
1) Hva er bølgelengden til fotoner med energi 40 meV?

- A) 31 μm B) 41 μm C) 51 μm D) 61 μm E) 71 μm
-

2) Hva er impulsen til fotoner med bølgelengde 445 nm?

- A) $1.48 \cdot 10^{-15}$ kg m/s B) $1.48 \cdot 10^{-19}$ kg m/s C) $1.48 \cdot 10^{-23}$ kg m/s
D) $1.48 \cdot 10^{-27}$ kg m/s E) $1.48 \cdot 10^{-31}$ kg m/s
-

3) Hva er bølgelengden til α -partikler (${}^4_2\text{He}^{2+}$) med kinetisk energi 5.0 MeV?

- A) 3.4 fm B) 4.4 fm C) 5.4 fm D) 6.4 fm E) 7.4 fm
-

4) Hva er omtrent hastigheten til α -partiklene i forrige oppgave?

- A) 0.02c B) 0.05c C) 0.08c D) 0.11c E) 0.14c
-

5) I mammografi kan en f eks bruke røntgenstråling med bølgelengde 71 pm, noe som kan oppnås med elektronovergang fra 2p til 1s i molybden. Hva er energien til slike fotoner?

- A) 11.4 keV B) 13.4 keV C) 15.4 keV D) 17.4 keV E) 19.4 keV
-

6) "Ultrakalde" nøytroner har rms-hastigheter ("root mean square") ned mot 5 m/s. Hva er absolutt temperatur i en gass med slike nøytroner?

- A) 10 K B) 1.0 K C) 100 mK D) 10 mK E) 1.0 mK
-

7) Frigjøringsarbeidet i cesium er 1.95 eV. Hva slags bølgelengder har fotoner som kan gi fotoelektrisk effekt i cesium?

- A) $\lambda < 434$ nm B) $\lambda < 534$ nm C) $\lambda < 634$ nm D) $\lambda < 734$ nm E) $\lambda < 834$ nm
-

En fri partikkel befinner seg i det konstante potensialet $V = 0$ og beskrives av (den ikke normerbare) bølgefunksjonen

$$\Psi(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}$$

med bølgelengde 15 pm og (kinetisk) energi 32 eV. Oppgavene 8 – 10 omhandler denne partikkelen.

8) Hva er partikkelens impuls?

- A) $4.4 \cdot 10^{-23}$ kg m/s B) $5.4 \cdot 10^{-23}$ kg m/s C) $6.4 \cdot 10^{-23}$ kg m/s
D) $7.4 \cdot 10^{-23}$ kg m/s E) $8.4 \cdot 10^{-23}$ kg m/s
-

9) Hva er partikkelens masse?

- A) $1.9 \cdot 10^{-28}$ kg B) $2.2 \cdot 10^{-28}$ kg C) $2.5 \cdot 10^{-28}$ kg D) $2.8 \cdot 10^{-28}$ kg E) $3.1 \cdot 10^{-28}$ kg
-

10) Hva er partikkelens bølgetall k ?

- A) $3.2 \cdot 10^{11}$ m $^{-1}$ B) $4.2 \cdot 10^{11}$ m $^{-1}$ C) $5.2 \cdot 10^{11}$ m $^{-1}$ D) $6.2 \cdot 10^{11}$ m $^{-1}$ E) $7.2 \cdot 10^{11}$ m $^{-1}$
-

Et elektron er begrenset til å bevege seg i en dimensjon, på intervallet $-L/2 < x < L/2$, der potensialet er $V = 0$. Utenfor dette intervallet er $V = \infty$. Brønnbredden er $L = 80 \text{ \AA}$. Oppgavene 11 – 15 omhandler dette systemet.

11) Hva er elektronets kinetiske energi dersom det befinner seg i grunntilstanden?

- A) 2.8 meV B) 3.8 meV C) 4.8 meV D) 5.8 meV E) 6.8 meV

12) Hva er den romlige delen $\psi_3(x)$ av bølgefunksjonen for 2. eksiterte tilstand?

