
1) Hva er energien til fotoner med bølgelengde 1.0 m?

- A) 1.2 peV B) 1.2 neV C) 1.2 μ eV D) 1.2 meV E) 1.2 eV
-

2) Hva er energien til et fritt elektron med bølgelengde 1.0 nm?

- A) 1.5 peV B) 1.5 neV C) 1.5 μ eV D) 1.5 meV E) 1.5 eV
-

3) Det er målt kvantemekanisk interferens ved å sende nanopartikler med hele 810 atomer ($C_{284}H_{190}F_{320}N_4S_{12}$) gjennom et diffraksjonsgitter med spalteaavstand 266 nm (M. Arndt *et al*, *Phys Chem Chem Phys* **15**, 14696 (2013)). Molekylene hadde (midlere) hastighet 85 m/s. De fem ulike elementene som inngår i molekylet, C, H, F, N og S, har atommasser hhv 12u, 1u, 19u, 14u og 32u. Hva er molekylenees bølgelengde?

- A) 0.46 pm B) 0.46 nm C) 0.46 μ m D) 0.46 mm E) 0.46 m
-

4) I et transmisjonselektronmikroskop (TEM) akselereres elektroner slik at de oppnår en kinetisk energi 200 keV. Hva er bølgelengden til slike elektroner?

- A) 2.5 pm B) 2.5 nm C) 2.5 μ m D) 2.5 mm E) 2.5 m
-

5) Røntgenstråling med fotonenergi 8.04 keV kan oppnås med elektronovergang fra 2p til 1s i kobber. Hva er bølgelengden til slike fotoner?

- A) 1.24 Å B) 1.34 Å C) 1.44 Å D) 1.54 Å E) 1.64 Å
-

6) "Kalde" nøytroner brukes i spredningseksperimenter for å studere objekter på nanometerskala. Hva er hastigheten til nøytroner med bølgelengde 10.2 Å?

- A) 187 m/s B) 387 m/s C) 587 m/s D) 787 m/s E) 987 m/s
-

7) Under partikkelterapi og bestråling med karbonioner frigjøres nøytroner med svært høy kinetisk energi. Hva er bølgelengden til nøytroner med kinetisk energi 100 MeV?

- A) 2.2 fm B) 2.8 fm C) 3.4 fm D) 4.0 fm E) 4.6 fm
-

8) Nøyaktige målinger av frigjøringsarbeidet W i metallet molybden (Mo) ble utført ved Institutt for fysikk på Gløshaugen tidlig på 70-tallet. (B. J. Slagsvold *et al*, *Surface Science* **43**, 275 (1973).) For seks ulike overflater (krystallplan) varierte terskelbølgelengden (dvs største bølgelengde som gav fotoelektrisk effekt) mellom 250 og 284 nm. Hvilket intervall for W , i enheten eV, tilsvarer dette?

- A) $1.36 < W < 1.95$ B) $2.36 < W < 2.95$ C) $3.36 < W < 3.95$
D) $4.36 < W < 4.95$ E) $5.36 < W < 5.95$
-

9) Plancks kvantehypotese resulterer i at svarte legemer med absolutt temperatur T sender ut mest elektromagnetisk strålingsenergi pr bølgelengdeenhet ved en bølgelengde λ_m gitt ved $hc/k_B T \lambda_m = 4.96512$. Hva er omtrent λ_m for papiret (eller skjermen) som du leser denne teksten på?

- A) 10 μ m B) 20 μ m C) 30 μ m D) 40 μ m E) 50 μ m
-

10) I Bohrs modell for hydrogenatomet antas det at elektronet går i klassiske sirkelbaner omkring kjernen, med radius r . Hva er elektronets kinetiske energi i Bohrs modell, dersom sirkelbanen har radius 0.529 \AA ?

- A) 3.0 eV B) 6.8 eV C) 13.6 eV D) 20.4 eV E) 27.2 eV

Et fritt elektron (masse m_e) befinner seg i det konstante potensialet $V = 0$ og beskrives av (den ikke normerbare) bølgefunksjonen

$$\Psi(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}.$$

med $k = 25 \text{ nm}^{-1}$. Oppgavene 11 – 13 omhandler dette elektronet.

11) Hva er elektronets bølgelengde?

- A) 0.04 nm B) 0.25 nm C) 0.40 nm D) 2.5 nm E) 4.0 nm

12) Hva er elektronets energi?

