdot n}{m\pi} = \frac{\lambda_0}{m}$$

Transmissionsmaksima for $\lambda = \lambda_0, \frac{\lambda_0}{2}, \frac{\lambda_0}{3}, \dots$

$$\text{For } \lambda = \lambda_0 \text{ er } \delta = \pi \Rightarrow \underline{T = 1}$$

Refleksbelegget består av 4 lag $\frac{1}{4}$ -belegg

Transfermatrisen for en av $\frac{1}{4}$ filmene

$$M = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{i}{n} \\ -in & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{i}{n_{\frac{1}{2}}} \\ -in_{\frac{1}{2}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{i}{n_L} \\ -in_L & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left(-\frac{n_L}{n_{\frac{1}{2}}}\right) & 0 \\ 0 & \left(-\frac{n_{\frac{1}{2}}}{n_L}\right) \end{bmatrix}$$

$$M_{2N} = \begin{bmatrix} \left(-\frac{n_L}{n_{\frac{1}{2}}}\right)^{2N} & 0 \\ 0 & \left(-\frac{n_{\frac{1}{2}}}{n_L}\right)^{2N} \end{bmatrix}$$

Refleksiviteten er gitt ved (idet $n_{\frac{1}{2}} = 1$ for luft)

$$r = \frac{n_d \left(-\frac{n_L}{n_{\frac{1}{2}}}\right)^{2N} - \left(\frac{n_{\frac{1}{2}}}{n_L}\right)^{2N}}{n_d \left(-\frac{n_L}{n_{\frac{1}{2}}}\right)^{2N} + \left(\frac{n_{\frac{1}{2}}}{n_L}\right)^{2N}}$$

$$R = r^2$$

9

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{mF}{\pi} \quad \text{for } \lambda = 500\text{nm} \quad m=1$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\pi\lambda_0}{F} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{R}} (1-R) < 40\text{nm}$$

$$\text{For } N=4 \quad r = -0.9140 \quad R = 0.8353$$

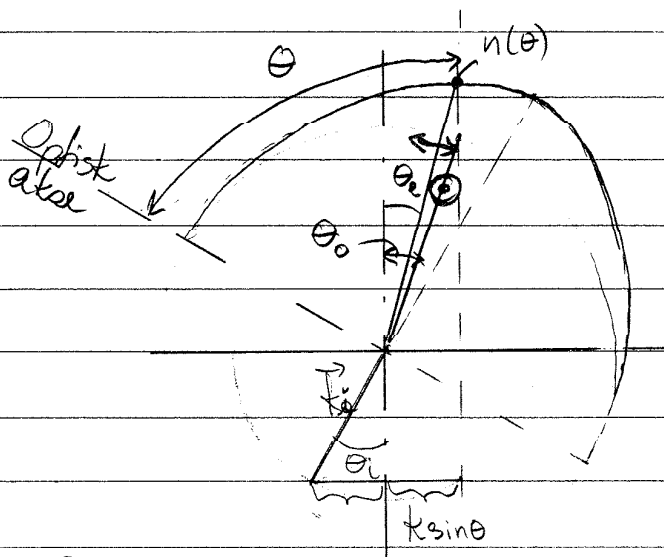
$$\Delta\lambda = 90\text{nm}$$

$$\text{For } N=5 \quad r = -0.9625 \quad R = 0.9263$$

$$\Delta\lambda = 40\text{nm}$$

\Rightarrow For å få en båndbredde $\Delta\lambda < 50\text{nm}$
må vi ha 5 dobbeltlag på hver side

d)



Fasut / $k_{||}$
overflata må
være kontinuerlig

$$\Rightarrow k_i \sin \theta_i = k_0 \sin \theta$$

For den ordinære skallen:

$$k_i \sin \theta_i = k_0 \sin \theta_0 = k_i n_0 \sin \theta_0$$

$$\sin \theta_0 = \frac{\sin \theta_i}{n_0} = \frac{\sin 30^\circ}{1.544}$$

$$\Rightarrow \theta_0 = 18.9^\circ \quad \text{Polarisert } \perp \text{ innfallsplan}$$

(10)

För ekstraordinær stråle må vi ta hensyn til at $n(\theta)$ varierer med θ og dermed θ_c