- A) $\sqrt{2/L} \tan(2\pi x/L)$ B) $\sqrt{2/L} \sin(2\pi x/L)$ C) $\sqrt{2/L} \sin(3\pi x/L)$
 D) $\sqrt{2/L} \cos(2\pi x/L)$ E) $\sqrt{2/L} \cos(3\pi x/L)$

13) Anta at elektronet befinner seg i grunntilstanden. Hva må bølgelengden til et innkommende foton være for at det skal kunne eksitere elektronet til 3. eksiterte tilstand?

- A) 14 m B) 14 cm C) 14 mm D) 14 μm E) 14 nm

14) Anta nå at elektronet ved tidspunkt $t = 0$ er preparert i en tilstand beskrevet ved (den normerte) bølgefunksjonen

$$\Psi(x, 0) = \sqrt{\frac{1}{L}} (\cos(\pi x/L) + \sin(2\pi x/L)).$$

Hva er da forventningsverdien $\langle x \rangle_0$ til elektronets posisjon ved $t = 0$?

- A) $-0.38L$ B) $-0.18L$ C) 0 D) $0.18L$ E) $0.38L$

15) Hva er forventningsverdien $\langle E \rangle$ av elektronets energi dersom det beskrives av bølgefunksjonen i forrige oppgave?

- A) 27 meV B) 23 meV C) 19 meV D) 15 meV E) 11 meV

En partikkel med masse m befinner seg i potensialet $V(x) = m\omega^2 x^2/2$ (dvs en endimensjonal harmonisk oscillator). Oppgavene 16 – 18 omhandler dette systemet.

16) Hva er partikkelens energi i 3. eksiterte tilstand (4. laveste energinivå)?

- A) $0.5\hbar\omega$ B) $1.5\hbar\omega$ C) $2.5\hbar\omega$ D) $3.5\hbar\omega$ E) $4.5\hbar\omega$

17) Hva er partikkelens klassisk tillatte område dersom den befinner seg i 2. eksiterte tilstand (3. laveste energinivå)?

- A) $|x| \leq \sqrt{4\hbar/m\omega}$ B) $|x| \leq \sqrt{5\hbar/m\omega}$ C) $|x| \leq \sqrt{6\hbar/m\omega}$ D) $|x| \leq \sqrt{7\hbar/m\omega}$ E) $|x| \leq \sqrt{8\hbar/m\omega}$

18) I det klassisk forbudte området avtar sannsynlighetstettheten eksponentielt,

$$\rho_n(x) = |\psi_n(x)|^2 \sim \exp(-x^2/\xi^2).$$

Hva er koeffisienten ξ når partikkelen befinner seg i 2. eksiterte tilstand?

- A) $\sqrt{\hbar/3m\omega}$ B) $\sqrt{\hbar/2m\omega}$ C) $\sqrt{\hbar/m\omega}$ D) $\sqrt{2\hbar/m\omega}$ E) $\sqrt{3\hbar/m\omega}$

Energivåene for elektroner (fermioner; to spinttilstander for hver romlige orbital) i en tredimensjonal kubisk boks med sidekanter L er

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2),$$

med positive heltallige kvantetall n_x, n_y, n_z . Oppgavene 19 – 21 omhandler dette systemet.

19) Hva er (den totale) degenerasjonsgraden til energivået $7\hbar^2 \pi^2 / m_e L^2$?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

20) Anta at 10 ikke-vekselvirkende elektroner befinner seg i den kubiske boksen. Hva er systemets totale energi? (Anta lav temperatur, $T \simeq 0$ K.)

- A) $10\hbar^2 \pi^2 / m_e L^2$ B) $15\hbar^2 \pi^2 / m_e L^2$ C) $20\hbar^2 \pi^2 / m_e L^2$ D) $25\hbar^2 \pi^2 / m_e L^2$ E) $30\hbar^2 \pi^2 / m_e L^2$

21) I en slik tredimensjonal kubisk boks, hvordan avhenger tilstandstettheten (dvs: antall tilstander pr energienhet) av energien?