- A) 12 eV B) 15 eV C) 18 eV D) 21 eV E) 24 eV

13) Hva er omtrent elektronets hastighet (c er lysfarten)?

- A) $0.01c$ B) $0.03c$ C) $0.05c$ D) $0.07c$ E) $0.09c$

Et elektron er begrenset til å bevege seg i en dimensjon, mellom $x = 0$ og $x = L = 5.0 \text{ nm}$. Potensialet er $V = 0$ for $0 < x < L$ og $V = \infty$ ellers. Oppgavene 14 – 18 omhandler dette systemet.

14) Hva er den minste (absolutt-)verdien du kan måle for elektronets hastighet?

- A) 12 km/s B) 32 km/s C) 52 km/s D) 72 km/s E) 92 km/s

15) Hva kan du med sikkerhet si om Δp , usikkerheten (standardavviket) i elektronets impuls?

- A) $\Delta p = \hbar$ B) $\Delta p \geq \hbar/L$ C) $\Delta p \leq \hbar/L$ D) $\Delta p \geq \hbar$ E) $\Delta p \leq \hbar$

16) Anta at elektronet befinner seg i grunntilstanden. Hva må bølgelengden til et innkommende foton være for at det skal kunne eksitere elektronet til 1. eksiterte tilstand?

- A) $0.28 \mu\text{m}$ B) $28 \mu\text{m}$ C) 0.28 mm D) 28 mm E) 28 cm

17) Anta nå at elektronet ved tidspunkt $t = 0$ er preparert i en tilstand beskrevet ved (den normerte) bølgefunksjonen

$$\Psi(x, 0) = \sqrt{\frac{8}{3L}} \sin^2(\pi x/L).$$

Hva er da sannsynligheten for at en måling av elektronets energi gir verdien $E_3 = 9\pi^2\hbar^2/2m_eL^2$?

- A) 0.000038 B) 0.00038 C) 0.0038 D) 0.038 E) 0.38

18) Anta så at elektronet beskrives av den ikke-stasjonære (men normerte) bølgefunksjonen

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=1}^5 c_n \psi_n(x) e^{-iE_n t/\hbar} \quad \text{med} \quad c_1 = c_5 = \frac{1}{4}, \quad c_2 = c_4 = \frac{1}{2}, \quad c_3 = \sqrt{\frac{3}{8}}.$$

Hva er da forventningsverdien $\langle E \rangle$ av partikkelens energi?

- A) $\pi^2\hbar^2/m_eL^2$ B) $3\pi^2\hbar^2/m_eL^2$ C) $5\pi^2\hbar^2/m_eL^2$ D) $7\pi^2\hbar^2/m_eL^2$ E) $9\pi^2\hbar^2/m_eL^2$

En partikkel med masse m befinner seg i potensialet $V(x) = m\omega^2 x^2/2$ (dvs en endimensjonal harmonisk oscillator). Oppgavene 19 – 21 omhandler dette systemet.

19) Hva er total utstrekning på det klassisk tillatte området når partikkelen befinner seg i grunntilstanden?

- A) $\sqrt{\hbar/m\omega}$ B) $\sqrt{2\hbar/m\omega}$ C) $\sqrt{4\hbar/m\omega}$ D) $\sqrt{8\hbar/m\omega}$ E) $\sqrt{16\hbar/m\omega}$

20) Hva er usikkerheten Δx i partikkelens posisjon når den befinner seg i grunntilstanden?

- A) $\sqrt{\hbar/2m\omega}$ B) $\sqrt{2m\hbar/\omega}$ C) $\sqrt{2m\hbar\omega}$ D) $\sqrt{\omega/2m\hbar}$ E) $\sqrt{2\omega/m\hbar}$

21) Ni ikke-vekselvirkende fermioner med spinn $1/2$ ($s = 1/2$, $m_s = \pm 1/2$) befinner seg i dette potensialet. Hva er systemets totale energi ved lave temperaturer ($k_B T \ll \hbar\omega$)?

- A) $21\hbar\omega/2$ B) $41\hbar\omega/2$ C) $61\hbar\omega/2$ D) $81\hbar\omega/2$ E) $101\hbar\omega/2$

22) Energienivåene for elektroner (fermioner; to spinttilstander for hver romlige orbital) i en tredimensjonal kubisk boks med sidekanter L er

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2),$$

med positive heltallige kvantetall n_x, n_y, n_z . Hva er degenerasjonsgraden til energinivået $19\hbar^2 \pi^2 / 2m_e L^2$?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

23) Hva er kommutatoren $[\widehat{L}_z, z]$?