Bestemmer $n(\theta)$ og θ_c ved iterasjon:

$$\frac{1}{n^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2}$$

$$n(\theta) = \left(\frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \right)^{-1/2}$$

$$\theta_c = \theta_0 \Rightarrow \theta = 60^\circ + \theta_0 = 78,9^\circ$$

$$n(\theta) = 1,5536$$

$$\sin \theta_{c,1} = \frac{\sin \theta_0}{n(\theta)} \Rightarrow \theta_{c,1} = 18,77$$

$$\theta_c = \theta_{c,1} \Rightarrow \theta = 78,77^\circ$$

$$n(\theta) = 1,5527$$

$$\theta_{c,2} = 18,78$$

$\Rightarrow \underline{\theta_c = 18,8^\circ}$ for ekstraordinær bølge \rightarrow
(Polarisert \parallel innfallplanet $\perp k_e$)

I prinsippet vil strålen ha en litt annen vinkel en k_e da stråleretningen er \perp tangenten til k_e -ellipsen. I realiteten for dette tilfellet vil forskjellen være svært liten da det er liten forskjell på n_o og n_e .

Oppgave 3

a) Mulige moder:

Transverselle moder: Ulite Gaussisk-Hermittiske moder (l, m)

For hver av de transverselle modene sett av longitudinelle moder q med frekvensgitt av:

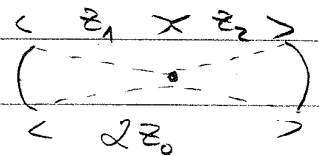
$$\nu_{l,m,q} = q\nu_F + (l+m+1) \frac{\Delta\zeta}{\pi} \nu_F$$

der $\nu_F = \frac{c}{2d}$ der $c =$ lyshastigheten i lasermediet
 $d =$ lengden av kaviteten,
 $q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\nu_F = \frac{3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 1 \text{ m}} = 0,15 \text{ GHz}$$

$$\Delta\zeta = \zeta(z_2) - \zeta(z_1)$$

$$z_2 = z_0; \quad z_1 = -z_0$$



$$\Delta\zeta = \arctan\left(\frac{z_2}{z_0}\right) - \arctan\left(\frac{z_1}{z_0}\right)$$

$$= \arctan(1) - \arctan(-1) = 2 \arctan(1)$$

$$= \pi/2$$

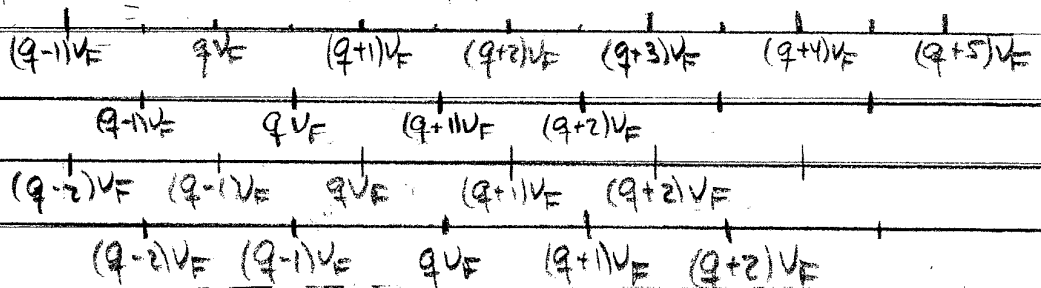
$$\nu_{l,m,q} = q\nu_F + (l+m+1) \nu_F/2$$

skala

(00, q)

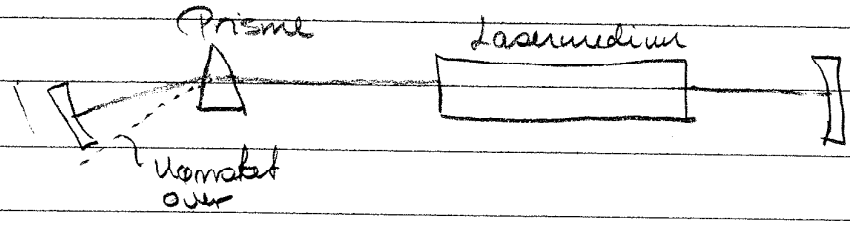
(01, q)

(11, q)



OSV

For å velge ut en atomer linje, må de atomer linjene ikke ligge for tett i energi, kan en benytte et prisme som skissert i figuren under



b) Homogen forbredning: Forbredningsmekanismer som virker likt på alle laseratomene, alle atomer samme linjeform og frekvensrespons. Levetsforbredning, kollisjonsforbredning, dipolforbredning og kemisk forbredning.