- A) $g(E) \sim E^{-3/2}$ B) $g(E) \sim E^{-1/2}$ C) $g(E) \sim E^0$ D) $g(E) \sim E^{1/2}$ E) $g(E) \sim E^{3/2}$

22) Hva er kommutatoren $[\hat{p}_x, \hat{p}_y]$?

- A) 0 B) $i\hbar \hat{p}_y$ C) $i\hbar \hat{p}_z$ D) $i\hbar \hat{p}_x$ E) $i\hbar \hat{L}_z$

23) Hva er kommutatoren $[x, y]$?

- A) 0 B) $i\hbar y$ C) $i\hbar z$ D) $i\hbar x$ E) $i\hbar / z$

24) Hva er kommutatoren $[\hat{L}_x, \hat{p}_y]$?

- A) 0 B) $i\hbar \hat{p}_y$ C) $i\hbar \hat{p}_z$ D) $i\hbar \hat{p}_x$ E) $i\hbar \hat{L}_z$

25) Funksjonen

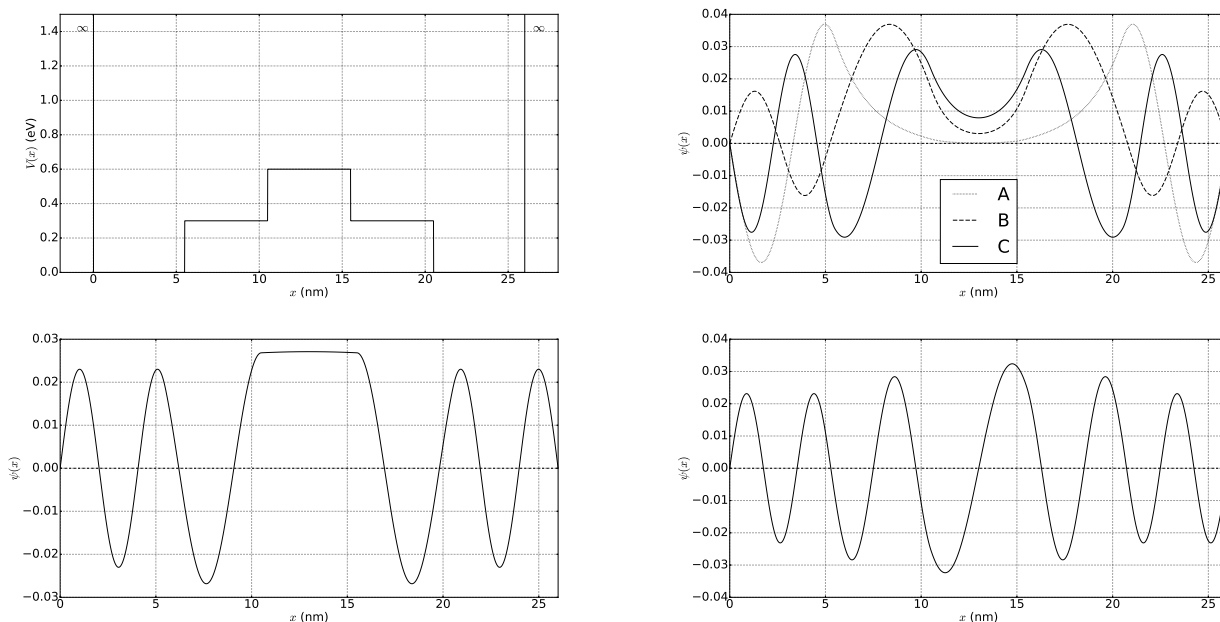
$$\psi(x, y, z) = \frac{2}{L} \sin \frac{3\pi x}{L} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} e^{-m\omega y^2 / 2\hbar} \sin \frac{\pi z}{L}$$

er egenfunksjon til hamiltonoperatoren \hat{H} for en partikkel med masse m i potensialet

$V(x, y, z) = m\omega^2 y^2 / 2$ når $0 < x < L$ og $0 < z < L$, og $V = \infty$ ellers. Hva er tilhørende energieigenverdi?