- A) 0 B) $i\hbar$ C) $i\hbar x$ D) $i\hbar y$ E) $i\hbar z$

24) Hva er kommutatoren $[\widehat{L}_z, x]$?

- A) 0 B) $i\hbar$ C) $i\hbar x$ D) $i\hbar y$ E) $i\hbar z$

25) Funksjonen

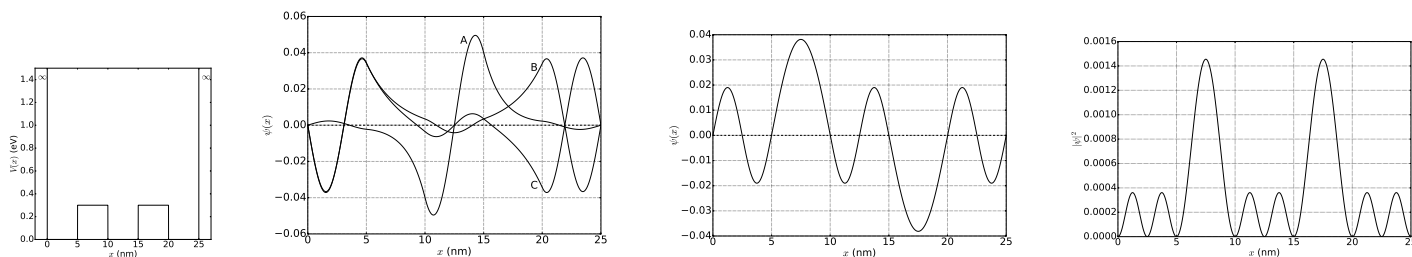
$$\psi(x, y, z) = \sqrt{\frac{2m\omega}{\pi\hbar L}} e^{-m\omega(x^2+y^2)/2\hbar} \sin \frac{\pi z}{L}$$

er egenfunksjon til hamiltonoperatoren \widehat{H} for en partikkel med masse m i potensialet

$V(x, y, z) = m\omega^2(x^2 + y^2)/2$ når $0 < z < L$ og $V = \infty$ ellers. Hva er tilhørende energieigenverdi?

- A) $\pi^2 \hbar^2 / 2mL^2$ B) $\hbar\omega$ C) $\sqrt{\omega \pi^2 \hbar^3 / 2mL^2}$ D) $\hbar\omega - \pi^2 \hbar^2 / 2mL^2$ E) $\hbar\omega + \pi^2 \hbar^2 / 2mL^2$

En lagdelt halvlederstruktur gir opphav til et endimensjonalt potensial (figur neste side, til venstre), $V(x) = V_0 = 0.30$ eV for $5 < x < 10$ og $15 < x < 20$ nm; $V(x) = 0$ for $0 < x < 5$ nm, $10 < x < 15$ nm og $20 < x < 25$ nm; $V(x) \simeq \infty$ ellers. Elektroner som befinner seg i dette potensialet oppfører seg som partikler med masse $0.15m_e$, dvs de har en effektiv masse $0.15m_e$. (Denne opplysningen trenger du strengt tatt ikke.) Oppgavene 26 – 30 omhandler dette potensialet.



26) Hva er riktig rangering av energien til de tre energiegtilstandene merket A, B og C i figur nr to fra venstre?

- A) $E_A < E_B < E_C$ B) $E_C < E_A < E_B$ C) $E_B < E_C < E_A$
 D) $E_B < E_A < E_C$ E) $E_A < E_C < E_B$

27) Hvilke av tilstandene A, B og C har høyere energi enn 0.30 eV?

- A) Alle B) Ingen C) B og C D) C E) A

28) Hva er et fornuftig estimat av energien i tilstanden i figur nr to regnet fra høyre?

- A) 0.20 eV B) 0.30 eV C) 0.40 eV D) 0.50 eV E) 0.60 eV

29) Figuren til høyre viser sannsynlighetstettheten $|\psi(x)|^2$ for tilstanden i figuren ved siden av. La P_1 og P_0 angi sannsynlighetene for å finne en partikkel i denne tilstanden henholdsvis der $V = V_0$ og der $V = 0$. Hva er da et rimelig estimat av forholdet P_1/P_0 ?