Inhomogen forbredning: Forbredningsmekanismer som virker ulikt på ulike laseratomer. Dopplerforbredning, forbredning pga. krysfallinhomogenitet

For homogent forbredet medium

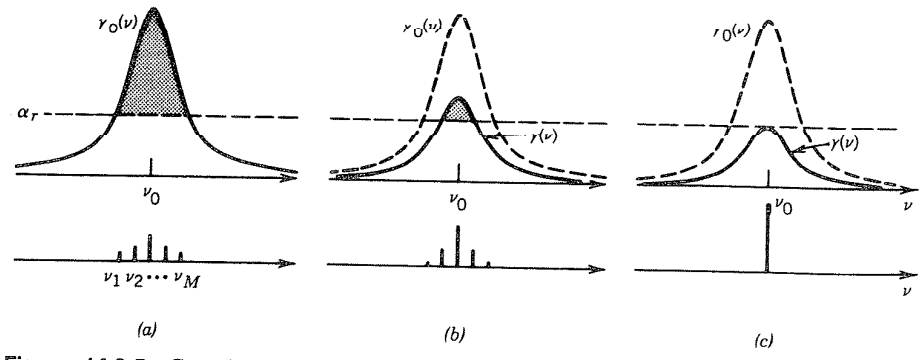


Figure 14.2-5 Growth of oscillation in an ideal homogeneously broadened medium. (a) Immediately following laser turn-on, all modal frequencies $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_M$, for which the gain coefficient exceeds the loss coefficient, begin to grow, with the central modes growing at the highest rate. (b) After a short time the gain saturates so that the central modes continue to grow while the peripheral modes, for which the loss has become greater than the gain, are attenuated and eventually vanish. (c) In the absence of spatial hole burning, only a single mode survives.

For inhomogent forbredet medium

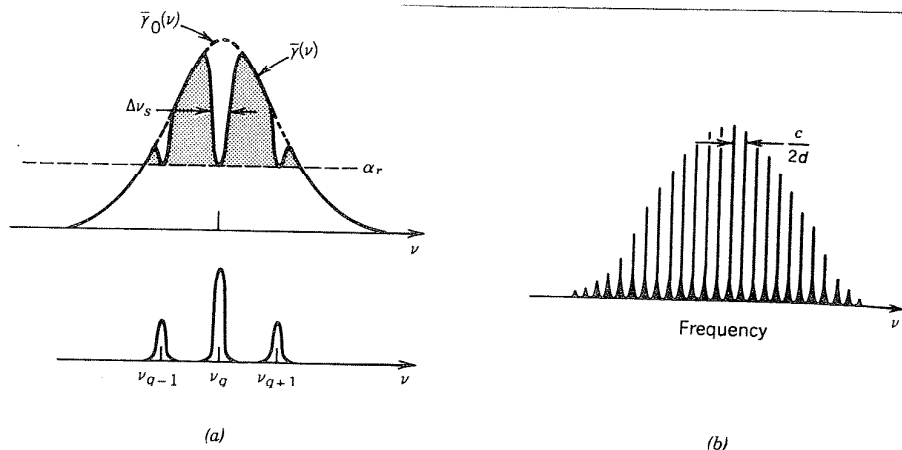


Figure 14.2-7 (a) Laser oscillation occurs in an inhomogeneously broadened medium by each mode independently burning a hole in the overall spectral gain profile. The gain provided by the medium to one mode does not influence the gain it provides to other modes. The central modes garner contributions from more atoms, and therefore carry more photons than do the peripheral modes. (b) Spectrum of a typical inhomogeneously broadened multimode gas laser.

- c) Sannsynligheten for absorpsjon av foton med energi $h\nu$ ved å eksitue elektron fra energinivå E_1 i valensbåndet til E_2 i ledningsbåndet er proporsjonal med

$$f_a = f_{av}(E_1) [1 - f_{oc}(E_2)] \begin{matrix} \text{Elektron i nivå } E_1 \\ \text{Nivå } E_2 \text{ tomt.} \end{matrix}$$

Tilsvarende for emisjon av foton med energi $h\nu = E_2 - E_1$

$$f_e = f_{ec}(E_2) [1 - f_{av}(E_1)]$$

Vise at $f_a > f_e$ ved likevekt $\Leftrightarrow E_F$ samme gjennom hele systemet.

$$f_a = \left[\frac{1}{\exp\left[\frac{E_1 - E_F}{kT}\right] + 1} \right] \left[1 - \frac{1}{\exp\left[\frac{E_2 - E_F}{kT}\right] + 1} \right]$$