- A) $\hbar\omega/2 + \pi^2 \hbar^2 / mL^2$ B) $3\hbar\omega/2 + 3\pi^2 \hbar^2 / mL^2$ C) $\hbar\omega/2 + 3\pi^2 \hbar^2 / mL^2$
 D) $3\hbar\omega/2 + 5\pi^2 \hbar^2 / mL^2$ E) $\hbar\omega/2 + 5\pi^2 \hbar^2 / mL^2$

Inspirert av VM i friidrett i London har du vært på laben og produsert en lagdelt halvlederstruktur som gir opphav til et endimensjonalt "seierspallpotensial" (figur nedenfor, øverst til venstre), $V(x) = V_0 = 0.30$ eV for $5.5 < x < 10.5$ og $15.5 < x < 20.5$ nm; $V(x) = 2V_0 = 0.60$ eV for $10.5 < x < 15.5$ nm; $V(x) = 0$ for $0 < x < 5.5$ nm og $20.5 < x < 26$ nm; $V(x) \simeq \infty$ ellers. Elektroner som befinner seg i dette potensialet oppfører seg som partikler med masse $0.15m_e$, dvs de har en effektiv masse $0.15m_e$. Oppgavene 26 – 30 omhandler dette potensialet.



26) Hva er riktig rangering av energien til de tre energiegtilstandene merket A (prikket linje), B (stiplet linje) og C (heltrukken linje) i figuren øverst til høyre?

- A) $E_A < E_C < E_B$ B) $E_C < E_A < E_B$ C) $E_B < E_C < E_A$
 D) $E_B < E_A < E_C$ E) $E_A < E_B < E_C$

27) Hvilke av tilstandene A, B og C har høyere energi enn 0.30 eV?

- A) Alle B) Ingen C) A D) C E) B og C

28) Hva er et fornuftig estimat av energien i tilstanden i figuren nederst til venstre?

- A) 0.4 eV B) 0.5 eV C) 0.6 eV D) 0.7 eV E) 0.8 eV

29) Hva er et fornuftig estimat av energien i tilstanden i figuren nederst til høyre?

(Tips: 1. nullpunkt er ved $x \simeq 1.75$ nm.)

- A) 0.4 eV B) 0.5 eV C) 0.6 eV D) 0.7 eV E) 0.8 eV

30) Hvor mange (romlige) energiegtilstander har lavere energi enn tilstanden i figuren nederst til høyre?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

En av energiegentilstandene ($2s$ -tilstanden) i hydrogenatomet er

$$\psi(\mathbf{r}) = R_{20}Y_{00}.$$

Oppgavene 31 – 34 dreier seg om denne tilstanden.

31) Hva er L_x i tilstanden ψ ?

- A) 0 B) \hbar C) $-\hbar$ D) $\sqrt{2}\hbar$ E) Uskarp

32) Hva er L_z i tilstanden ψ ?

- A) Uskarp B) \hbar C) $-\hbar$ D) $\sqrt{2}\hbar$ E) 0

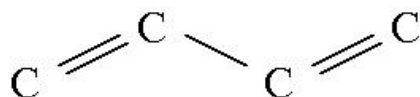
33) I hvilken avstand fra kjernen er radialtettheten $P_{20} = (rR_{20})^2$ maksimal?

- A) $(3 - \sqrt{5})a_0$ B) $(3 + \sqrt{5})a_0$ C) $(5 - \sqrt{3})a_0$ D) $(5 + \sqrt{3})a_0$ E) $2a_0$

34) Et elektron i tilstanden ψ absorberer et foton og havner i tilstanden $R_{41}Y_{10}$. Hva var fotonets bølgelengde?

- A) 285 nm B) 385 nm C) 485 nm D) 585 nm E) 685 nm

I de neste oppgavene (35 – 42) skal vi se på molekylet 1,3-butadien,



med kjemisk formel C_4H_6 . Molekylet er plant og ligger i xz -planet, med massesenteret i origo. En Hartree-Fock-beregning med basissettet 3-21G(*) (H: 1s, 2s; C: 1s, 2s, 2p, 3s, 3p) gir bindingslengdene $d(C=C) = 1.32 \text{ \AA}$ og $d(C-C) = 1.47 \text{ \AA}$, og vinkelen $C=C-C = 124^\circ$. I LCAO-tilnærmelsen skrives molekylorbitalene (MO) Ψ_i som lineærkombinasjoner av basisfunksjonene ϕ_μ :

$$\Psi_i = \sum_{\mu=1}^M c_{\mu i} \phi_\mu.$$

35) Hvor mange basisfunksjoner M inngår i beregningen?