- A) 0.7 B) 1.2 C) 1.7 D) 2.2 E) 2.7

30) Hvor mange (romlige) energiegtilstander har lavere energi enn tilstanden omtalt i oppgavene 28 og 29?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

En av energiegtilstandene (en $2p$ -tilstand) i hydrogenatomet er

$$\psi(\mathbf{r}) = R_{21}Y_{p_x} = \frac{1}{\sqrt{2}}R_{21}(Y_{1,-1} - Y_{11}).$$

Opgavene 31 – 34 dreier seg om denne tilstanden.

31) Hva er L_x i tilstanden ψ ?

- A) 0 B) \hbar C) $-\hbar$ D) $\sqrt{2}\hbar$ E) Uskarp

32) Hva er L_z i tilstanden ψ ?

- A) 0 B) \hbar C) $-\hbar$ D) $\sqrt{2}\hbar$ E) Uskarp

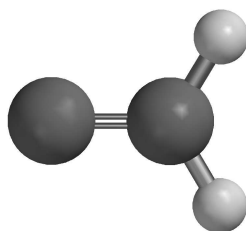
33) I hvilke posisjoner $\mathbf{r} = (x, y, z)$ er sannsynlighetstettheten $|\psi|^2$ størst?

- A) $(\pm a_0, 0, \pm a_0)$ B) $(\pm a_0, \pm a_0, 0)$ C) $(\pm a_0, 0, 0)$ D) $(\pm 2a_0, 2a_0, -2a_0)$ E) $(\pm 2a_0, 0, 0)$

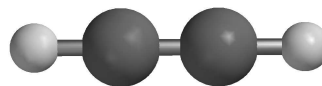
34) Et elektron i tilstanden ψ absorberer et foton og havner i tilstanden $R_{32}Y_{20}$. Hva var fotonets bølgelengde?

- A) 122 nm B) 434 nm C) 486 nm D) 656 nm E) 923 nm

Oppgavene 35 – 42 omhandler C_2H_2 :



Vinytiden ($C-C-H \simeq 20^\circ$)



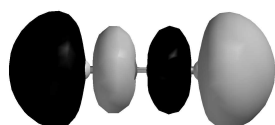
Acetylen ($C-C-H = 180^\circ$)

35) En klassisk stiv rotator har kinetisk energi $K = L^2/2I$. Her er L dreieimpulsen, mens $I = \sum_j m_j r_j^2$ er treghetsmomentet (relativt en akse gjennom massesenteret). Acetylenmolekylet (figuren over, til høyre) har bindingslengder $C-C = 120.3$ pm og $C-H = 106.0$ pm. Atommassene er $12u$ og $1u$. Hva er energidifferansen mellom laveste og nest laveste rotasjonstilstand for acetylen (når vi betrakter molekylet som en stiv rotator)?

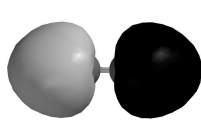
- A) 0.3 neV B) 0.3 μ eV C) 0.3 meV D) 0.3 eV E) 0.3 keV

36) Hvor mange vibrasjonsmoder N_a og N_v har hhv acetylen og vinytiden?

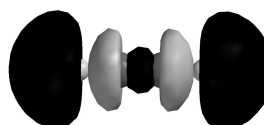
- A) $N_a = 6, N_v = 6$ B) $N_a = 7, N_v = 6$ C) $N_a = 6, N_v = 7$
 D) $N_a = 7, N_v = 7$ E) $N_a = 8, N_v = 5$



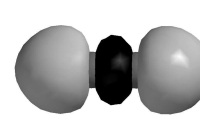
Ψ_A



Ψ_B



Ψ_C



Ψ_D

37) De fire acetylenorbitalene i figuren over er alle lineærkombinasjoner av de samme atomære s - og p_z -orbitalene. Ranger de tilhørende energiene.

- A) $E_B < E_D < E_A < E_C$ B) $E_C < E_B < E_D < E_A$ C) $E_D < E_A < E_C < E_B$
 D) $E_A < E_C < E_B < E_D$ E) $E_B < E_C < E_D < E_A$

38) Med origo i molekylets massesenter, angi pariteten til de fire acetylenorbitalene i figuren over. ($P = +1$ for like paritet, $P = -1$ for odde paritet.)