Δ_1 Δ_2

$$f_a = \frac{1}{e^{\Delta_1 + 1}} \left(1 - \frac{1}{e^{\Delta_2 + 1}} \right)$$

$$f_e = \frac{1}{e^{\Delta_2 + 1}} \left(1 - \frac{1}{e^{\Delta_1 + 1}} \right)$$

$$f_a > f_e \Rightarrow$$

$$\frac{1}{e^{\Delta_1 + 1}} - \left(\frac{1}{e^{\Delta_1 + 1}} \right) \left(\frac{1}{e^{\Delta_2 + 1}} \right) > \frac{1}{e^{\Delta_2 + 1}} \left(\frac{1}{e^{\Delta_2 + 1}} \right) \left(\frac{1}{e^{\Delta_1 + 1}} \right)$$
$$\frac{1}{e^{\Delta_1 + 1}} > \frac{1}{e^{\Delta_2 + 1}}$$

$$\Leftrightarrow e^{\Delta_1 + 1} < e^{\Delta_2 + 1} \Rightarrow \Delta_2 > \Delta_1 \quad (1)$$

$$\Rightarrow E_2 - E_F > E_1 - E_F \Rightarrow E_2 > E_1 \text{ som alltid} \\ \text{gielder}$$

\Rightarrow I litewekt er alltid $f_a > f_b$

I kvasilitewekt har vi $E_{fc} \neq E_{fv}$

$$\Rightarrow \Delta_1 = \frac{E_1 - E_{fv}}{kT} \quad \text{og} \quad \Delta_2 = \frac{E_2 - E_{fc}}{kT}$$

Fra (1) med $f_e > f_a$ får vi:

$$\Delta_1 > \Delta_2$$

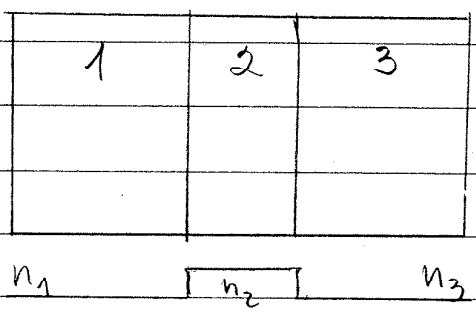
$$\Rightarrow E_1 - E_{fv} > E_2 - E_{fc}$$

$$\Leftrightarrow E_{fc} - E_{fv} > E_2 - E_1 = h\nu$$

I tillegg må $h\nu > E_g$ for å få absorpsjon og emisjon \Rightarrow Forsterkningsbåndbredden er gitt av

$E_g < h\nu < E_c - E_v$ q.e.d.

d)



Med $E_{g2} < E_{g1}, E_{g2}$
 $n_2 > n_1, n_3$

① For en gitt injeksjonsstrøm tallet bli forsterkningen høyere fordi det aktive laget blir smalere enn for en ren p-n-overgang. Injiserde minoritetsbærere vil være "confined" til det aktive laget (lag 2 i figuren over) og hindres å diffundere til omkringende lag.

② Det aktive laget fungerer som en bølgeleder slik at lyset befinner seg hovedsakelig i dette området \Rightarrow Økt forsterkning.

③ Mindre tap pga. at lag 1 og 3 har for stort båndgap til å absorbere fotonene i bølgelederen. $h\nu = E_{g2} < E_{g1}, E_{g3}$

Modene er som for en bolgeleder, laterale moder (som tilsvarende transverselle moder i andre laserkaviteter). Fordeling vist i figuren under. For hver laterale mode har vi sett av longitudinale moder med frekvens forstyrt ν gitt av lengden av laserkaviteten,

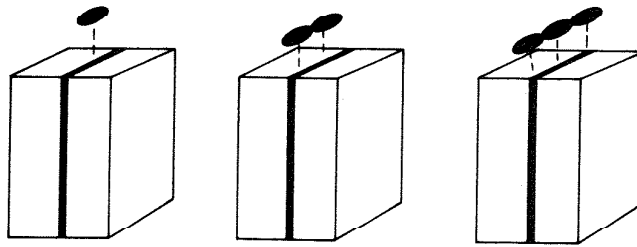
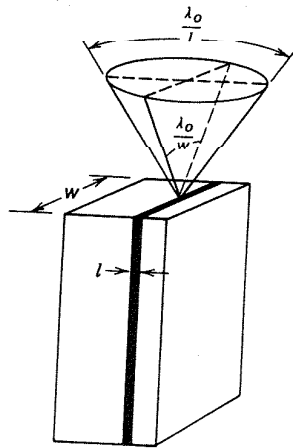


Figure 16.3-6 Schematic illustration of spatial distributions of the optical intensity for the laser waveguide modes $(l, m) = (1, 1), (1, 2),$ and $(1, 3).$

Vinkelfordeling tilsvarende diffraksjon fra spalt med dimensjon $\lambda \times w$, se figur under $\Rightarrow \frac{\lambda_0}{l}$ i ene retningen og λ_0/w i andre retningen. Vinkelåpning stor sammenliknet med konvensjonelle lasere,



Angular distribution of the optical beam emitted from a laser diode.