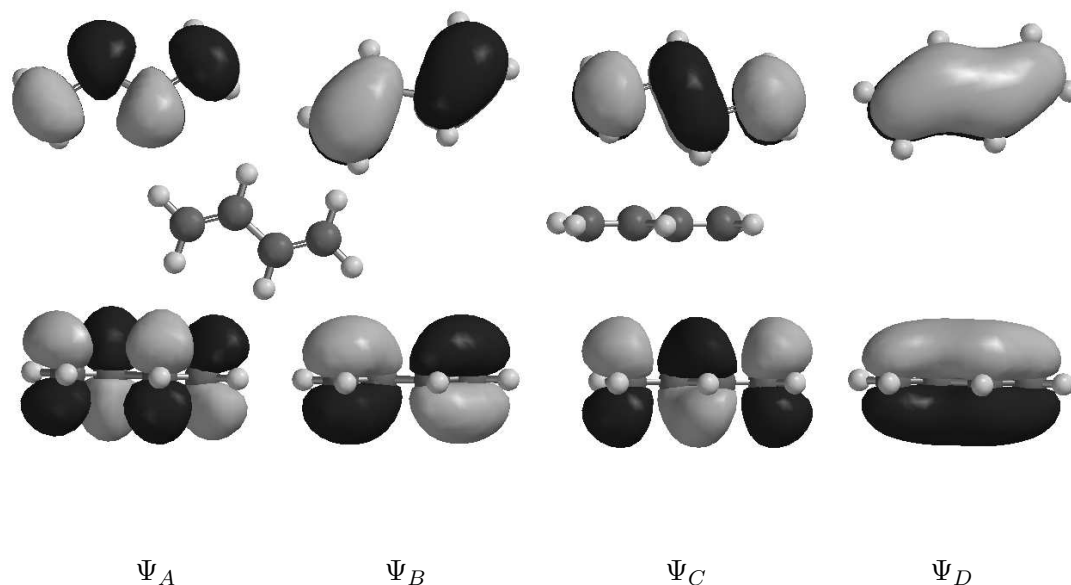
- A) 18 B) 28 C) 38 D) 48 E) 58

36) Hvor mange MO er okkupert av elektroner? (Husk at et elektron kan ha spinn "opp" eller spinn "ned". Vi betrakter kun grunntilstanden.)

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

Figuren nedenfor viser fire av de beregnede MO. Lys grå angir en flate med konstant positiv verdi av orbitalen, mørk grå angir en flate med tilsvarende konstant negativ verdi.

(Øverste rekke: y -aksen ut av planet. Nederste rekke: y -aksen oppover. Midterste rekke: Molekylet uten noen MO visualisert, til venstre med y -aksen ut av planet, til høyre med y -aksen oppover.)



37) Hva er pariteten til hver av disse fire MO (dvs: like (+1) eller odde (-1))?

- A) $P_A = +1, P_B = +1, P_C = -1, P_D = -1$ B) $P_A = -1, P_B = -1, P_C = +1, P_D = +1$
 C) $P_A = -1, P_B = +1, P_C = -1, P_D = +1$ D) $P_A = +1, P_B = -1, P_C = +1, P_D = -1$
 E) $P_A = -1, P_B = +1, P_C = +1, P_D = -1$

38) Kun *en* type basisfunksjon ϕ^C på karbonatomene inngår i disse fire MO. Hvilken?

- A) p_y B) p_x C) p_z D) s E) d_{xy}

39) Når vi ser bort fra normeringen, kan disse fire MO skrives på formen

$$\Psi = \pm\phi^{C1} \pm \phi^{C2} \pm \phi^{C3} \pm \phi^{C4},$$

med ulike kombinasjoner av fortegn på de fire basisfunksjonene. Her er C1 ... C4 karbonatomene nummerert fra venstre mot høyre (se figurene ovenfor). Hva er riktig rangering av orbitalenes energier E_A, E_B, E_C og E_D ?