- A) $P_A = +1, P_B = -1, P_C = +1, P_D = -1$ B) $P_A = -1, P_B = -1, P_C = +1, P_D = +1$
 C) $P_A = -1, P_B = +1, P_C = -1, P_D = +1$ D) $P_A = +1, P_B = +1, P_C = +1, P_D = +1$
 E) $P_A = -1, P_B = +1, P_C = +1, P_D = -1$

39) Symmetrisk C-C strekk i acetylen, der de to CH-enhetene svinger som stive legemer i motsatt retning, beskrives brukbart med Morse-potensialet

$$V_M(x) = V_0 \left(1 - e^{-\kappa(x-d)}\right)^2.$$

Her angir x avstanden mellom de to karbonatomene, mens V_0 , κ og d (C-C bindingslengden) er parametre som kan tilpasses eksperimentelle målinger eller nøyaktige beregninger. For acetylen gir verdiene $V_0 = 10.0$ eV og $\kappa = 21.6 \text{ nm}^{-1}$ brukbare resultater. Hva gir denne modellen for energidifferansen mellom acetylenmolekylets vibrasjonstilstander, $\Delta E = \hbar\omega$? (Tips: Anta små utsving fra likevekt og et tilnærmet harmonisk potensial. Når $|x| \ll 1$ er $\exp(-x) \simeq 1 - x$.)

- A) 244 meV B) 344 meV C) 444 meV D) 544 meV E) 644 meV
-

I isomeriseringsreaksjonen mellom acetylen og vinyliden overføres et hydrogenatom fra det ene til det andre karbonatomet. Energien i denne reaksjonen beskrives kvalitativt og tildels kvantitativt brukbart med funksjonen

$$E(x) = E_0(x^4 - x^3 - 14x^2).$$

Her er $E_0 = 1/30$ eV, mens $x = (\phi - 90)/30$ er en dimensjonsløs koordinat for vinkelen C-C-H i molekylet (med ϕ målt i grader; se figuren på forrige side). Oppgavene 40 – 42 dreier seg om denne modellen for isomeriseringsreaksjonen i C_2H_2 .

40) Hva er vinkelen ϕ i reaksjonens transisjonstilstand?

- A) $\phi = 0^\circ$ B) $\phi = 30^\circ$ C) $\phi = 60^\circ$ D) $\phi = 90^\circ$ E) $\phi = 120^\circ$
-

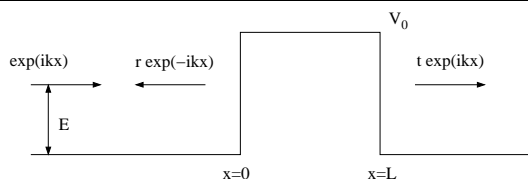
41) Hva er reaksjonens aktiveringsenergi? (Dvs, forskjellen mellom transisjonstilstandens energi og energien til vinyliden.)

- A) 0.5 eV B) 0.7 eV C) 0.9 eV D) 1.1 eV E) 1.3 eV
-

42) Hvor mye energi frigjøres (som varme) i reaksjonen? (Dvs, hva er energiforskjellen mellom vinyliden og acetylen?)

- A) 0.5 eV B) 0.7 eV C) 0.9 eV D) 1.1 eV E) 1.3 eV
-

Potensialbarrieren i figuren nedenfor har høyde V_0 og bredde L . Oppgavene 43 – 47 er knyttet til spredning av elektroner mot en slik potensialbarriere.



Vi ser på en stasjonær situasjon, der sannsynlighetsstrømmen ikke endrer seg med tiden. Et elektron med masse m_e kommer inn fra venstre med veldefinert impuls og beskrives med den plane bølgen $\psi_i(x) = \exp(ikx)$. Når elektronet treffer barrieren, er det en viss sannsynlighet for at det reflekteres og en viss sannsynlighet for at det transmitteres. Vi antar elastiske kollisjoner, slik at et reflektert elektron kan beskrives med $\psi_r(x) = r \exp(-ikx)$ mens et transmittert elektron kan beskrives med $\psi_t(x) = t \exp(ikx)$.

43) Hva er den fysiske betydningen av r og t ?

- A) r og t er sannsynligheten for hhv refleksjon og transmisjon.
- B) $|r|^2$ og $|t|^2$ er sannsynligheten for hhv refleksjon og transmisjon.
- C) r og t er sannsynlighetsstrømmen for hhv $x < 0$ og $x > L$.
- D) $|r|^2$ og $|t|^2$ er sannsynlighetsstrømmen for hhv $x < 0$ og $x > L$.
- E) r er elektronets radius, t er tiden.

44) Hva slags krav må vi stille til bølgefunksjonen $\psi(x)$ i dette problemet?

- A) $|\psi|$ må være mindre enn 1 overalt.
- B) ψ og ψ' (dvs den deriverte, $d\psi/dx$) må være kontinuerlige overalt.
- C) ψ , ψ' og ψ'' må være kontinuerlige overalt.
- D) ψ må ha krumning bort fra x -aksen overalt.
- E) ψ må ha krumning inn mot x -aksen overalt.

45) Hvis $E \geq V_0$, er transmisjonssannsynligheten

$$T = \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{q}{k} - \frac{k}{q} \right)^2 \sin^2 qL \right]^{-1}.$$

Her er $q = \sqrt{2m_e(E - V_0)}/\hbar$ og $k = \sqrt{2m_e E}/\hbar$. Anta at barrierens høyde og tykkelse er hhv $V_0 = 0.30$ eV og $L = 1.0$ nm. Hva er da verdien av T når $E = V_0$?

- A) 0.14 B) 0.24 C) 0.34 D) 0.44 E) 0.54

46) Hvis $L = 1.0$ nm og $V_0 = 0.30$ eV, hva er da minste verdi av elektronets energi som gir $T = 1$?

- A) 0.37 eV B) 0.47 eV C) 0.57 eV D) 0.67 eV E) 0.77 eV

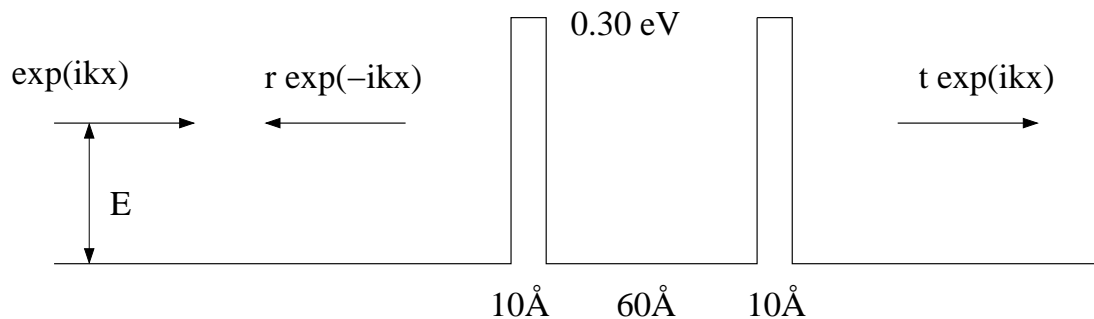
47) Hvis $E < V_0$, er transmisjonssannsynligheten

$$T = \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{k}{\kappa} + \frac{\kappa}{k} \right)^2 \sinh^2 \kappa L \right]^{-1}.$$

Her er $\kappa = \sqrt{2m_e(V_0 - E)}/\hbar$ og $k = \sqrt{2m_e E}/\hbar$. Når $E \ll V_0$ og $\kappa L \gg 1$, blir $T \ll 1$, og T avtar eksponensielt med barrieretykkelsen L , dvs $T \sim \exp(-L/\xi)$. Anta samme barriere som i oppgave 46, og innkommende elektroner med energi $E = 10$ meV. Hvor stor er da "inntrengningsdybden" ξ ?

- A) 0.18 nm B) 0.28 nm C) 0.38 nm D) 0.48 nm E) 0.58 nm

Potensialet i figuren nedenfor består av to barrierer med høyde 300 meV og bredde 1.0 nm, adskilt av en "brønn" med bredde 6.0 nm der potensialet er $V = 0$ (som til høyre og venstre for "dobbelbarrieren").



Konstruktiv "selv-interferens" i brønnområdet gir transmisjonssannsynlighet lik 1 for innkommende elektroner med masse m_e og energi 8 meV. Dette er laveste resonansenergi, dvs en energi som gir fullstendig transmisjon.

48) Hvor mange nullpunkter har bølgefunksjonen inne i brønnområdet når energien er 8 meV?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

49) Hva er nest laveste resonansenergi?

- A) 16 meV B) 24 meV C) 32 meV D) 40 meV E) 48 meV

50) Hvor mange resonansenergier har dette systemet under 300 meV?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
-