- A) $E_B < E_D < E_A < E_C$ B) $E_C < E_B < E_D < E_A$ C) $E_D < E_A < E_C < E_B$
 D) $E_A < E_C < E_B < E_D$ E) $E_D < E_B < E_C < E_A$

Molekyler som dette kan polymeriseres til ulike typer syntetisk gummi, med en rekke anvendelsesområder. Anta at en slik reaksjon kan beskrives med energifunksjonen

$$E(x) = E_0 \left(\frac{5}{2}x^2 - 3x^3 + x^4 \right)$$

der x er en dimensjonsløs reaksjonskoordinat og $E_0 = 1.60$ eV. Reaksjonen starter i et lokalt energiminimum i $x_i = 5/4$ og forløper mot lavere verdier av x via en transisjonstilstand i x_{TS} , til et globalt minimum i x_f .

40) Hva er reaksjonens aktiveringsenergi $E_a = E_{TS} - E_i$?

- A) 0.78 eV B) 0.58 eV C) 89 meV D) 19 meV E) 1.60 eV

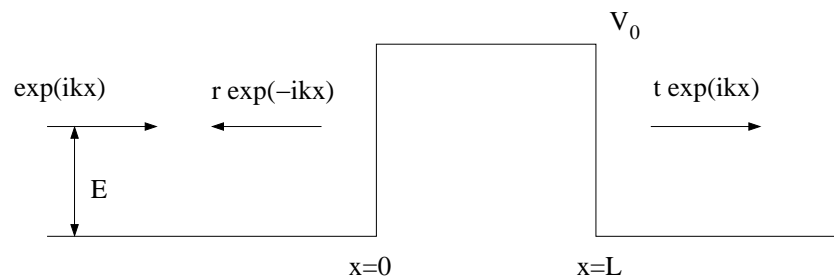
41) Hva er polymeriseringsenergien $\Delta E = E_f - E_i$?

- A) -0.38 eV B) -0.48 eV C) -0.58 eV D) -0.68 eV E) -0.78 eV

42) Hvor mange vibrasjonsmoder har 1,3-butadien?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

Potensialbarrieren i figuren nedenfor har høyde V_0 og bredde L . Oppgavene 43 – 47 er knyttet til spredning av elektroner mot en slik potensialbarriere.



Vi ser på en stasjonær situasjon, der sannsynlighetsstrømmen ikke endrer seg med tiden. Et elektron med masse m_e kommer inn fra venstre med veldefinert impuls og beskrives med den plane bølgen $\psi_i(x) = \exp(ikx)$. Når elektronet treffer barrieren, er det en viss sannsynlighet for at det reflekteres og en viss sannsynlighet for at det transmitteres. Vi antar elastiske kollisjoner, slik at et reflektert elektron kan beskrives med $\psi_r(x) = r \exp(-ikx)$ mens et transmittert elektron kan beskrives med $\psi_t(x) = t \exp(ikx)$.

43) Hva er den fysiske betydningen av r og t ?

- A) r og t er sannsynligheten for hhv refleksjon og transmisjon.
 B) r og t er sannsynlighetsstrømmen for hhv $x < 0$ og $x > L$.
 C) $|r|^2$ og $|t|^2$ er sannsynligheten for hhv refleksjon og transmisjon.
 D) $|r|^2$ og $|t|^2$ er sannsynlighetsstrømmen for hhv $x < 0$ og $x > L$.
 E) r er elektronets radius, t er tiden.

44) Hva slags krav må vi stille til bølgefunksjonen $\psi(x)$ i dette problemet?

- A) $|\psi|$ må være mindre enn 1 overalt.
 B) ψ må ha krumning bort fra x -aksen overalt.
 C) ψ , ψ' og ψ'' må være kontinuerlige overalt.
 D) ψ og ψ' (dvs den deriverte, $d\psi/dx$) må være kontinuerlige overalt.
 E) ψ må ha krumning inn mot x -aksen overalt.
-

45) Hvis $E \geq V_0$, er transmisjonssannsynligheten

$$T = \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{q}{k} - \frac{k}{q} \right)^2 \sin^2 qL \right]^{-1}.$$

Her er $q = \sqrt{2m_e(E - V_0)}/\hbar$ og $k = \sqrt{2m_e E}/\hbar$. Anta at barrierens høyde og tykkelse er hhv $V_0 = 0.20$ eV og $L = 3.5$ nm. Hva er da verdien av T når $E = V_0$?

- A) 0.028 B) 0.058 C) 0.088 D) 0.12 E) 0.15
-

46) Hvis $L = 3.5$ nm og $V_0 = 0.20$ eV, hva er da minste verdi av elektronets energi som gir $T = 1$?

- A) 0.23 eV B) 0.33 eV C) 0.43 eV D) 0.53 eV E) 0.63 eV
-

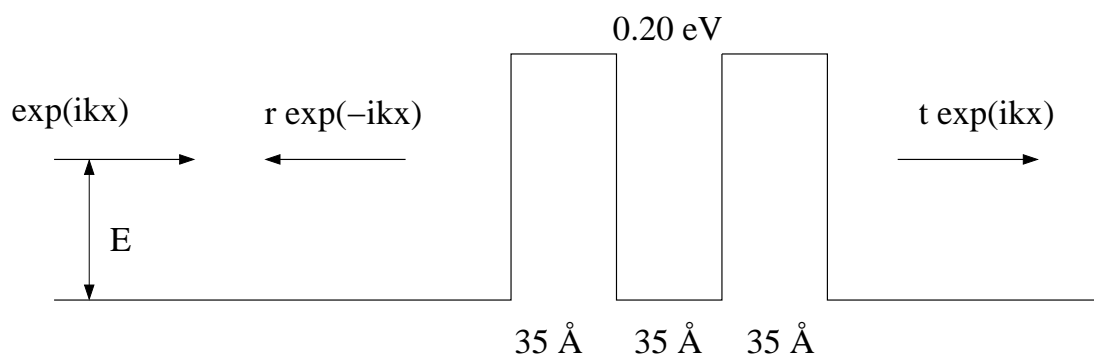
47) Hvis $E < V_0$, er transmisjonssannsynligheten

$$T = \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{k}{\kappa} + \frac{\kappa}{k} \right)^2 \sinh^2 \kappa L \right]^{-1}.$$

Her er $\kappa = \sqrt{2m_e(V_0 - E)}/\hbar$ og $k = \sqrt{2m_e E}/\hbar$. Når $E \ll V_0$ og $\kappa L \gg 1$, blir $T \ll 1$, og T avtar eksponensielt med barrieretykkelsen L , dvs $T \sim \exp(-L/\xi)$. Anta samme barriere som i oppgave 46, og innkommende elektroner med energi $E = 10$ meV. Hvor stor er da "inntrengningsdybden" ξ ?

- A) 0.07 nm B) 0.12 nm C) 0.17 nm D) 0.22 nm E) 0.27 nm
-

Potensialet i figuren nedenfor består av to barrierer med høyde 200 meV og bredde 3.5 nm, adskilt av en "brønn" med bredde 3.5 nm der potensialet er $V = 0$ (som til høyre og venstre for "dobbelbarrieren").



Konstruktiv "selv-interferens" i brønnområdet gir transmisjonssannsynlighet lik 1 for innkommende elektroner med masse m_e og energi 19 meV. Dette er laveste resonansenergi, dvs en energi som gir fullstendig transmisjon.

48) Hvor mange nullpunkter har bølgefunksjonen inne i brønnområdet når energien er 19 meV?

- A) 3 B) 0 C) 2 D) 1 E) 4

49) Hva er nest laveste resonansenergi?

- A) 76 meV B) 66 meV C) 56 meV D) 46 meV E) 36 meV

50) Hvor mange resonansenergi har dette systemet under 200 meV?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
-